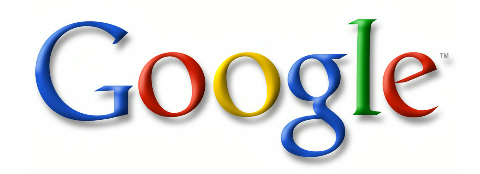
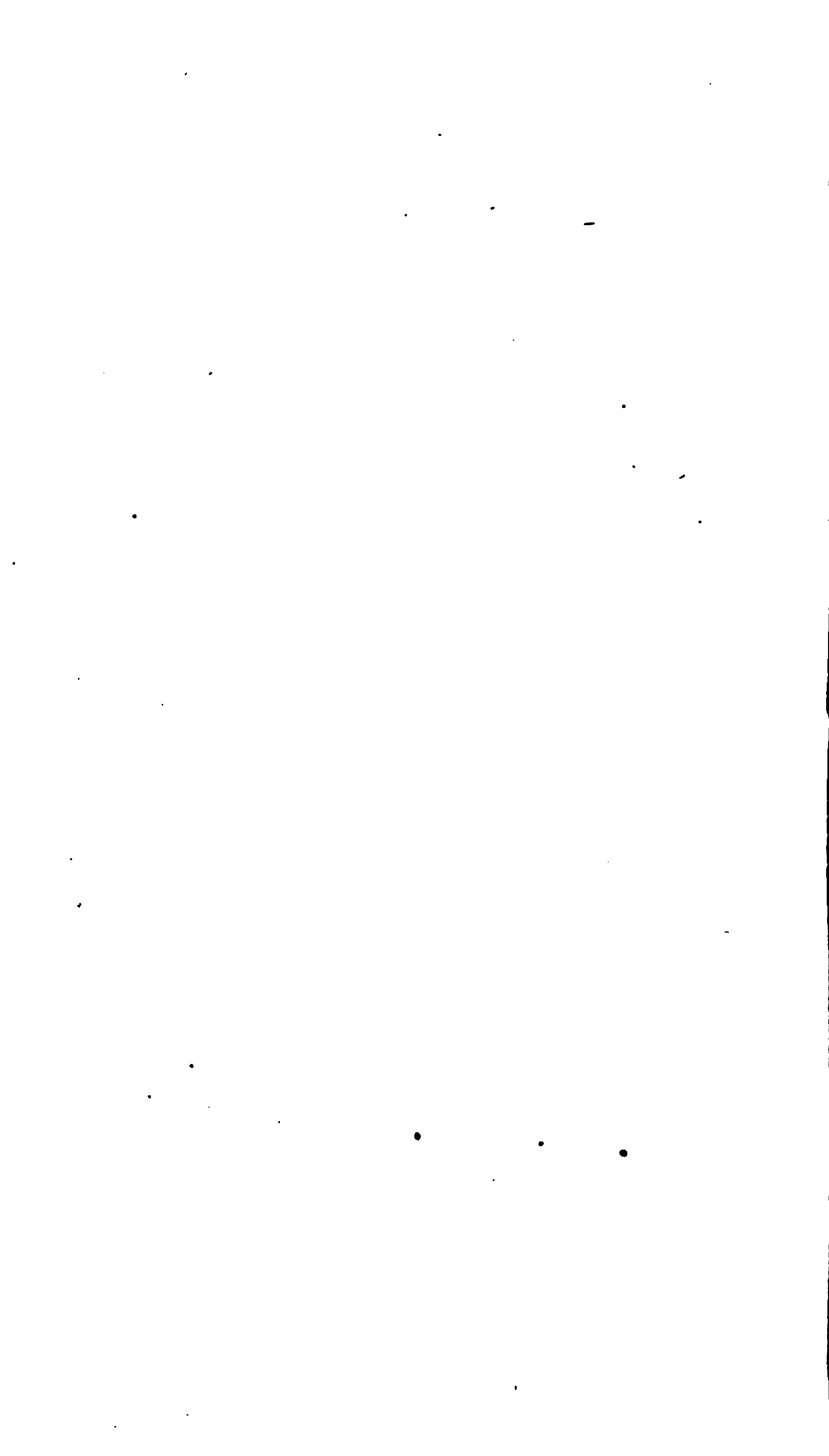



Ex-libris
Charles Atwood
Kofoid

J. B. Biot's Anfangsgründe der Erfahrungs-Naturlehre. Aus dem Fr. übersetzt von Fried. Wolff 1 Bd. (4 n. 16 gr.) Berlin. 1819. XVI u. 872 S. 8.





Vollständiger und faßlicher Unterricht in der Naturlehre.

In einer Reihe von Briefen.

Mit Kupfern.

Neue ganz umgearbeitete Auflage.

Von
HUBE
Michael Hube,
Generaldirektor und Professor in Warschau.

Vierten Bandes
Erste Abtheilung.

Leipzig,
bey Georg Joachim Göschen. 1801.

Inhalt des vierten Bandes.

Erste Abtheilung.

I. Die Chronologie.

II. Sphärische Astronomie.

III. Theorische Astronomie.

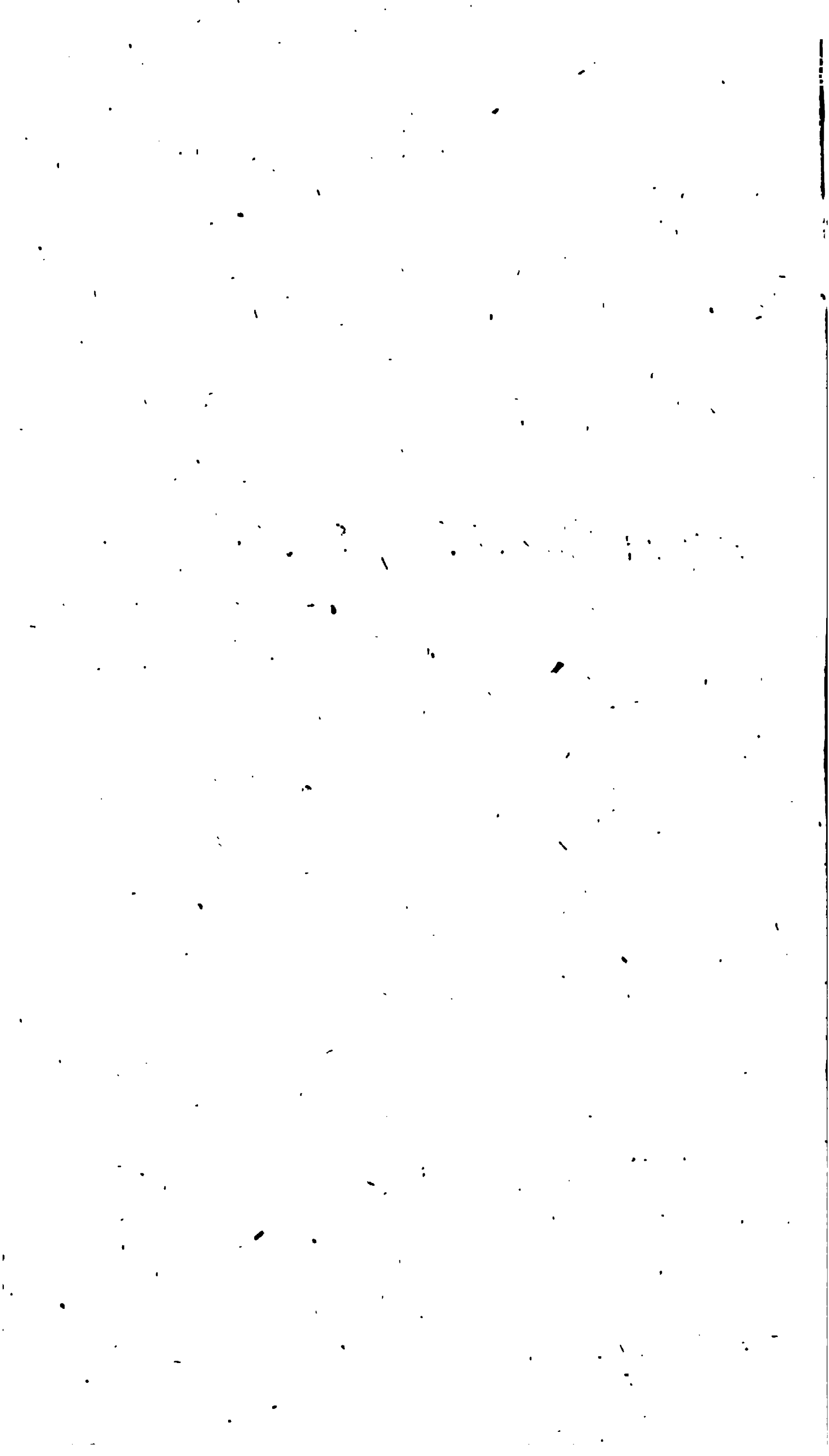
IV. Erste Gründe der Mechanik.

V. Die Statik.

VI. Fortsetzung der Mechanik.

Physikalische Briefe.

Vierter Band.



Erster Brief.

Die Erfindung und Verbesserung der Fernröhre hat unfehlbar am meisten dazu beygetragen, daß die Sternkunde in den beiden letztern Jahrhunderten größere Fortschritte gemacht hat, als in einigen Jahrtausenden vorher, so weit unsre Geschichte reicht. Diese Wissenschaft, welche sich mit den Bewegungen und den Eigenschaften der himmlischen Körper beschäftigt, ist in ihrem gegenwärtigen Zustande eine der vollkommensten, vortrefflichsten und angenehmsten. Denn sie erhebt unsern Geist über die Erde zu dem Genusse des erhabensten, des größten Schauspiels in der Natur; sie zeigt ihm die ewigen und einfachen Gesetze dieses himmlischen Schauspiels; sie entwickelt in ihm Begriffe, deren Größe die Grenzen der Menschheit zu übersteigen scheint, und erfüllt ihn mit Ehrfurcht und Anbetung gegen den allmächtigen Schöpfer so vieler Millionen von Welten.

Aber auch auf die Geschäfte des gemeinen Lebens erstreckt sich der Nutzen der Sternkunde oder der Astronomie. Sie wissen, daß man keine Landkarten, keine Seekarten haben könnte, wenn man nicht die Länge und die Breite der verschiedenen Oerter auf der Erde wüßte. Diese aber findet man bloß durch Hülfe der Sternkunde. Ohne sie hätten wir also weder Erdbeschreibung noch Schif-

fahrtskunde. Je vollkommner sie ist, je richtiger und häufiger man den Himmel beobachtet, um desto richtiger werden auch unsere Karten, um desto leichter ist man im Stande, sowohl zu Lande als auch zur See den Ort, wo man sich befindet, in jedem vorkommenden Falle durch seine Länge und Breite zu bestimmen.

Ueberdieses ist bey allen Völkern, selbst den unausgebildeten, die von der Erdbeschreibung und der Schifffahrt keine Kenntniß haben, die Sonne und der Mond gleichsam die allgemeine Uhr, nach deren Laufe sie die Zeit eintheilen. Ueberhaupt muß man die Chronologie, welche von der Bestimmung und Eintheilung der Zeit bey den verschiedenen Völkern der Erde handelt, und der ganzen Geschichte zur Grundlage dient, als eine Tochter der Astronomie ansehen. Dieser letztern haben wir auch die Bequemlichkeit der Kalender und der Uhren zu danken. Ich hoffe, daß es Ihnen nicht unangenehm seyn wird, wenn ich mich bey dieser Sache etwas verweile, um die gemeinen Begriffe der Tage, Monate und Jahre zu entwickeln, weil Sie dadurch im Stande seyn werden, den großen Einfluß um desto deutlicher einzusehen, den die Bewegungen der Sonne und des Mondes selbst auf die gemeinsten Geschäfte des Lebens haben, ungeachtet diese Himmelskörper so sehr weit von uns entfernt sind.

Der Tag, oder die Zeit, da die Sonne über unserm Horizonte ist, unterscheidet sich durch sein Licht von der Nacht auf eine allen Thieren, und selbst den Pflanzen, ungemein merkliche Art. Allein wir brauchen das Wort Tag auch noch in einem andern Verstande, und verstehen die Zeit darunter, welche von einem Mittage bis zum andern und

nächsten verfließt. Diese theilen wir in 24 gleiche Theile, welche wir Stunden nennen. Jede Stunde hält 60 Minuten, jede Minute 60 Sekunden u. s. w. Ein Zeitraum also von 24 Stunden ist ein Tag, er mag anfangen, wenn man will. Solche Tage verstehen wir, wenn wir die Monatstage zählen. Wir fangen diese Tage allezeit mit der Mitternacht an, und haben diesen Gebrauch von den Römern angenommen. Die Juden fangen dagegen noch jetzt den Tag mit dem Untergange der Sonne an, und daher dauert ihr Sabbat noch heutzutage von Freytags Abends, bis Sonnabends zum Untergange der Sonne. Die Italiener haben eine ähnliche Gewohnheit. Wenn die Betglocke nach dem Untergange der Sonne das Zeichen giebt, so fangen sie die Stunden des neuen Tages zu zählen an, und zählen sie nicht, so wie wir, nur bis 12, sondern in einem fort bis 24. Jedoch hat man in den italienischen Staaten des Hauses Oestreich diese Art zu zählen in neuern Zeiten abgeschafft, und dafür die bey uns und in dem übrigen Europa gewöhnliche Art die Tage und Stunden zu rechnen eingeführt. Einige Völker fingen den Tag vom Aufgange der Sonne, andre vom Mittage an. Auch in den Stunden war eine große Verschiedenheit. Viele Völker kannten diese Eintheilung des Tages in 24 gleiche Theile gar nicht; bey andern waren die Stunden des eigentlichen und natürlichen Tages bald größer, bald kleiner, als die Stunden der Nacht. Die Astronomen fangen heutzutage den Tag mit dem Mittage, und 12 Stunden später, als im gemeinen Leben, an; auch zählen sie die Stunden von einem Mittage zum andern, bis 24, in einem fort.

So bestimmt die Sonne durch ihre gemeinschaftliche scheinbare Bewegung von Osten nach Westen den Tag, durch die besondre aber das Jahr. Wir sehen beständig auf den Frühling den Sommer, auf diesen den Herbst, und zuletzt den Winter folgen. Was war natürlicher, als dem Zeitraume, welcher alle vier Jahrszeiten in sich begreift, und immer wieder von vorne anfängt, nachdem er sein Ende erreicht hat, einen besondern Namen zu geben? Und wie leicht scheint es nicht, die Dauer dieses Zeitraums, wenigstens beynahe, in Tagen zu bestimmen? Denn da die Sonne sich das ganze Frühjahr hindurch bis in den Sommer hinein nach und nach immer erhebt, so darf man nur zu Anfange des einen Frühjahrs ihre mittägliche Höhe genau beobachten, zu Anfange des nächstfolgenden Frühlings den Tag bemerken, wo sie zu Mittage wieder eben so hoch steht, und die Tage zählen, die zwischen beiden Beobachtungen verflossen sind. So fand Cassini 1715 den 21 März die mittägliche Sonnenhöhe zu Paris von 41 Graden 33 Minuten; den 20 März aber 1716 von 41 Graden, 27 Minuten, 10 Sekunden; und den 21 März 1716 von 41 Graden 51 Minuten. Es folgt hieraus, daß das Jahr mehr, als 365, und weniger, als 366 Tage hält. Der Unterschied beider Mittagshöhen von 1716 beträgt $23\frac{5}{6}$ Minuten in 24 Stunden, und der Unterschied zwischen der Höhe vom 21 März 1715, und der vom 20 März 1716 macht $5\frac{5}{6}$ Minuten. Wenn also die Höhe der Sonne in 24 Stunden um $23\frac{5}{6}$ Minuten wächst, so muß sie, nach der Regel Detri, in 5 Stunden 52 Minuten 27 Sekunden um $5\frac{1}{6}$ Minuten zunehmen. Die Sonne erreicht also ihren vorigen Ort am Himmel, von welchem offenbar ihre Mittags-

höhe abhängt, in 365 Tagen, 5 Stunden, 52 Minuten 27 Sekunden, und so groß wäre daher das Jahr. Wenn man ein Mittel aus vielen dergleichen Beobachtungen nimmt, so findet man, daß es 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten $48\frac{2}{125}$ Sekunden hält.

Demungeachtet dauerte es sehr lange, ehe man die wahre Größe des Jahres auch nur ungefähr kannte, und selbst die Römer wußten sehr lange nicht, wie viele Tage auf ein Jahr gehen. Sie hatten unter dem Romulus ein Jahr von 304 Tagen, welche in 10 Monate vertheilt waren. Es fing mit dem März an, und daher haben noch jetzt die letztern Monate unseres Jahrs, der September, Oktober, November und December, die Namen von der Ordnung, in welcher sie auf den ersten Monat des Jahrs, den März folgten. Numa fügte 51 Tage und 2 neue Monate, den Januar und Februar, zu dem Jahre hinzu. Aber dieses unvollkommne Jahr von 355 Tagen gerieth zuletzt, wegen der unterlaßnen Einschaltungen, in eine solche Unordnung, daß Julius Cäsar, 45 Jahre vor Christi Geburt, sich genöthigt sah, einen ganz neuen Kalender einzuführen, der noch jetzt nach seinem Namen der Julianische genannt wird. In diesem waren immer drey auf einander folgende Jahre gemeine Jahre von 365 Tagen, das vierte aber war allezeit ein Schaltjahr von 366 Tagen. Denn man hatte dabey angenommen, daß das Jahr eigentlich $365\frac{1}{4}$ Tage, oder 365 Tage und 6 Stunden halte. Der Anfang des Julianischen Jahres war gleich nach der Wintersonnenwende. Da es aber über 11 Minuten zu groß angesetzt war, so verursachte dieses in 400 Jahren einen Unterschied von etwa 3 Tagen, um welche sich sein Anfang

verspätet hatte. Zur Zeit des Konziliums zu Nicäa, 325 Jahre nach Christi Geburt, fiel die Frühlingsnachtgleiche, von welcher, nach den Schlüssen dieses Konziliums, die Feier der christlichen Ostern abhängt, auf den 21 März des Julianischen Kalenders; aber im sechzehnten Jahrhunderte war sie schon vom 21 bis auf den 10 März vorgerückt. Daher ließ Pabst Gregor XIII den Julianischen Kalender verbessern, und einen neuen Kalender 1582 bey den Katholiken einführen, den man den Gregorianischen nennt. Man ließ damals 10 Tage weg, und zählte gleich nach dem vierten den 15 Oktober, um die Nachtgleiche wieder, so wie zur Zeit des Konziliums zu Nicäa, auf den 21 März zu bringen. Daher kommt es, daß die der Griechischen Kirche zugethanen Völker, weil sie sich noch immer des Julianischen Kalenders bedienen, ihr Jahr um 11 Tage später anfangen, als wir.

Der Mond hat auf die Eintheilung der Zeit fast einen eben so großen Einfluß, als die Sonne. Denn er erscheint uns ungefähr so groß, als diese, er erleuchtet unsere Nächte, und verändert dabey seine Gestalt auf eine sehr merkwürdige Weise. Anfangs erscheint er, als ein helles Horn, indem er bald nach der Sonne untergeht; nachher nimmt er immer mehr zu, wird zuletzt voll, und scheint die ganze Nacht über; hierauf nimmt er wieder ab, läßt sich bloß gegen den Morgen sehen, und verschwindet endlich ganz. Der Zeitraum, welcher die ganze Reihe dieser Veränderungen in der Gestalt des Mondes in sich begreift, heißt ein Monat. Er hält ziemlich genau $29\frac{1}{2}$ Tage. Daher theilten die Bewohner wärmerer Gegenden ihre Zeit vorzüglich nach Monaten ein, auf welche sie fast immer abwechselnd einmal 29, und sodann 30 Tage,

rechneten. Denn in diesen Gegenden ist der Himmel mehrentheils heiter, die Nächte aber sind im Sommer dunkler und länger, als bey uns, und die Tage so heiß, daß man mehr bey Nacht, als bey Tage, reiset, jagt, und andre Geschäfte verrichtet. Deßhalb wurde auch Luna oder Diana vor Alters als die Göttin der Jagd verehrt. Bey dieser Eintheilung der Zeit hatten die Bewohner der wärmern Gegenden zugleich den Vortheil, daß ihnen selbst der Mond am Himmel den Anfang und Fortgang jedes Monats anzeigte. Weil man vier Hauptveränderungen in der Gestalt des Mondes bemerkt, den Neumond, den Vollmond, und die Viertel, und diese immer um sieben Tage und einige Stunden von einander entfernt sind, so unterschieden einige Völker diesen Zeitraum von sieben Tagen, und nannten ihn eine Woche.

Jene Bequemlichkeit, die Monate immer mit dem Neulichte anzufangen, und also ihren Fortgang selbst aus der Gestalt des Mondes zu erkennen, war so groß, daß viele Völker auf die besondre Bewegung der Sonne gar nicht achteten, sondern eine Reihe von 12 wahren Monaten ein Jahr nannten. So entstand das Mondjahr von 354 Tagen. Ja es gab, nach dem Zeugnisse des Plinius, in den ältesten Zeiten Völker, welche nur zwey, drey oder vier Monate auf ein Jahr rechneten. Das Mondjahr von 354 Tagen ist heutzutage bey den Muhammedanern im Gebrauche, und der Anfang desselben rückt nach und nach durch alle Jahrszeiten fort. Denn da es um mehr als eilf Tage kürzer ist, als das Sonnenjahr, so dauert dieses noch eilf bis zwölf Tage fort, nachdem sich jenes schon geendigt hat. Wenn also auch gleich beide Jahre einmal zugleich den ersten Januar an

fangen, so erblickt sich dennoch nachher das Mondjahr Anfangs im December, hernach im November, ferner im Oktober u. s. w. Die alten Griechen hatten auch ein Mondjahr, welches sie aber mit dem Sonnenjahre zu vereinigen suchten, und deßhalb zu gewissen Zeiten mit einem ganzen Monate, den sie einschalteten, vergrößerten. Die Juden haben diese Einrichtung von den Griechen, deren Unterthanen sie ehemals waren, angenommen, und bedienen sich ihrer noch heutzutage.

Unser Jahr, welches bis auf einige kleine Verschiedenheiten, sowohl seinem Anfange als seiner Einrichtung nach völlig dasselbe ist, das der Dictator Cäsar in Rom einführte, hängt gar nicht vom Monde, sondern bloß von der Sonne ab. Es wird in 12 Theile getheilt, die man zwar Monate nennt, die aber keine wahren Monate sind, da sie insgesammt, den Februar ausgenommen, 30 oder 31 Tage halten, also um einen Tag ungefähr länger sind, als die wahren Monate. Wir gewinnen dadurch zwey wichtige Vortheile, daß nämlich alle Jahre einander so gleich, als möglich, und höchstens nur um einen Tag verschieden sind, und dann, daß derselbe Monat immer auf dieselbe Jahrszeit fällt. Freylich fangen unsere Monate bald vom vollen Lichte, bald vom ersten, bald vom letzten Viertel an; ja es giebt sogar zuweilen Monate, welche das neue oder volle Licht zweymal haben. Allein die Bequemlichkeit, den Fortgang der Zeit aus der Gestalt des Mondes zu beurtheilen, würde auch bey uns, und in allen kalten Ländern, nur sehr geringe seyn. Denn im Sommer sind unsere Nächte so hell, daß wir uns um den Mond nicht viel bekümmern. Ueberdieses steht er alsdann mehrentheils so niedrig am Horizonte,

daß wir ihn nicht einmal sehen, wenn wir nicht eine sehr freye Aussicht haben. Im Winter aber ist der Himmel bey uns oft viele Tage nach einander beständig in Wolken gehüllt, die uns den Anblick des Mondes gänzlich rauben.

Zweyter Brief.

Um die wahren Ursachen der Erscheinungen der himmlischen Körper, die, wie Sie gesehen haben, selbst auf die Geschäfte des gemeinen Lebens einen so großen Einfluß haben, gründlich einzusehen, muß man sich vorher die Beschaffenheit jener Erscheinungen umständlich und genau bekannt machen. Oder mit andern Worten: die physische Astronomie, welche die Ursachen der Bewegungen und Erscheinungen der Gestirne erklärt, setzt allezeit die mathematische Astronomie voraus, welche von der Größe und Lage der Gestirne und ihren Bewegungen handelt. Wir müssen also zuerst diese, und die Resultate der oft sehr mühsamen und schweren Beobachtungen und Untersuchungen der Astronomen etwas genauer kennen lernen.

Wenn Sie des Nachts den heitern Himmel betrachten, so erblicken Sie an ihm eine unzählbare Menge sehr heller und zum Theil funkelnder Sterne, die ihre Entfernung von einander nie merklich verändern. Man nennt sie Fixsterne, weil sie an das Gewölbe des Himmels wie angeheftet zu seyn scheinen, und sie bewegen sich alle zugleich bis auf

einen, in verschiednen Kreisen von Osten nach Westen. Der eine Fixstern aber von beträchtlicher Grösse, welcher ganz unbeweglich zu seyn scheint, zeigt sich in einer ansehnlichen Höhe über unserm Horizonte gegen Norden, und heißt der Polarstern. Zwar findet man, wenn man ihn zu verschiednen Zeiten und anhaltend mit guten Werkzeugen beobachtet, daß auch er sich bewegt, und einen kleinen Kreis um einen gewissen Punkt des Himmels beschreibt, welcher der Nordpol genannt wird. Allein dennoch ist seine Bewegung nur geringe, und überdieß giebt es kleine Sterne, die dem Pole noch näher sind, und fast nicht die geringste merkliche Bewegung haben. In der südlichen Hälfte des Himmels findet man einen ähnlichen festen Punkt, den Südpol; und obgleich kein Stern von beträchtlicher Grösse ihm so nahe liegt, als dem Nordpole, so sind dennoch in der Gegend desselben ebenfalls kleine Sterne, die sich gar nicht merklich bewegen. Also ist die gerade Linie, welche durch die beiden Pole des Himmels geht, in Ansehung des ganzen Systems der Fixsterne, unbeweglich. Sie heißt die Axe des Himmels. Da nun die Fixsterne ihre Entfernungen unter sich, vermöge der Erfahrung, nicht ändern, und folglich auch von den kleinen Sternen der Pole immer gleich weit entfernt bleiben, so muß das ganze System derselben sich eben so drehen, wie sich feste Punkte, die man auf der Oberfläche einer Kugel bezeichnet hat, bewegen, wenn die ganze Kugel um eine feste Achse gedreht wird. Jeder Fixstern nämlich muß einen Kreis beschreiben, der auf die Achse des Himmels senkrecht ist, und seinen Mittelpunkt in dieser Achse hat. *) Je näher der

*) Einleitung 149.

Stern dem einen oder dem andern Pole ist, um desto kleiner wird sein Kreis. Daher fallen die Kreise der dem Nordpole nahen Sterne ganz über unsern Horizont, und diese Sterne gehn bey uns gar nicht unter. Die Kreise aber der entferntern Sterne werden von unserer Horizontalebne durchschnitten, und fallen zum Theil unter dieselbe. Diese Sterne gehen also alle bey uns auf und unter; alle aber bewegen sich überhaupt von Osten nach Westen, oder, wenn man das Gesicht gegen Norden kehrt, von der Rechten nach der Linken. Alles dieses stimmt auch mit der Erfahrung völlig überein.

Wenn man sich die Mühe nimmt, die Lage *jener festen* Punkte, welche man die Pole des Himmels nennt, aufs genaueste zu bestimmen, so findet man überall auf der Erde, daß sie in der Mittagsebne eines jeden Orts liegen. Also schneiden sich alle Mittagsebnen der verschiednen Oerter der Erde in der Achse des Himmels, und da sie sämmtlich durch den Mittelpunkt der Erde gehen, so geht auch die Axe des Himmels durch denselben. Sie ist folglich zugleich auch die Axe der Erdkugel, und die beiden Punkte, in welchen sie die Erdfläche durchschneidet, sind die Pole der Erde. Die Kreise, welche die Fixsterne zu beschreiben scheinen, liegen folglich in den Ebnen der Parallelkreise der Erde, und sind Parallelkreise der Himmelskugel, unter welchen der himmlische Aequator, der in der Ebne der Linie liegt, der größte ist. *) Man nennet sie auch Tagekreise, weil jeder Stern einen solchen Kreis in einem Tage zu durchlaufen scheint. Von denen, welche der Horizont durch-

*) Man sehe den dritten Brief des ersten Bandes.

schneidet, heißt besonders der über den Horizont fallende Theil der Tagbogen eines Sterns.

Wenn man die Entfernungen gewisser Fixsterne von einander, oder vielmehr die Winkel, unter welchen wir diese Entfernungen sehen, mißt, so findet man sie an allen Orten der Erde ganz vollkommen von gleicher Größe und die Sterne in gleichen Lagen gegen einander, wenn gleich die Oerter der Beobachtung einige hundert Meilen aus einander liegen. Daraus folgt, daß ein Abstand von einigen hundert Meilen, in Ansehung der Fixsterne, für nichts zu achten ist,[3] daß wir also diese Sterne eben so sehen, als wenn unser Auge sich im Mittelpunkte der großen Kugel befände, um deren Axe sie sich sämmtlich so drehen, als wenn sie an ihre Oberfläche angeheftet wären, und daß, in Ansehung ihrer, der scheinbare Horizont mit dem wahren völlig zusammenfällt.

Die wahre Horizontalebne von Warschau durchschneidet den Umfang der Himmelskugel in einem größten Kreise, weil sie durch den Mittelpunkt jener Kugel geht, und eben so ist auch der himmlische Aequator ein größter Kreis der Himmelskugel. Auf jene Ebne ist die Vertikallinie von Warschau, so wie auf die Ebne des Aequators, die Achse des Himmels senkrecht. Da nun die Mittagsebne von Warschau durch beide Linien geht, so ist sie auch auf beiden Ebnen senkrecht (Einleit. 139). Also muß die gerade Linie, in welcher sich die Horizontalebne von Warschau und die Ebne des Aequators durchschneiden, auf die Mittagsebne, folglich auch auf die Mittagslinie von Warschau, senkrecht seyn (Einleit. 143). Sie geht durch den Mittelpunkt der Erde, und da sie in der Horizontalebne

liegt, gerade von Osten nach Westen *). Es durchschneidet also der himmlische Aequator den Horizont eines jeden Orts genau in Osten und Westen, und jeder Stern, der sich im Aequator befindet, geht, so wie die Sonne zur Zeit der Nachtgleichen, da sie sich auch im Aequator zeigt, ganz genau in dem Ostpunkte auf und in dem Westpunkte unter. 2.
Ein jeder anderer Stern aber, der außer dem Aequator liegt, geht entweder zwischen Osten und Norden, oder zwischen Osten und Süden auf, und eben so zwischen Westen und Süden oder Norden unter. Er hat, indem er aufgeht, eine gewisse Entfernung vom Ostpunkte, eine gewisse Morgenweite, und, indem er untergeht, eine gewisse Abendweite. Beide Weiten aber sind entweder nordlich oder südlich, und werden in Bogen des Horizonts gemessen.

Die Mittagsebne eines jeden Orts durchschneidet, weil sie durch die Axe der Himmelskugel geht, alle Tagekreise in zweyen Punkten, und es kommt daher jeder Stern, während eines jeden seiner Umläufe, zweymal in jene Ebne. Geht der Stern bey uns nicht unter, so sehen wir ihn das eine Mal in seiner größten, das andre Mal in seiner kleinsten Höhe, wenn er die Mittagsebne erreicht. Geht er aber bey uns auf und unter, so steht er das eine Mal am höchsten über unserm Horizonte, das andre Mal hat er die größte Tiefe unter demselben, wenn er durch unsre Mittagsebne geht, (Einleit. 141), ungeachtet wir ihn wegen der Undurchsichtigkeit der Erdkugel nicht sehen können, wenn er unter dem Horizonte ist. Wir sehen ihn also alsdann bloß einmal in unserer Mittagsebne.

*) Man sehe den dritten Brief des ersten Bandes.

wenn er am höchsten steht, oder kulminirt. Von seinem Aufgange an erhebt er sich nach und nach immer höher über den Horizont, bis er in unserm Meridiane kulminirt; nachher senkt er sich wieder allmählich immer mehr, bis er zuletzt untergeht. So verhält sich auch die Sonne; sie kulminirt zu Mittage, und ist um Mitternacht am tiefsten unter unserm Horizonte. Da die Sonnenscheibe eine beträchtliche Größe hat, so ist eigentlich der Zeitpunkt des wahren Mittags derjenige, da ihr Mittelpunkt kulminirt. Man muß daher die Zeitpunkte, da der vorhergehende und der nachfolgende Sonnenrand kulminirt, besonders bestimmen, und das Mittel zwischen beiden, als den Zeitpunkt des wahren Mittags ansehen. Man pflegt das Kulminiren der Sterne durch eigne Fernröhre, die man Durchgangsfernröhre (Instrumens de passage) nennt, zu beobachten. Sie sind so befestigt, daß sie sich bloß in der Mittagsebne herauf und herunter bewegen lassen, und ein Stern kulminirt, wenn er in ihrer Axe erscheint. Man hat zu dieser Absicht auch große mit einem Fernrohre versehene genau eingetheilte messingne Quadranten, die an einer Wand in der Mittagsebne unbeweglich befestigt sind. Auch kann man durch das Fadendreyeck oder durch zwey feine Fäden, die man über einer auf dem Boden gezogenen Mittagslinie in einer lothrechten Ebne, in einiger Entfernung von einander ausspannt, das Kulminiren der Sterne beobachten.

Die Bewegung der Fixsterne ist äußerst gleichförmig, und sie durchlaufen immer in gleichen Zeiten vollkommen gleiche Bogen. Ihre Höhe über dem Horizonte wächst an der Morgenseite der Mittagsebne eines jeden Orts nach und nach völlig

eben

eben so, als sie an der Abendseite allmählich abnimmt, so, daß sie, zu beiden Seiten jener Ebne, in gleichen Entfernungen von ihr, immer gleich hoch stehen. Diese übereinstimmenden Höhen erreichen sie, wegen ihrer gleichförmigen Bewegung, in gleichen Zeiten, wenn man von dem Zeitpunkte an, da sie kulminiren, vorwärts und rückwärts rechnet. Daher kann man, auch ohne eine genaue Mittagslinie, vermittelst einer guten Uhr, den Zeitpunkt, da ein Stern kulminirt hat, finden, wenn man zuerst an der Morgenseite den Zeitpunkt, da er eine gewisse Höhe erreicht, und nachher wieder den Zeitpunkt, da er sich an der Abendseite in derselben Höhe zeigt, aufs genaueste bemerkt. Denn das Mittel zwischen beiden Zeitpunkten ist der Augenblick, in welchem der Stern kulminirt hat. Selbst bey der Sonne kann man nach dieser Methode verfahren, nur ist hier, wegen der eignen Bewegung der Sonne, eine kleine Verbesserung nöthig. [4]

Man kann aber auch durch die übereinstimmenden Höhen eines Fixsterns die Lage der Mittagslinie vermittelst eines sogenannten Azimutalquadranten bestimmen, der aus einem horizontalen gehörig eingetheilten Kreise besteht, mit welchem ein lothrechter, um den Mittelpunkt jenes Kreises beweglicher Quadrant verbunden ist. Man beobachtet nämlich an der Morgenseite und Abendseite zwey übereinstimmende Höhen eines Sterns, und bemerkt zugleich auf dem horizontalen Kreise die Punkte, welche alsdann in der Ebne des Quadranten liegen. Durch die Mitte des zwischen beiden Punkten enthaltnen Bogens und den Mittelpunkt des Kreises zieht man, vermittelst eines sehr feinen Fadens, eine gerade Linie, und befe-

zeigt diesen Faden, welcher die Mittagslinie anzeigt, unabhängig von dem Azimutalquadranten. Dergleichen Beobachtungen wiederholt man mehreremal, und berichtigt dadurch die Mittagslinie immer mehr.

Die Polhöhe eines Orts läßt sich am leichtesten dadurch finden, daß man die größte und kleinste Höhe eines Fixsterns, der daselbst nicht untergeht, genau beobachtet. Denn da der Pol in der Mittagsebne eines jeden Orts liegt, und jeder Stern in dieser Ebne seine größte und kleinste Höhe erreicht, so liegt er genau in der Mitte zwischen beiden Höhen. [5] So fand man zu Petersburg die größte Höhe des Polarsterns von 62 Graden 5 Minuten 35 Sekunden und die kleinste von 57 Graden 48 Minuten. Zieht man nun wegen der Strahlenbrechung von jener 31, und von dieser 37 Sekunden ab, so bleiben 62 Grad 5 Minuten 4 Sekunden und 57 Grad 47 Minuten 23 Sekunden. Der Unterschied beträgt 4 Grad 17 Minuten 41 Sekunden; davon die Hälfte zu der kleinsten Höhe addirt, 59 Grad 56 Minuten 13 Sekunden als die Polhöhe von Petersburg giebt, die aber noch einiger kleiner Verbesserungen bedarf.

Die Beobachtung der Polhöhe ist für die Erdbeschreibung von der äußersten Wichtigkeit, weil sie allemal der geographischen Breite des Orts der Beobachtung, oder der Neigung der Vertikallinie des Orts gegen die Ebne des Aequators, gleich ist. Denn es sey C (Fig. 1) der Mittelpunkt der Erde, NS die Axe derselben und des Himmels, DE der Durchschnitt der Ebne des Aequators mit der Mittagsebne eines Orts, ZC die Vertikal-

linie und AB der Durchschnitt der wahren Horizontalebne desselben; so sind DCN, ZCB rechte Winkel und einander gleich. Nimmt man also von beiden den gemeinschaftlichen Winkel ZCN, so bleibt DCZ = NCB. Es ist aber DCZ die Neigung der Vertikallinie ZC gegen die Ebne des Aequators, also die Breite des Orts, und NCB die Neigung der Axe des Himmels gegen den Horizont, also die Polhöhe. Die Breite ist folglich der Polhöhe gleich.

Die Höhe des Aequators an demselben Orte ist der Winkel DCA, der = ZCN ist. Sie macht also mit der Polhöhe zusammen allemal 90 Grade, so daß man diese nur von 90° abziehen darf, wenn man jene haben will. Ist die Polhöhe z. B. von 50 Graden, so beträgt die Höhe des Aequators 40 Grade, oder der himmlische Aequator durchschneidet an dem Orte den Meridian in einer Höhe von 40 Graden über dem Horizonte.

Anmerkungen.

1. Alle Sterne, deren Entfernung vom Nordpole nicht größer ist, als unsere Polhöhe, gehen bey uns nicht unter. Es sey N der Nordpol, und AB unser Horizont, AZBSA aber unser Mittagskreis, (Fig. 1.) so steht ein jeder Stern, wenn er durch diesen Kreis geht, von einer Seite am niedrigsten, von der andern am höchsten. Ist er also, in seinem niedrigsten Stande in B, oder zwischen N und B, mit einem Worte: ist seine Entfernung vom Pole nicht größer, als unsere Polhöhe NB, oder NCB, so geht er nicht unter. Ist sie aber größer, so fällt sein Ort unter B, also unter den Horizont, wenn er am niedrigsten steht. Er

ist also alsdann bey uns unsichtbar. Die Seite ZDAS ist die Mittagsseite, und die andre, in welcher der Nordpol liegt, die Nordseite. Da der Aequator bey uns nach Süden zu, in D, über den Horizont steigt, nach Norden zu aber, in E, unter denselben fällt, so erheben sich auch alle Sterne gegen Süden zu am höchsten, und stehen gegen Norden am tiefsten. Ein Stern z. B. der, wenn er in Norden steht, sich zwischen B und E befindet, und also unter unsern Horizont fällt, erscheint an der Südseite zwischen A und D, und also über dem Horizonte.

2. Es sey AEB (Fig. 111) der Horizont von Warschau, und AB der Durchschnitt seiner Ebne mit der Ebne des Aequators ADB; so steht die Mittagsebne von Warschau CDE senkrecht auf AB. Also sind ECB, DCB rechte Winkel, und CE ist die Mittagslinie von Warschau, E aber der Südpunkt des Horizonts, wenn ADB über AEB liegt. Von dem Südpunkte aber sind der Ostpunkt und Westpunkt im Horizonte um 90° entfernt. Also sind A und B diese Punkte, in welchen jeder Stern, der im Aequator steht, über unsern Horizont treten oder sich unter ihm verlieren muß, wenn er den Aequator durchläuft. Ich nenne hier nämlich, dem gemeinen Sprachgebrauche gemäß, die Kreislinie AEB den H o r i z o n t, in welcher unsre Horizontalebne die Himmelskugel zu durchschneiden scheint.

3. Wenn in R und L (Fig. 3.) zwey Sterne sind, so hängt ihre scheinbare Entfernung, oder der Winkel RAL, nicht bloß vom Bogen RL, sondern auch von den Linien AR und AL ab. Ist z. B. das Auge in T, so wird RTL die

scheinbare Entfernung der Sterne, und die Winkel RAL, RTL sind um desto mehr verschieden, je größer AT in Ansehung der Linie AR ist. Da man nun aber überall auf der Erde jede zwey Fixsterne vollkommen unter einerley Winkel sieht, so muß jede Entfernung der Oerter auf der Erde, wie AT, in Ansehung der Entfernung der Fixsterne AR, als nichts anzusehen seyn. Denn bloß in dem Falle ist der Winkel RAL nicht größer, als RTL, wenn A und T zusammenfallen, oder einander, in Ansehung der Linie AR, unendlich nahe sind.

4. Eben wegen der besondern Bewegung, welche macht, daß die Sonne den Tag über nicht völlig in einerley Parallelkreise bleibt, sondern ein halbes Jahr lang sich allmählich höher hinauf und ein halbes Jahr lang herunter windet, läßt sich auch durch den Schatten eines lothrechten Stifts die Mittagslinie nicht ganz genau finden, es sey denn, daß man sie auf diese Art zu der Zeit der Sonnenwenden zu bestimmen sucht, wo die Sonne viele Stunden nach einander sich von den Wendekreisen nicht im geringsten merklich entfernt.

5. Es sey N (Fig. 112.) der Pol, Z der Scheitelpunkt, DE der Horizont, ZDEZ der Mittagskreis und AB der Durchschnitt des Tageskreises eines dem Pole nahen Sterns, so wird $EA = EN + AN$ und $EB = EN - BN$, also, da $AN = BN$ ist, $EA - EB = 2\,BN$, und $\frac{1}{2}(EA - EB) = BN$. Es ist aber die Polhöhe $EN = EB + BN$, oder der kleinsten Höhe des Sterns gleich, wenn man zu ihr den halben Unterschied zwischen der größten und kleinsten Höhe addirt. Uebrigens nennt man den Punkt

O, der unserm Scheitelpunkte Z gerade entgegengesetzt ist, und den Scheitelpunkt unsrer Gegenfüßler vorstellt, das Nadir; und den Vertikalkreis, der durch den Ostpunkt und Westpunkt geht, den ersten Scheitelkreis. Uebrigens stellt man sich zuweilen durch einen Stern einen mit dem Horizonte parallelen Kreis vor, und diesen nennt man das Almukantarat desselben. Ein solcher Kreis ist, so wie jede der Horizontalebne parallele Linie oder Ebne, horizontal oder wagrecht; so wie jede auf eine wagrechte Ebne senkrechte Linie oder Ebne vertikal und lothrecht ist.

Dritter Brief.

Wenn Sie an irgend einem Tage die Zeit des Durchganges eines Fixsterns durch die Mittagsebne oder durch den himmlischen Meridian beobachten, so werden Sie finden, daß derselbe Stern nach 23 Stunden 56 Minuten 4 Sekunden wieder im Meridiane erscheint oder kulminirt, und daß überhaupt ein jeder Fixstern in dieser Zeit seinen scheinbaren Umlauf um die Erde ganz vollendet. Man nennt daher jenen Zeitraum einen Sterntag und theilt ihn in 24 Sternstunden, richtet auch zuweilen die Uhren so ein, daß sie Sternzeit zeigen. Man hat, wie ich schon sonst gesagt habe, die Drehung der Fixsterne vollkommen gleichförmig gefunden, so daß bey Sternen, die in einerley Tagkreise stehen, ihre Entfernungen von einander sich allemal wie

die Zeiten verhalten, welche zwischen ihren Durchgängen durch den Meridian verfließen. Allemal geht der ganze Aequator, so wie jeder ganze Tagkreis in einem ganzen, der halbe in einem halben, sein Viertel in einem Viertel, sein Achtel in $\frac{1}{8}$ Sterntage durch die Mittagslinie. Da nun der Aequator, so wie jede andre Kreislinie, in 360 Grade getheilt wird, so sehen Sie leicht, daß in jeder Sternstunde 15 Grade, in jeder Sternminute 15 Minuten, und in jeder Sternsekunde 15 Sekunden desselben durch den Meridian gehn; folglich daß ein Grad eines jeden Tagkreises 4 Minuten, und eine Minute 4 Sekunden Sternzeit braucht, um ganz durch den Meridian hindurch zu kommen. Daher ist es leicht nach diesen Grundsätzen Bogen des Aequators in Sternzeit, oder umgekehrt Sternzeit in Bogen des Aequators zu verwandeln. Wegen dieser Verwandelung nennt man alle Mittagskreise der Himmelskugel, alle durch ihre Pole gehende größte Kreise, Stundenkreise, den Winkel ANS (Fig. 114.), den ein durch einen Stern S gehender Stundenkreis mit dem Meridiane des Orts der Beobachtung macht, den Stundenwinkel; und den zwischen dem Meridiane und jenem Stundenkreise enthaltnen Bogen des Aequators AS den Zeitbogen, weil er, wenn man ihn in Zeit verwandelt, anzeigt, wie viele Sternzeit der Stern S noch braucht, um aus seinem Orte bis in den Meridian zu kommen. Er ist das Maaß des Stundenwinkels.

Diese Verwandlung der Sternzeit in Bogen des Aequators setzt uns unter andern in den Stand die Größe des Gesichtsfeldes eines Fernrohrs auf eine leichte Art durch die Erfahrung zu finden. Denn wenn man beobachtet, daß ein Stern des

Aequators z. B. eine Minute Sternzeit braucht, um das ganze Feld des ganz unbewegten Fernrohrs zu durchlaufen, so sieht man daraus, daß das Gesichtsfeld des Rohrs von 15 Minuten ist, weil 15 Minuten des Aequators in einer Minute Sternzeit durch das Feld desselben gehn. Auf eben diese Art kann man auch die Mikrometer prüfen, indem man Achtung giebt, wie viele Zeit ein Stern im Aequator nöthig hat um von einem Faden bis zu den andern zu gelangen, oder wie viele Schraubengänge auf eine Linie gehen, die er in einer gewissen Zeit zurückgelegt hat.

Wenn aber der Stern, den man zur Prüfung braucht, nicht im Aequator, sondern außer ihm, liegt, so muß man auf seine Abweichung, oder auf den Bogen des durch ihn gehenden Stundenkreises, der zwischen ihm und dem Aequator liegt, Rücksicht nehmen. Man nennt einen solchen Stundenkreis auch, wenn man ihn zur Bestimmung der Entfernung eines Sterns vom Aequator braucht, den Abweichungskreis desselben, und die Abweichung selbst ist entweder nordlich oder südlich, nachdem der Stern über oder unter dem Aequator liegt. Man findet sie, wenn man an einem Orte, dessen Polhöhe, also auch Aequatorshöhe, bekannt ist, die Mittagshöhe des Sterns genau beobachtet. Denn der Unterschied dieser Höhe und der Höhe des Aequators ist die Abweichung des Sterns.

Je weiter ein Stern vom Aequator entfernt, je größer also seine Abweichung ist, um desto langsamer bewegt er sich bey seiner täglichen Drehung um die Axe des Himmels, und zwar, wenn von kleinen Winkeln die Rede ist, ziemlich genau nach Verhältniß des Cosinus seiner Abweichung. 2. Wenn

z. B. ein Stern 60 Grad Abweichung hat, also der Kosinus seiner Abweichung dem halben Sinus totus gleich ist, und er braucht eine Minute Sternzeit, um von einem Faden des Mikrometers bis zum andern zu gehen, so würden, wenn der Stern im Aequator stände, 15 Minuten des Aequators durch das Mikrometer gegangen seyn. Da er aber eine Abweichung von 60 Graden hat, und der Kosinus von 60 Graden = ½ ist, so muß man 15 Minuten mit ½ multipliziren. Man erhält daher 7½ Minuten als den Bogen des Tagkreises des Sterns, der wirklich durchs Mikrometer gegangen ist. Umgekehrt muß man den Bogen des Tagkreises eines Sterns mit dem Kosinus der Abweichung desselben dividiren, und nachher in Zeit verwandeln, wenn man die Dauer seines Durchgangs wissen will. Der scheinbare Durchmesser der Sonne z. B. war den 1 Dezember 1791 von 32′ 34,1″ oder von 1954,1″. Ihre Abweichung betrug damals 21 Grad 51 Minuten 56 Sekunden. Der Kosinus dieses Bogens ist 0,928, und giebt, wenn man 1954,1″ mit ihm dividirt, 2105,7 Sekunden. Diesen Bogen theilt man mit 15, um ihn in Sternzeit zu verwandeln. So erhält man 2 Minuten 40,4 Sekunden als die Dauer des Durchganges der ganzen Sonnenscheibe durch den Meridian.

Man muß die Verwandlung der Bogen der Parallelkreise in Bogen des Aequators nie unterlassen, wenn man die erstern mit größten Kreisen der Himmelskugel vergleicht, und aus der beobachteten Zeit die Größe der Bogen bestimmen will. Denn da unser Auge sich im Mittelpunkte jener Kugel befindet, so erscheinen uns alle Grade ihrer größten Kreise unter gleichen Winkeln, dahingegen

die scheinbare Größe der Grade der Parallelkreise nach Verhältniß des Kosinus ihrer Abweichung, abnimmt. Wenn z. B. in einem Fernrohre drey feine Fäden ausgespannt sind (Fig. 115), davon zwey AB und DE einander rechtwinklicht durchkreuzen, der dritte aber FG jene unter einem Winkel von 45 Graden durchschneidet, so stellt man das Fernrohr gewöhnlich so, daß ein Stern, der in E erscheint, längs dem Faden ED, den man auch deshalb den Parallelfaden, so wie AB den Stundenfaden, nennt, vermöge seiner täglichen Bewegung, durch das Feld des unbewegten Fernrohrs, wegstreicht. Erscheint nun zugleich in H ein anderer Stern, der durch die mit DE parallele Linie HI fortgeht; und beobachtet man die Zeit genau, in welcher er aus H nach I kommt, so ist zwar CI = IH; allein da AB ein Stück von einem größten Kreise und IH, so wie DE, ein Stück von einem Tagkreise vorstellt, so verhalten sich die Grade von IC zu denen von IH, wie der Sinus totus zum Kosinus der Abweichung des untern oder des obern Sterns. Kennt man nun eine von beiden, so läßt sich die beobachtete Zeit leicht in Grade oder Minuten und Sekunden verwandeln, folglich IH und CI finden. Diese letztere Linie aber ist der Unterschied der Abweichung beider Sterne. Um das Mikrometer zu den Beobachtungen des Unterschieds der Abweichung der Sterne noch brauchbarer zu machen, spannt man oft einen mit DE parallelen Faden über DE aus, welcher beweglich ist, und durch eine Schraube, deren Werth der Umdrehungen man aus der Erfahrung kennt, dem Faden DE mehr oder weniger genähert werden kann. So zeigt selbst die Schraube den Unterschied der Abweichung

zweyer Sterne, die längs den beiden Fäden fortstreichen.

Die Abweichung ist auf der Himmelskugel eben das, was man auf der Erdkugel die Breite nennt; die Länge der Oerter aber stimmt mit der geraden Aufsteigung der Gestirne überein. Man nimmt nämlich in dem himmlischen Aequator den Frühlingspunkt, in welchem sich die Sonne bey der Frühlingsnachtgleiche zeigt, als den Hauptpunkt an, und theilt ihn, von da an, in 360 gleiche Grade, die von Westen gegen Osten zu ununterbrochen in eins fortgehen. Da nun mit jedem Sterne zugleich ein gewisser Punkt des Aequators durch den Meridian geht, so heißt der Bogen des Aequators, der zwischen dem Frühlingspunkte und dem kulminirenden Punkte liegt, die gerade Aufsteigung (ascensio recta) jenes Sterns. Sterne, die zugleich kulminiren, haben daher einerley gerade Aufsteigung, und von den übrigen ist der Bogen des Aequators, der zwischen den Zeitpunkten ihrer Kulminirung durch den Meridian geht, der Unterschied ihrer geraden Aufsteigungen.

Wenn man daher ein Fernrohr mit einem Fadenmikrometer in die gehörige Lage bringt, so, daß die Fixsterne durch ihre tägliche Bewegung längs der Parallelfäden fortgeführt werden, so darf man nur bey unverrückter Lage des Rohrs die Zeiten genau bemerken, in welchen zwey Sterne nach einander durch denselben Stundenfaden gehn. Denn indem man den Unterschied dieser Zeiten in Grade des Aequators verwandelt, so erhält man sogleich den Bogen des Aequators, der zu jenem Zeitunterschiede gehört, also den Unterschied der geraden Aufsteigungen der Sterne. Auf diese Art

Meiften dergleichen Mikrometer zur Bestimmung der Unterschiede in der Abweichung und geraden Aufsteigung der Sterne, und ebendeßhalb bestehen sie oft aus mehreren Fäden, oder einem Fadennetze, um sie zu diesem Gebrauche desto bequemer zu machen. Sie dienen auch zur Bestimmung der Lage der Flecken der Sonne und des Mondes, und zu verschiednen andern Absichten; allein man muß auch die äußerste Genauigkeit anwenden, wenn man mit ihnen beobachtet, da ein Fehler von einer einzigen Sekunde in der Zeit gleich einen Fehler von 15 Sekunden im Bogen des Aequators verursacht. Man hat auch parallaktische Maschinen, oder Fernröhre, die so befestigt sind daß sie mit der Axe des Himmels immer einen gleich großen Winkel machen, wenn man sie dreht, und mit denen man daher die Fixsterne in ihren Tagkreisen immerfort verfolgen kann.

Ueberhaupt findet man den Unterschied in der geraden Aufsteigung verschiedner Sterne vermittelst einer guten Uhr, welche Sternzeit zeigt, ohne viele Schwierigkeit. Man darf nur die Zeiten, in welchen die Sterne kulminiren, genau beobachten, und ihren Unterschied in Bogen des Aequators verwandeln. Das Azimut eines Sterns, oder der Bogen des Horizonts, der zwischen der Mittagsebne und einer andern lothrechten durch den Stern gesetzten Ebne liegt, läßt sich vermittelst eines Azimutalquadranten unmittelbar beobachten. Es ist entweder östlich oder westlich, und wird durch den Winkel gemessen, den beide Ebnen mit einander machen. In der Mittagsebne selbst ist das Azimut der kulminirenden Sterne = 0; je näher sie aber ihrem Aufgange oder ihrem Untergange sind, um desto größer ist ihr Azimut.

Die Aufsteigung, von welcher ich bisher geredet habe, heißt die gerade, weil man auch eine schiefe Aufsteigung hat. Wenn nämlich DE (Fig. 114) der Horizont, AF der Aequator, N der Pol, und NSGP der Abweichungskreis des Sterns S ist, der im Horizonte erscheint, so geht mit dem Sterne zugleich ein gewisser Punkt des Aequators B durch den Horizont. Der Bogen nun des Aequators, der zwischen dem Frühlingspunkte und zwischen B liegt, heißt die schiefe Aufsteigung oder Absteigung des Sterns S, nachdem derselbe aufgeht oder untergeht. Der Bogen aber des Aequators BG, welcher der Unterschied der geraden und schiefen Aufsteigung ist, muß vorzüglich bemerkt werden, weil man durch ihn die Länge der Tage und Nächte in den verschiedenen Gegenden der Erde berechnet. Denn da der Aequator den Horizont allemal genau in Osten und Westen durchschneidet, so liegt auch B jederzeit von dem Mittagskreise NAPFN um 90 Grade entfernt. Addirt man also zu dem Aufsteigungsunterschiede BG 90 Grade, so erhält man den Bogen des Aequators ABG, der sich vom Meridiane bis zu dem Abweichungskreise erstreckt, der durch den aufgehenden Stern geht. Diesen nennt man in vorzüglichem Verstande den halben Tagbogen des Sterns S, weil er seine halbe Dauer über dem Horizonte mißt, mit dem wirklichen halben Tagebogen des Sterns gleich viele Grade, Minuten und Sekunden enthält, und in ebenderselben Zeit durch den Meridian geht, da der Stern, von seinem Aufgange an zu rechnen, bis zu ihm gelangt. Sie begreifen also leicht, wie man, wenn man sich in S, anstatt eines kleinen Sterns, die Sonne vorstellt, die Länge des

Tage und folglich auch der Nächte für jeden Ort und jede Zeit aus dem Aufsteigungsunterschiede der Sonne finden und berechnen kann. [2]

Anmerkungen.

1. Wenn überhaupt zwey größte Kreise einer Kugel (Fig. 111) ADB, AEB einander in der Linie AB durchschneiden, und die Ebne CDE geht durch den Mittelpunkt der Kugel C, indem sie zugleich beide größte Kreise senkrecht durchschneidet, so ist die Linie AB senkrecht auf die ganze Ebne CDE (Einl. 140), und daher auch auf ihre Durchschnittslinien mit den Kreisebnen, CD und CE. Ist nun BG die Berührungslinie in B des einen, und BF die des andern Kreises, so versteht man den Winkel FBG, wenn man von dem Winkel redet, unter welchem sich beide Kreislinien in B durchschneiden. Da aber AB der gemeinschaftliche Durchmesser beider Kreise ist, so sind beide Berührungslinien senkrecht auf ihn, (Einleit. 85) BF in der einen, und BG in der andern Ebne. Also ist BF mit CD und BG mit CE parallel (Einl. 134) und der Winkel FBG dem Winkel DCE gleich, dessen Maaß der Bogen DE ist (Einl. 73). Also ist dieser Bogen DE auch das Maaß des Winkels FBG.

Nun liegt der Stundenwinkel ANG (Fig. 114) zwischen zwey größten Kreisen der Himmelskugel, und die Ebne des Aequators, welche auch den Mittelpunkt der Kugel durchkreuzt, schneidet alle diese durch die Pole gehenden größten Kreise rechtwinklicht. Also ist der zwischen beiden Kreisen eingeschloßne Bogen des Aequators AG das Maaß des Winkels ANG.

2. Es sey AB (Fig. 112) die Axe des Himmels, um welche sich die ganze Kugel in einer gewissen Zeit so gedreht hat, daß die Mittagsebne AEB in die Lage ADB, der Punkt E des Aequators nach D, und der Stern I, dessen Abweichung EI ist, nach G gekommen ist; so sind die Linien EC, IO wie auch DC, GO parallel, also die Winkel GOI und DCE einander gleich, da die Ebne OGI, in welcher der Stern sich bewegt, mit der Ebne des Aequators CDE parallel ist (Einleit. 134). Aber wir sehen den Bogen GI nicht aus dem Mittelpunkte O des Parallelkreises, sondern aus dem Mittelpunkte der Himmelskugel C unter dem Winkel GCI = m. Man theile GI in 2 Hälften GH = HI, und ziehe HC und HO, so sind die Dreyecke GCH, GOH rechtwinkliche (Einl. 74). Nennt man also den Winkel GOI = DCE, n, und nimmt man den Halbmesser der Kugel zum Sinus totus oder zur Einheit an, so ist $GH : GC = \sin. \frac{1}{2} m : 1 = \frac{1}{2} GI : 1$. Folglich ist $\frac{1}{2} GI = \sin. \frac{1}{2} m$. und eben so $\frac{1}{2} GI = \sin. \frac{1}{2} n. GO$. Es ist aber GO oder OI offenbar der Kosinus der Abweichung IE = d. Denn wenn man IT senkrecht auf CE zieht, so ist, da CI als der Sinus totus angenommen wird, IT der Sinus und CT = OI der Kosinus des Winkels ICE, oder des Bogens IE = d. Also ist GO = cos. d, und $\sin. \frac{1}{2} m = \sin. \frac{1}{2} n. \cos. d$. Sind nun die Winkel m und n nur sehr klein, so verhalten sie sich, wie ihre Sinus, und man kann also $\cos. d = \frac{m}{n}$ oder $n. \cos. d = m$ setzen. Wenn man also den Bogen des Aequators n auf einem Bogen des Parallelkreises m zurückbringen will, so muß man

ihn mit dem Kosinus der Abweichung multipliziren.

3. Zuerst muß man bemerken, wenn eine Kugel (Fig. 111) senkrecht durch irgend eine ihrer Axen AB mit zwey parallelen Ebnen OGI, CDE durchschnitten wird, deren eine durch den Mittelpunkt der Kugel C geht, daß von allen durch die Pole jener Axe gehenden größten Kreisen die zwischen beiden Ebnen liegenden Bogen, als IE und GD, einander gleich sind. Denn jede auf den Umfang des Parallelkreises IG aus C gezogne gerade Linie macht mit der Axe AB immer einen gleichen Winkel, weil alle diese Linien in der Oberfläche eines geraden Kegels liegen, dessen Spitze C und dessen Grundfläche der Parallelkreis ist. Also ist in dem einen Kreise der Winkel GCA dem Winkel ICA im andern Kreise gleich. Folglich ist auch GCD = ICE, und da in gleichen Kreisen zu gleichen Winkeln auch gleiche Bogen gehören, so sind auch die Bogen IE und GD einander gleich. Der Bogen DE aber in der durch C gehenden schneidenden Ebne ist größer, als jeder andere ihm parallele Bogen GI, weil der Halbmesser DC größer ist, als jede Sehne GO. Daher steht der Kreis ADB in D am weitesten von der Ebne AEB ab.

Nunmehr sey N (Fig. 115) der Nordpol, C der Mittelpunkt, NCK die Axe, DFE der Aequator, ISM irgend ein Parallelkreis der Himmelskugel, und es schneide unsre Mittagsfläche ZABZ den Parallelkreis in IM, den Aequator in DE, und unsern Horizont AFB in AB. S sey irgend ein Stern in seinem Parallelkreise, und es gehe durch ihn aus N der Abweichungskreis NSH auf den Aequator, wie auch der lothrechte Kreis ZSG

aus

aus unserm Scheitelpunkte Z auf den Horizont. Wir wollen zuerst das Dreyeck CQT untersuchen.

Es ist dasselbe bey Q rechtwinklicht, weil die Axe CQ auf jedem Parallelkreise senkrecht aufsteht. Ferner ist der Winkel QCT der Polhöhe NCB gleich, deren Sinus wir a, den Kosinus aber b, nennen wollen. Endlich ist QC dem Sinus der Abweichung des Sterns S gleich, wenn man den Halbmesser der Himmelskugel zur Einheit annimmt. Denn wäre von C nach I eine gerade, und von I auf DC eine senkrechte Linie gezogen, so würde die letztere offenbar der Sinus von DI seyn, wenn CD den Sinus totus vorstellt. Jene Linie aber ist der QC parallel und gleich, weil sie, so wie NC, auf DE senkrecht, und mit QC zwischen zweyen parallelen Linien IM, DE enthalten ist. Also ist $QC = \sin. DI$. Es ist aber SH die Abweichung des Sterns S; und da NSH, NID zwey gleiche größte Kreise sind, welche durch die Pole der Kreise DE und IM gehn, so sind, wie ich eben vorher erwiesen habe, die Bogen SH und DI einander gleich. Nennen wir daher den Sinus der Abweichung des Sterns S, s, den Kosinus derselben c; so ist $QC = s$. Man hat aber auch $1 : a = CT : QT$ also $QT = a . CT$, und $CT^2 - s^2 = QT^2 = a^2 . CT^2$, also $CT^2 (1 - a^2) = s^2 = CT^2 . b^2$.

Also ist $CT = \frac{s}{b}$ und $QT = \frac{as}{b}$.

Nunmehr wollen wir aus dem Mittelpunkte des Parallelkreises Q den Halbmesser QS, SR aber senkrecht auf IM ziehen, und das Dreyeck SQR vornehmen. Hier ist $QS = QI$, QI aber offenbar der Sinus des Bogen NI. Da nun dieser mit der Abweichung des Sterns ID 90 Grade ausmacht, so

ist der Sinus von NI dem Kosinus der Abweichung gleich. Also wird QS = c. Ferner sind IQ, DC in dem Mittagskreise, und SQ, HC in dem Abweichungskreise, auf NC senkrecht. Also sind auch IQ und DC, so wie SQ und HC parallel unter sich, und die Winkel SQR und HCD einander gleich. Nun ist der Bogen HD nicht nur das Maß des Winkels HCD, sondern auch des Stundenwinkels des Sterns DNH. (1 Anmerk.) Nennen wir also den Sinus des Stundenwinkels DNH u, seinen Kosinus z; so ist sin. HCD = sin. SQR = u. Es ist aber QS : SR = 1 : u, also QS.u oder cu = SR.

Jetzt wollen wir in der Ebne des lothrechten Kreises ZSG auf ihren Durchschnitt mit der Horizontalebne CG aus S die senkrechte Linie SL ziehen. Da beide Ebnen sich senkrecht durchschneiden, so ist SL auf die Horizontalebne senkrecht (Einleit. 140), also der Mittagsebne parallel. Sie ist zugleich der Sinus des Bogen SG, so wie CL der Kosinus desselben. Nun ist SG die Höhe des Sterns S über dem Horizonte. Nennen wir also den Sinus dieser Höhe x; seinen Kosinus y; so wird SL = x und CL = y. Setzen wir ferner durch SL eine mit der Mittagsebne parallele Ebne, so muß ihr Durchschnitt mit der Horizontalebne LP dem Durchschnitte der Mittagsebne CB, und ihr Durchschnitt mit der Ebne des Parallelkreises SP dem Durchschnitte IM parallel seyn. Der Punkt P liegt im Durchschnitte der Ebne des Parallelkreises mit der Ebne des Horizonts OT, und dieser Durchschnitt ist auf die Mittagsebne senkrecht, weil so wohl die Ebne des Horizonts als auch die des Parallelkreises auf die Mittagsebne senkrecht sind (Einleit. 140). Also

ist OT auch auf IM senkrecht, also mit SR parallel. Zieht man nun noch zwischen den beiden Parallelen IM, SP, auch QV mit SR parallel, so wird $SR = QV = TP$.

Es ist aber $SV = \sqrt{(SQ^2 - QV^2)} = \sqrt{(c^2 - c^2u^2)} = \sqrt{c^2z^2}$; also $SV = cz$ und $SP = cz + \frac{as}{b}$. Nun ist aber auch $SP : SL = 1 : b$ weil der Winkel $SPL = QTC$ ist, also mit der Polhöhe QCT 90 Grade ausmacht. Folglich wird $1 : b = cz = \frac{as}{b} : x$ und $x = cbz + as$.

Aus dieser Gleichung, durch welche man die Höhe eines Sterns aus seiner Abweichung, oder aus c und s, und aus der Polhöhe, oder aus b und a, für einen jeden Stundenwinkel berechnen kann, sieht man deutlich:

1) daß ein jeder Stern zu beiden Seiten der Mittagsebne, in gleicher Entfernung von ihr, gleiche Höhen hat. Denn wenn die Stundenwinkel, also auch ihre Kosinus z, zu beiden Seiten der Mittagsebne einander gleich sind, so sind auch die Höhen der Sterne, und ihre Sinus x einander gleich. Daher nennt man dergleichen Höhen übereinstimmende.

2) daß jeder Stern immer höher steigt, wenn er sich dem Meridiane nähert und im Meridiane selbst am höchsten ist. Denn die Abweichung eines Sterns ist entweder nordlich oder südlich. Im ersten Falle hat man $x = cbz + as$; im zweyten $x = cbz - as$, weil hier die Abweichung und ihr Sinus negativ ist. In beiden Fällen ist x am größten,

wenn $z = 1$, also der Stern im Meridiane und sein Stundenwinkel $= 0$ ist. Je größer aber der Stundenwinkel nach und nach wird, von 0 bis zu 90 Graden, um desto mehr nimmt sein Kosinus z unter 1 ab, je kleiner wird also x, und bey 90 Graden ist $x = \pm as$ das heißt: der Stern, dessen Abweichung nordlich ist, befindet sich alsdann noch über dem Horizonte, der aber, welcher eine südliche Abweichung hat, ist bereits unter ihm.

3) daß jeder Stern am niedrigsten steht, wenn er das zweyte Mal durch die Mittagsehne geht. Denn ist der Stundenwinkel zwischen 90 und 180 Graden, und größer als 180 Grade kann er nie werden, so ist z beständig negativ, und man hat also $x = \pm as - cbz$. Da nun alsdann z um desto größer wird, je mehr der Stundenwinkel zunimmt, so wird x in beiden Fällen um desto kleiner, es mag as positiv oder negativ seyn, und ist am kleinsten wenn $z = 1$, also der Stundenwinkel von 180 Grad ist.

Hat ein Stern gar keine Abweichung, sondern steht er selbst im Aequator, so ist $s = 0$ und $c = 1$, also $x = bz$, daher in diesem Falle $z = 0$ wird, wenn $x = 0$ ist; das heißt: der Stern geht 90 Grade vom Meridian auf und unter.

Wenn der Stern sich selbst im Horizonte in O befindet, so ist $x = 0$ und $cbz = -as = cb\sqrt{(1 - u^2)}$, also $c^2 b^2 - c^2 b^2 u^2 = a^2 s^2$ und $\frac{c^2 b^2 - a^2 s^2}{c^2 b^2} = u^2$. Nun ist auch $c^2 b^2 = c^2 - a^2 c^2$ und $a^2 s^2 = a^2 - a^2 c^2$. Also wird auch $u = \frac{\sqrt{(c^2 - a^2)}}{cb}$ und μ be-

deutet hier den Sinus des Bogens DW oder des halben Tagebogens des Sterns, den ich A nennen will. Es geht nämlich dieser Theil des Aequators durch den Meridian, während daß der Stern von seinem Aufgange an bis zu dem Meridian gelangt.

Aus dieser Gleichung läßt sich die Verweilung eines Sterns über dem Horizonte, also auch die Länge der Tage, für jede Polhöhe berechnen, wenn die Abweichung des Sterns oder der Sonne gegeben ist. Der cos. A ist $= 1 - u^2$ also $= -\frac{as}{cb}$.

Und da DW aus dem Bogen DF von 90 Graden, und aus FW dem Aufsteigungsunterschiede des Sterns O besteht, so ist cos. A auch = sin. FW. Man erhält aber $\frac{as}{cb} =$ sin. FW wenn man die Tangente der Abweichung mit der Tangente der Polhöhe multiplizirt (Einleit. 181).

Wenn c kleiner ist als a, so wird sin. A oder u unmöglich, weil alsdann der Stern bey uns nicht untergeht. Denn c ist dem Sinus der Entfernung des Sterns vom Pole gleich.

Wenn s der Sinus der Abweichung der Sonne ist, so sieht man: 1) daß bey gleicher Abweichung und Polhöhe, zu beiden Seiten des Aequators, die Tagebogen, also auch die Tage und Nächte gleich lang sind. 2) Daß, bey einer gleichen Abweichung im Sommer, da A über 90° beträgt, der cos. A, also auch A, mit der Polhöhe zunimmt; daß aber dagegen im Winter, wo A unter 90° ist, der halbe Tagebogen A, also auch der Tag, um desto kleiner wird, je mehr die Polhöhe zunimmt, weil alsdann der Kosinus eines größern Bogens allemal

kleiner ist, als der eines kleinern. 3) Daß unter der Linie, wo $a = 0$ und $b = 1$ ist, der $\cos. A$ immer $= 0$, also A ein Bogen von 90° ist, so, daß hier die Sonne immer genau in Osten aufgeht und in Westen untergeht, also Tag und Nacht immer gleich sind. 4) Unter dem Polarkreise macht die Polhöhe mit der größten Abweichung der Sonne, die zur Zeit der Sonnenwenden Statt findet, 90 Grade. Also ist hier zu diesen Zeiten $s = b$ und $c = a$. Ist nun die Abweichung der Sonne nordlich also s positiv, so wird $\cos. A = - 1$; ist sie südlich, so wird $\cos. A = + 1$. Im ersten Falle ist also der halbe Tagbogen von 180 Graden, im zweyten ist er $= 0$. Die Sonne geht also am längsten Tage unter dem Polarkreise gar nicht unter, und am kürzesten gar nicht auf. Noch mehr muß dieses weiter gegen die Pole zu Statt finden, da die Tage im Sommer weiterhin immer länger, und im Winter immer kürzer werden.

Man sieht leicht, daß AG das Azimut des Sterns S ist, dessen Sinus ich t nennen will. Zieht man nun GY und LX parallel mit OT also senkrecht auf AB, so ist $LX = PT$ und $CG : GY = CL : LX$ also $LX = CL . GY : CG = ty$, weil GY der Sinus von AG, also $= t$ und CL der Kosinus von SG, also $= y$, CG aber als der Halbmesser der Kugel, $= 1$ ist. Also ist $ty = LX = PT = SR = cu$, und daher $t = \frac{cu}{y}$.

Wenn der Stern im Horizonte in O steht, ist $x = 0$ und $y = 1$, also $t = cu = \sqrt{\frac{(c^2 - a^2)}{b}}$.

Sein Azimut ist alsdann AO, und FO seine Morgenweite oder Abendweite. Da nun diese, wenn

man sie von AO abzieht, den Bogen AF von 90° zurückläßt, so ist der Sinus von FO dem Kosinus von AO gleich, also $= \sqrt{(1 - tt)} = \sqrt{\frac{(b^2 + a^2 - c^2)}{b^2}} = \sqrt{\frac{(1 - c^2)}{b^2}} = \frac{s}{b}$.

Man erhält daher den Sinus der Morgenweite oder Abendweite eines Sterns, wenn man den Sinus seiner Abweichung mit dem Kosinus der Polhöhe theilt.

Man kann durch die Verbindung der gefundenen Gleichungen sehr viele Aufgaben auflösen, und überhaupt von 5 Dingen: der Abweichung, der Höhe, dem Azimut, und dem Stundenwinkel eines Sterns, wie auch der Polhöhe, zwey finden, wenn die übrigen drey gegeben sind. Ich habe mich daher nicht enthalten können, die allgemeinen Gleichungen für diejenigen, welche gründlich unterrichtet seyn wollen, hier einzurücken. In besondre Anwendungen aber derselben kann ich mich hier nicht einlassen. Das einzige füge ich noch hinzu, daß man nach diesen Gleichungen, auch wenn man sie auf die Sonne anwendet, immer nach Sternzeit rechnen kann. Denn die Sonne macht durch ihre eigne und besondre Bewegung weiter keine Veränderung, als daß sie gleichsam die Sternzeit in Sonnenzeit verwandelt. Indem man also z. B. die Länge eines Tages für einen gewissen Ort und für eine gewisse Zeit nach Sternzeit berechnet, so ist die Zeit, welche man erhält, zwar richtig, aber nicht Sternzeit, sondern Sonnenzeit, weil die Sonne ins Mittel eben so gut 15 Grade, in einer Stunde Sonnenzeit, durchläuft, als ein Fixstern, in einer Stunde Sternzeit.

Uebrigens nennt man auch zuweilen den Winkel, den der durch einen Stern gehende Stundenkreis mit dem durch ihn gehenden Scheitelkreise macht, den parallaktischen Winkel des Sterns; so wie der Winkel, den der Stundenkreis mit dem auf die Ekliptik senkrechten Breitenkreise macht, wenn beide durch einen Stern gehen, der Stellungswinkel (angle de position) des Sterns genannt wird. Man muß aber den erstern sehr wohl von dem eigentlich sogenannten parallaktischen Winkel oder der Parallaxe der Sterne unterscheiden (8 Brief).

Vierter Brief.

Man kann die Sterne nicht gleich nach dem Untergange der Sonne, oder bis zu ihrem Aufgange sehen, den Mond und die Venus ausgenommen, die oft, wenn sie stark erleuchtet sind, selbst bey Tage sichtbar sind, sondern die Sonne muß eine gewisse Tiefe unter dem Horizonte haben, wenn sie dem Auge bey heiterm Himmel merklich seyn sollen. Diese Tiefe nennt man den Sehungsbogen der Gestirne, und man findet ihn, wenn man nach einer guten Uhr die Zeit genau beobachtet, welche von dem Untergange der Sonne bis zu dem Augenblicke verfließt, da gewisse Sterne sichtbar werden. Denn hieraus läßt sich, wenn man die Abweichung der Sonne und die Polhöhe weiß, die Tiefe berechnen, in welcher sie sich alsdann unter dem Horizonte befindet. Freylich haben auf den Sehungsbogen die Schärfe des Gesichts, die Reinigkeit der Luft, und andre Umstände oft einen merklichen

Einfluß; indessen lehrt dennoch die Erfahrung, daß man ihn ins Mittel bey den Planeten, außer der Venus und dem Monde, auf 10 bis 12, und bey dem Fixsternen auf 12 bis 18 Grade setzen kann. Selbst die kleinsten Fixsterne sind bey heiterm Himmel deutlich zu erkennen, wenn die Sonne 18 Grade tief unter dem Horizonte ist, und man sieht daher diese Tiefe als das Ende, oder, wenn von dem Morgen die Rede ist, als den Anfang der Dämmerung an. Denn Sie sehen leicht, daß bloß diese, welche allemal den Aufgang der Sonne ankündigt, oder ihren Untergang begleitet, die Ursache ist, weßhalb wir kleinere Sterne gleich vor dem Aufgange der Sonne, oder gleich nach ihrem Untergange, nicht sehen können. Man berechnet daher die Dauer der Dämmerung, indem man den Bogen des Horizonts sucht, der zwischen dem Meridiane und zwischen dem Abweichungskreise liegt, der durch die Sonne geht, wenn sie unter dem Horizonte eine negative Höhe von 18 Graden hat, von ihm den halben Tagebogen der Sonne abzieht, und den Ueberrest in Zeit verwandelt. [2] Bey uns dauert die Dämmerung zur Zeit der Wintersonnenwende 2½ Stunden, den ersten März und den 11 Oktober 1 Stunde 58 Minuten; in der letzten Hälfte aber des May, im Junius und bis gegen das Ende des Julius, die ganze Nacht. Es lassen sich auch die Tage der kürzesten Dämmerung für jede Polhöhe berechnen. In den heißern Ländern ist die Dämmerung kürzer, als bey uns, und sie hält unter der Linie, zur Zeit der Nachtgleichen, nur 1 Stunde und 12 Minuten an. [3] In den Polargegenden hingegen, die eine halbjährige Nacht haben, dauert die Dämmerung an 2 Monate nach dem Verschwinden und vor dem Wieder-

erscheinen der Sonne, weil diese jedesmal an 54 Tage Zeit braucht, um sich nach den Nachtgleichen auf 18° vom Aequator zu entfernen, und der Horizont der Gegend unter den Polen in die Ebne des Aequators fällt.

Die Dämmerung entsteht daher, daß die obre Atmosphäre, wenn sie von der unter dem Horizonte befindlichen Sonne erleuchtet wird, das Licht auf die Erde zurückwirft. Je tiefer sich die Sonne befindet, um desto höher liegen die erleuchteten Theile. Daher nimmt die Abenddämmerung nach und nach ab, bis sie zuletzt in Westen ganz verschwindet, wenn die Sonne auf 18 Grade tief unter den Horizont hinabgesunken ist. Nimmt man an, daß selbst an der äußersten Grenze der Atmosphäre noch Theilchen sind, welche das Licht merklich zurückwerfen, so läßt sich hieraus zeigen, daß die Atmosphäre an $9\frac{2}{3}$ Meilen hoch ist. Denn wenn Z irgend ein Ort auf der Erde (Fig. 112), ZG dessen durch die Atmosphäre gehende Horizontalebne, und F eines der allerhöchsten Lufttheilchen ist, welches den Strahl SF der 18 Grade unter dem Horizonte befindlichen Sonne nach Z zurückwirft; so ist der Winkel GFS von 18 Graden; und da $SFC = CFZ$, SFZ aber $= 180° - 18° = 162°$ ist, wenn alle Strahlen gerade fortgehn, und C den Mittelpunkt der Erde vorstellt, so wird in dem rechtwinklichten Dreyecke CFZ, der Winkel F von 81 und C von 9 Graden. Da sich also $CF : CZ = 1 : \sin. 81°$ verhält, und auf den Halbmesser der Erde CZ 860 Meilen gehen, so findet man CF von 870, also die Höhe der Atmosphäre von 10 Meilen. Aber der Strahl FZ geht nicht gerade durch die Atmosphäre, sondern er krümmt sich, und der Winkel F ist um einen halben Grad

oder um die horizontale Strahlenbrechung größer, als 81°. Daher CF : CZ = 1 : sin. $81\frac{1}{2}$° = 1 : 0,989 und CF nur $869\frac{3}{8}$ also die ganze Atmosphäre $9\frac{3}{8}$ Meilen hoch. 4.

Der Sehungsbogen der Gestirne dient zugleich dazu, daß man bey denen, welchen sich die Sonne immer mehr nähert, das Ende, und bey den andern, von welchen sich die Sonne immer mehr entfernt, den Anfang ihrer Sichtbarkeit bestimmen kann. Dieses gilt nicht nur von den Planeten, sondern auch von den Fixsternen, und Sie sehen leicht, daß selbst ein heller Fixstern nicht gesehen werden kann, wenn er weniger, als 12 Grade, von der Sonne entfernt ist. In den ältesten Zeiten war man auf das Verschwinden der Fixsterne in den Sonnenstrahlen, und auf ihr Hervortreten aus denselben sehr aufmerksam, und bestimmte darnach, aus Mangel richtiger Kalender, verschiedne Geschäfte und unter andern die Feldarbeiten. 5. Denn man sieht in den verschiednen Jahreszeiten nach und nach in Osten kurz vor dem Aufgange der Sonne, wie auch in Westen kurz nach ihrem Untergange, ganz andre Fixsterne, und dieses beweist, daß die Sonne, in Ansehung dieser Sterne, eine eigne und besondre Bewegung hat. Sie bleibt, in Ansehung ihrer, beständig nach Osten zurück, da sie immer später in dem Meridiane wieder ankommt, als der Fixstern, mit welchem sie vorher durchgegangen ist, und die tägliche Bewegung von Osten nach Westen geht. Wenn sie z. B. heute mit einem Fixsterne kulminirt, so kommt dieser schon nach 23 Stunden 56 Minuten 4 Sekunden wieder in den Meridian, die Sonne aber erstlich nach 24 Stunden. Die Sonne hat sich also schon um 4 Minuten verspätet. Den folgenden Tag kulminirt derselbe Fix-

stern schon an 8 Minuten, nach einem Monate etwa um 30. 4 Minuten, oder um 2 Stunden, und nach 12 Monaten um 24 Stunden früher, als die Sonne. Er geht also zwar nach einem Jahre wieder zugleich mit der Sonne durch den Meridian, in der That aber hat er in dieser Zeit, oder in 365 Tagen 366 Mal kulminirt. Die Zeit seines Umlaufs ist um $\frac{1}{366}$ kürzer, als die Zeit des Umlaufs der Sonne, und deßhalb macht der 366ste Theil von 24 Stunden, 3 Minuten und 56 Sekunden aus.

Die Sonne durchläuft also zwischen den Fixsternen das Jahr über, von Westen nach Osten zu, einen gewissen Kreis, und diese ihre jährliche Bewegung müssen Sie von der täglichen sehr wohl unterscheiden. Sie macht unter andern, daß wir im Winter des Abends in einer gewissen Gegend des Himmels ganz andre Sterne sehen, als im Sommer; daß gewisse Sterne zu gewissen Zeiten des Jahres mit der Sonne zugleich am Himmel stehen und also unsichtbar sind, und ein halbes Jahr nachher des Nachts kulminiren, weil sich die Sonne von ihnen indessen weit entfernt hat; daß einige Fixsterne unter ihren Strahlen verschwinden, andre dagegen wieder in der Morgendämmerung sichtbar werden; und daß diese Reihe von Veränderungen alle Jahre wieder von vorne anfängt.

Die Sonne hat in unserm Sommer beständig eine nordliche, und in unserm Winter eine südliche Abweichung, die man leicht durch die Beobachtung ihrer Mittagshöhe finden kann, wenn man die Polhöhe, also auch die Aequatorhöhe, an dem Orte der Beobachtung kennt. Die größte Mittagshöhe, z. B. welche der Mittelpunkt der Sonne im Sommer zur Zeit der Sonnenwende 1738 in Paris

erreichte, war von 64 Graden 38 Minuten 10 Sekunden. Nun ist in Paris die Höhe des Aequators 41 Grad 9 Minuten 50 Sekunden groß. Der Unterschied beider Höhen, welcher 23 Grade 28 Minuten 20 Sekunden beträgt, giebt also die größte nordliche Abweichung der Sonne, und man findet im Winter, zur Zeit der Sonnenwende, ihre größte südliche Abweichung eben so groß. Zu den Zeiten der Nachtgleichen aber hat sie gar keine Abweichung, sondern sie befindet sich im Aequator selbst, und die beiden Punkte, wo sie sich alsdann befindet, der Frühlingspunkt und der Herbstpunkt, stehen einander, vermöge der Erfahrung gerade gegen über, so, daß zwischen beiden die Hälfte des Aequators von 180 Graden liegt. Es scheint also, daß die jährliche Bahn der Sonne, oder die Ekliptik, denn so nennt man diese Linie, ein größter Kreis an der Himmelskugel ist, welcher den Aequator in zwey gleiche Hälften theilt, und zugleich von ihm in zwey gleiche Hälften getheilt wird, deren die eine über ihn gegen Norden, und die andre unter ihn, gegen Süden, fällt. Unter dieser Voraussetzung muß die ganze Sonnenbahn in einer Ebne liegen, welche die Ebne des Aequators unter einem Winkel durchschneidet, der der größten Abweichung der Sonne gleich ist, und die Schiefe der Ekliptik genannt wird. 6. Verzeichnet man nun einen solchen Kreis unter dem gehörigen Winkel auf einer Kugel, die mit einem Aequator und seinen Polen versehen ist, und theilt man ihn hierauf in 365 gleiche Theile nach der Zahl der Tage eines gemeinen Jahres, so kann man die Abweichung der Sonne für jeden Tag des Jahrs durch die Verzeichnung bestimmen. Richtiger und genauer erhält man sie, wenn man den

Sinus ihrer größten Abweichung mit dem Sinus des Bogens multiplizirt, der zwischen dem Frühlingspunkte oder Herbstpunkte und dem Orte der Sonne in der Ekliptik liegt. Denn dieses Produkt giebt den Sinus der Abweichung, welche alsdann die Sonne hat. [7] Beobachtet man nun oft und zu verschiednen Zeiten des Jahres die Abweichung der Sonne, so findet man zwischen den berechneten und beobachteten Abweichungen immer die genaueste Uebereinstimmung. Und so überzeugt man sich, daß die Ekliptik wirklich ein größter Kreis der Himmelskugel ist.

Die Ekliptik wird, so wie der Aequator, vom dem Frühlingspunkte an, wo beide Kreise sich durchschneiden, in 360 Grade getheilt, und diese Grade gehen nach der Richtung der jährlichen Bewegung der Sonne von Westen nach Osten. Bey dem neunzigsten Grade hat die Ekliptik ihre größte nordliche Abweichung, und dieser Punkt heißt der Sommerpunkt. Bey 180 Graden schneidet die Ekliptik den Aequator wieder im Herbstpunkte. Bey 270 Graden hat sie ihre größte südliche Abweichung im Winterpunkte. Man nennt auch den Frühlingspunkt und Herbstpunkt zusammen die Punkte der Nachtgleichen, und die andern beiden Punkte zusammen die Punkte der Sonnenwenden. Die beiden Abweichungskreise, welche durch diese vier Punkte gehen, heißen die Koluren, und Sie sehen leicht, daß der Kolur der Nachtgleichen auf der Himmelskugel das vorstellt, was der erste Mittagskreis auf der Erdkugel ist. Unfehlbar hat man Anfangs die Ekliptik, nach der Zahl der Tage des Jahres, in 365 Theile getheilt; weil aber diese Theilung sehr schwer ist, so hat man lieber die sehr viel bequemere Zahl

360, welche von der erstern nur wenig verschieden ist, gewählt, und daher ist die Gewohnheit entstanden, daß wir heutzutage jeden Kreis in 360 Grade theilen.

Da das Jahr 12 Monate enthält, so hat man die Ekliptik auch in 12 größere gleiche Theile getheilt, deren jeder 30 Grade in sich begreift. Diese Theile heißen die himmlischen Zeichen, und haben, ungeachtet sie bloß eingebildete Theile sind, ihre besondere Namen. Sie folgen einander von Westen nach Osten in nachstehender Ordnung: der Widder ♈, der Stier ♉, die Zwillinge ♊, der Krebs ♋, der Löwe ♌, die Jungfrau ♍, die Wage ♎, der Skorpion ♏, der Schütze ♐, der Steinbock ♑, der Wassermann ♒, und die Fische ♓. Der erste Punkt des Widders ist der Frühlingspunkt; der erste der Wage, der Herbstpunkt; der erste des Krebses und des Steinbocks sind die Punkte der Sonnenwenden. Vom Steinbocke bis zum Ende der Zwillinge erhebt sich die Sonne immer höher nach Norden. Daher heißen diese 6 Zeichen die aufsteigenden, und die übrigen 6 aus einer entgegengesetzten Ursache die absteigenden Zeichen. Vom Widder an fallen die ersten 6 Zeichen über den Aequator, und von der Wage an die 6 übrigen Zeichen unter ihn. Sie müssen aber diese Zeichen mit den Sternbildern, welche gleiche Namen führen, ja nicht verwechseln, wovon Sie die Ursache in der Folge einsehen werden. Die Astronomen haben bloß die Eintheilung nach Zeichen in der Ekliptik beybehalten, und bezeichnen z. B. einen Bogen derselben von 88 Graden 12 Minuten auf folgende Art: 2 Zeichen 28 Grade 12 Minuten. Steht die Sonne so, so steht sie 28 Grade 12 Minuten im dritten

Zeichen oder den Zwillingen. Zwölf volle Zeichen, so wie 24 volle Stunden, bezeichnen sie mit 0. So ist 0 St. 6′ bey ihnen, der Zeit nach, 6 Minuten nach 12 Uhr Mittags, und 0 Zeichen 12 Gr. ist der 12te Grad des Widders.

Anmerkungen.

1. Dieses kann auch durch die in der 3 Anmerk. des vorhergehenden Briefes gegebnen Formeln geschehen. Hier ist $x = cbz + as$. Beobachtet man nun z. E. am Tage der Nachtgleiche (wo die Abweichung der Sonne, also auch $s = 0$ und $c = 1$ ist) unter der Linie (wo die Polhöhe $= 0$ und $b = 1$ ist) die Zeit der Dämmerung, und findet sie von 1 Stunde 12 Minuten oder von $1\frac{1}{5}$ Stunde, so ist erstlich $x = z$, und ferner machen $1\frac{1}{5}$ Stunde in Theilen des Aequators 18 Grade aus. Also wird der Stundenwinkel, der zu der Höhe gehört, welche alsdann die Sonne hat, da sie 90 Grade vom Meridiane untergeht, $90 + 18$ oder 108 Grade, und der Kosinus z dieses Winkels ist $= -\sin. 18°$. Also ist $x = -\sin. 18°$, oder die Sonne steht 18 Grade unter dem Horizonte, wenn die Dämmerung aufhört, oder $1\frac{1}{5}$ Stunde nach ihrem Untergange.

2. Wenn DW (Fig. 115) der halbe Tagebogen der Sonne ist, sie selbst aber in M 18 Grade unter dem Horizonte steht, und NME ihr Abweichungskreis in M ist, so darf man nur den Bogen WE, als den Unterschied zwischen den Bogen DE und DW, in Sternzeit verwandeln, um die Dauer der Dämmerung zu haben. In Berlin z. B. ist die Polhöhe 52 Grad $31\frac{1}{2}$ Minute, also ihr Kosinus $b = 0{,}6083$. Am Tage der Nachtglei-

chen

chen ist daselbst $s = 0$, $c = 1$ und $x = bz = 0{,}6083\, z$. Steht also die Sonne 18 Grade unter dem Horizonte, so ist alsdann $x = -\sin. 18° = -0{,}309$ und daher $-0{,}508 = z$. Da nun die Sonne alsdann 90 Grade vom Meridian untergeht, so ist $\sin. WE = 0{,}508$, also $WE = 30° 31'$. Dieser Bogen giebt, wenn man ihn durch die Theilung mit 15 in Sternzeit verwandelt, 2 Stunden 2 Minuten, als die Dauer der Dämmerung zu Berlin am Tage der Nachtgleichen.

3. Der Kosinus von DE oder z (Fig. 115) ist $\frac{x - as}{cb}$ und der Kosinus von $DW = -\frac{as}{cb}$ (Anmerk. 3 Nr. 3). Ferner ist das Differenzial des ersten Kosinus dem Differenziale des Bogens DE multiplizirt mit dem Sinus von DE, und das Differenzial des letztern Kosinus dem Produkte $dDW. \sin. DW$ gleich (Einleit. 243). Man muß also $\frac{x - as}{cb}$ und $\frac{-as}{cb}$ so differenziren, daß man bloß s und c als veränderlich ansieht, das erste Differenzial mit dem Sinus von DE, das andre mit dem Sinus von DW dividiren, und beide Quozienten, oder die Differenziale dDE und dDW, einander gleich setzen, wenn man die Abweichung der Sonne für die kürzeste Dämmerung erhalten will. Denn so lange die Dämmerung zunimmt, wird das Differenzial des Bogens DE immer größer, wenn das von DW immer gleich stark wächst, und das erstre wird nach und nach wieder immer kleiner, so lange die Zeit der Dämmerung wieder abnimmt. Endlich werden, wenn diese Zeit am kleinsten ist, beide Differenziale einander gleich. Richtet man

also die Gleichung so ein, wie ich gesagt habe; so erhält man $(a - sx) \sqrt{(1 - s^2 - a^2)} = - a \sqrt{(1 - s^2 - a^2 - x^2 - 2asx)}$ und hieraus $x = \frac{2as}{a^2 + s^2}$. Nennt man daher den Bogen von 18 Graden, dessen Sinus x ist, indessen r, so wird $- \sin. r = \frac{2as}{a^2 + s^2}$ und $\cos. r = \frac{a^2 - s^2}{a^2 + s^2}$ und $1 - \cos. r = \frac{2s^2}{a^2 + s^2}$. Nun muß man sich erinnern, daß $\sin. r = 2 \sin. \frac{1}{2} r. \cos. \frac{1}{2} r$ und $1 - \cos. r = 2 (\sin. \frac{1}{2} r)^2$ ist (Einleit. 187). Also wird $- \sin. \frac{1}{2} r. \cos. \frac{1}{2} r = \frac{as}{a^2 + s^2}$ und $(\sin. \frac{1}{2} r)^2 = \frac{s^2}{a^2 + s^2}$. Dividirt man nun diese Gleichung mit der vorhergehenden, so bekommt man $\text{tang.} \frac{1}{2} r = - \frac{s}{a}$; und hierauf gründet sich die sehr leichte und einfache Regel, daß man nur die Tangente von $\frac{1}{2}$ r oder von 9 Graden mit dem Sinus der Polhöhe multipliziren darf, um den Sinus der Abweichung der Sonne am Tage der kürzesten Dämmerung zu finden. Diese Abweichung aber ist bey uns südlich, weil s negativ ist.

In Warschau z. B. ist die Polhöhe 52° 14′, also ihr Sinus oder a = 0,79. Multiplizirt man nun diese Zahl mit 0,15838 als der Tangente von 9 Graden, so erhält man 0,12512 als den Sinus der Abweichung s. Die südliche Abweichung der Sonne beträgt also 7° 11′ an den Tagen der kürzesten Dämmerung, und da die Sonne in Warschau den 1 März und den 11 Oktober jene Abweichung hat, so fällt die kürzeste Dämmerung auf

diese Tage. Unter der Linie, wo $a = 0$ ist, muß am Tage der kürzesten Dämmerung auch $s = 0$ seyn; weil a. tang. $\frac{1}{2}$ $r = s$ ist. Also fallen dort die Tage der kürzesten Dämmerung auf die Nachtgleichen, und die Dämmerung dauert alsdann 1 Stunde 12 Minuten (1 Anmerk.).

Eine ähnliche Frage ist die: wenn die Sonnenscheibe unter einer gewissen Polhöhe am geschwindesten sich durch den Horizont bewegt? Diese Zeit fällt allenthalben auf der Erde auf die Nachtgleichen. In Warschau z. B. braucht die Sonnenscheibe am längsten Tage 4′ 36″ und am kürzesten 4′ 45″, an den Tagen der Nachtgleichen aber nur 3′ 31″ Zeit, um durch den Horizont zu gehen.

4. Da hier von der Höhe der Atmosphäre die Rede ist, so ergreife ich diese Gelegenheit, um zu demjenigen, was ich von den Höhenmessungen mit dem Barometer bereits im ersten Bande gesagt habe, das nöthige hinzuzufügen. Die Dichte der Atmosphäre nimmt mit ihrer Höhe beständig ab, und daher fällt ein Barometer um desto tiefer, je höher man hinaufsteigt. Gesetzt die Dichte der Luft verhalte sich unten in A (Fig. 116) zur Dichte des Quecksilbers im Barometer, wie $1 : m$, und oben in D, wie $1 : n$; so verhält sich die Dichte der Luft in A zu der in D, wie $n : m$. Ist nun die Höhe des Barometers in $A = f$, und in $D = y$, so verhalten sich die Gewichte, durch welche die Luft in A und D zusammengedrückt wird, wie $f : y$. Also ist, nach dem Gesetze des Mariotte, *)
$n : m = f : y$ und $\frac{1}{n} = \frac{y}{mf}$. Gesetzt, es sey Dd ein unendlich kleiner Theil der Höhe $AD = x$

*) Man sehe den 47 Brief des ersten Bandes.

der Luftsäule, so hat die Luft überall in diesem Theilchen $dx = Dd$ die Dichte $\frac{1}{n}$. Fällt nun zugleich das Barometer, indem man es aus D, wo es die Höhe y hat, in d bringt um die Höhe dy, so verhalten sich die Höhen dy und dx der beiden im Gleichgewichte stehenden Säulen umgekehrt, wie ihre eigenthümlichen Schweren, oder, welches einerley ist, umgekehrt wie die Dichten des Quecksilbers und der Luft. *) Also ist $dy : dx = \frac{1}{n} : 1$ und

$$dy = \frac{1}{n} dx = \frac{y}{fm} dx, \text{ also } \frac{fm\,dy}{y} = dx.$$

Dieses Differenzial gehört zu dem Logarithmen von y (Einleit. 242), man muß aber hier eine beständige Größe hinzufügen, weil $y = f$ wird, wenn $x = 0$ ist (Einleit. 241). Es ist also das Differenzial von $lf - ly$, wenn man fm zum Modul dieser Logarithmen annimmt. So wird $x = lf - ly$: und $lf = ly$ also auch $f = y$, wenn $x = 0$ ist. Da nun der Logarithme jeder Zahl in einem Systeme, zu dem Logarithmen derselben Zahl in einem andern Systeme, ein beständiges Verhältniß hat (Einleit. 196), so wollen wir setzen, dieses beständige Verhältniß sey zwischen unsern und den Briggischen gemeinen Logarithmen, wie $1 : b$, so wird $x = b . l\frac{f}{y}$ in Briggischen Logarithmen seyn. Wollte man natürliche Logarithmen brauchen, so müßte man sie mit am multipliziren (Einleit. 242). Nun ist f oder die Höhe des Barometers, unten am Ufer des Meeres, im Mittel von 28 Pariser Zollen, oder von $\frac{7}{18}$ Par.

*) Man sehe den 40. und 47. Brief des ersten Bandes.

Klaftern, und m pflegt ungefähr 11200 zu seyn. Also ist fm ins Mittel = $4355\frac{5}{8}$ in Klaftern. Diese Zahl muß man mit 2,302585 multipliziren, wenn man Briggische oder gemeine Logarithmen brauchen will, um diese dadurch in natürliche zu verwandeln. Folglich ist: fm . 2, 3 ... oder b, = 10018, fast völlig 10000. Da nun die Dichte der Luft durch die Wärme ungemein verändert wird, so muß es einen gewissen Grad der Wärme geben, bey welchem b genau = 10000 ist, und man die große Bequemlichkeit hat, daß man die Höhe $x = 10000 \, l \frac{f}{y}$ sogleich in Pariser Klaftern erhält, wenn man gemeine Logarithmen braucht.

Herr Deluc setzt diese Wärme, welche man auch die Normaltemperatur nennt, auf $16\frac{3}{4}$ Französische Grade; allein genauere und schärfere Untersuchungen haben gezeigt, daß sie $11\frac{1}{2}$ Grade nach dem Französischen Thermometer ausmacht. Bey diesem Grade der Wärme erhält man die Höhe z. B. eines Berges, an dessen Fuß in A und auf dessen Spitze in D man die Höhe des Barometers beobachtet hat, sogleich in Pariser Klaftern durch die Formel $x = 10000 \, l \frac{f}{y}$ oder $= 10000$ $(lf - ly)$ (Einleit. 193). Nur muß man die Höhe des Barometers, da eine Quecksilbersäule von 28 Zollen durch die Wärme vom Eispunkte bis zum Südpunkte ungefähr um $5\frac{1}{2}$ Linie verlängert wird, sowohl oben, als unten, auf die Normaltemperatur reduziren und so verbessern.

Da aber die Wärme der Luft mehrentheils oben in der Höhe von der untern beträchtlich verschieden ist, so nimmt man ein Mittel zwischen der erstern

und letztern und sieht dieses als die mittlere Wärme der ganzen Luftsäule an, ungeachtet diese Voraussetzung wahrscheinlich in vielen Fällen unrichtig ist. Daher hat man auch bis jetzt noch keine sichere Regel, nach welcher man die gefundne Höhe verbessern könnte, wenn die Wärme der Luft von der Normaltemperatur merklich abweicht. Am meisten stimmt noch die folgende mit der Erfahrung überein, daß man, wenn der Französische Grad der mittleren Wärme g heißt, die gefundne Höhe mit

$1 + \frac{g - 11,5}{192}$ multipliziren soll, oder daß überhaupt $x = 10000 \left(1 + \frac{g - 11,5}{192}\right) (lf - ly)$ ist, indem f die Höhe des Barometers unten am Fuße, und y die Höhe oben auf der Spitze eines Berges bedeutet. Es ist also bey den Höhenmessungen mit dem Barometer allerdings noch immer einige Ungewißheit übrig, der auch die neueren Vorschläge, die Luft unten und oben abzuwägen, und zugleich das Barometer zu beobachten, nicht haben abhelfen können. Man muß noch mehrere Reihen sehr genauer Beobachtungen machen, ehe man im Stande seyn wird, hierin etwas gewisses zu bestimmen. Ueberhaupt aber erfordern dergleichen Beobachtungen die besten Barometer und die äußerste Genauigkeit, wenn sie nützlich seyn sollen.

5. In Beziehung auf die Sonne unterschieden die Alten den Aufgang oder Untergang eines Fixsterns mit Aufgang der Sonne (ortus cosmicus); Aufgang oder Untergang bey Untergang der Sonne (ortus acronyctus); und das Hervortreten aus den Sonnenstrahlen (ortus heliacus) oder das Verschwinden

unter denselben (occasus heliacus). Zum Verstande der alten Schriftsteller ist es nothwendig, diesen Unterschied zu wissen.

6. Denn der Aequator und die Ekliptik sind zwey größte Kreise der Himmelskugel, welche von dem Abweichungskreise oder Kolure der Sonnenwenden rechtwinklicht durchschnitten werden. Daher ist der zwischen beide Kreise fallende Bogen des Kolurs das Maß der Schiefe der Ekliptik (3 Brief 1 Anmerk.).

7. Wenn AFB (Fig. 115) die Ekliptik vorstellt, so ist für jeden Ort O, der Theil FO des Bogens AO, der vorher das Azimut vorstellte, der Bogen der Ekliptik, der zwischen dem Frühlingspunkte oder Herbstpunkte F und dem Orte O der Sonne liegt. Der Sinus von FO ist $= \frac{s}{b} = p$ (3 Brief 3 Anmerk.), und s bedeutet hier den Sinus der Abweichung des Orts O, b aber den Kosinus von NB, oder den Sinus von ZN, der größten Abweichung der Ekliptik, also sin. 23° 28′ = 0,3982. Denn da ZC auf die Ekliptik, und NC auf den Aequator, senkrecht ist, so machen beide Axen zusammen einen Winkel unter sich, welcher der Schiefe der Ekliptik gleich ist. Also ist s = 0,3982 p. Ist z. B. p = sin. 30° = 0,5, so wird FO = 11° 29′; ist p. = sin. 60° = 0,866, so wird FO = 20° 10′ und ist p = sin. 90° = 1, so wird FO 23° 28′. So kann man Grad für Grad, Minute für Minute, Sekunde für Sekunde, die Abweichungen der Punkte der Ekliptik berechnen, und hat das nur nöthig bey einem einzigen Quadranten zu thun. Denn zu beyden Seiten der Koluren, und in gleichen Entfernungen

gen von ihnen, sind auch immer die Abweichungen sich gleich.

Uebrigens gehen die Pole der Ekliptik täglich zwey Mal durch unsere Mittagsebne. In diesen beiden Augenblicken befindet sich der Frühlingspunkt und der Herbstpunkt in unserm Horizonte, und ist 90 Grade von unserm Meridiane entfernt. Zu jeder andern Zeit sind immer andre und andre Punkte der Ekliptik im Horizonte, und man nennt jedes Mal denjenigen Punkt der Ekliptik der Neunzigsten, der von jenen zweyen Punkten im Horizonte um 90 Grade absteht. Er ist immer der mittelste und höchste Punkt der über dem Horizonte sichtbaren Hälfte der Ekliptik. Denn die Ekliptik und der Horizont schneiden sich immer, als zwey größte Kreise der Himmelskugel, in zwey gleiche Hälften.

Fünfter Brief.

Die Sonne durchläuft mit ihrer jährlichen Bewegung in einem Monate ein himmlisches Zeichen. Sie tritt um das letzte Drittel eines jeden unserer Monate, zwischen dem 18 und 23, in ein andres Zeichen: im März in den Widder, im April in den Stier, im May in die Zwillinge, im Junius in den Krebs, im Julius in den Löwen, im August in die Jungfrau u. s. w. Diese letztre stellt die Göttin der Ernte vor, und man bildet sie mit einer Korngarbe in der Hand ab. Es schein also, daß ein altes Volk, welches ein dem unsrigen ähn-

liches kaltes Klima bewohnte, die jetzt allgemein angenommenen himmlischen Zeichen zuerst erfunden hat, obgleich uns die Geschichte von diesem Volke keine Nachricht giebt. Denn in Griechenland und in allen wärmeren Ländern erntet man viel frü- her, als mit Ende des Augusts. Ueberdieses pas- sen auch die Zwillinge, als ein Zeichen der Frucht- barkeit, auf unser Klima, weil hier der May der fruchtbarste Monat ist. Selbst die übrigen Zeichen scheinen deutliche Beziehungen auf gewisse Eigen- heiten zu haben, wodurch sich bey uns noch jetzt ein Monat vor dem andern auszeichnet.

Wenn die Sonne ihre Abweichung nicht än- derte, so würde sie täglich einen Parallelkreis be- schreiben. Da sie aber beständig fort ihre Ab- weichung ändert, so beschreibt sie am Himmel eine Art von Schraubenlinie, in welcher sie sich bald über den Aequator herauf, bald unter ihn herun- ter, windet. Indessen sind die einzelnen Windun- gen dieser Schraubenlinie von Kreisen nur wenig verschieden. Daher scheint die Sonne zur Zeit der Nachtgleichen den Aequator, und zur Zeit der Son- nenwenden die Wendekreise zu durchlaufen, und ihre Abweichung ist im ersten Falle = 0, im an- dern aber der Schiefe der Ekliptik gleich, die man also durch Beobachtungen der Mittagshöhe der Sonne an den längsten und kürzesten Tagen finden kann.

Die Ekliptik ist ein so wichtiger Kreis für den Astronomen, daß er ihn auf der Himmelskugel dem Aequator vorgezogen, und zur Bestimmung der Länge und Breite ihrer verschiednen Punkte gebraucht hat. Daher kommt es, daß auf der Himmelskugel die besondern Namen der geraden Aufsteigung und

Abweichung erfunden werden mußten, um die Punkte derselben auch auf den Aequator beziehen zu können. Die Axe der Ekliptik beschreibt mit ihren Polen, bey der täglichen Umdrehung der Himmelskugel, zwey kleine Kreise um die Pole derselben, welche die Polarkreise des Himmels vorstellen. Jeder größte Kreis, welcher durch die Pole der Ekliptik geht, heißt ein Breitenkreis, weil der Bogen eines jeden, der zwischen einen Stern und die Ekliptik fällt, die Breite des Sterns genannt wird. Die Sonne selbst hat keine Breite, weil sie immer in der Ekliptik ist, und ihre Länge wird, wie gewöhnlich, durch die himmlischen Zeichen bestimmt. Wenn sie z. B. von 7 Zeichen 12 Graden und 15 Minuten ist, so befindet sich die Sonne 222 Grade 15 Minuten vom Frühlingspunkte, nach Osten zu, entfernt. Auf eine ähnliche Art drückt man die Länge auch eines andern Gestirnes durch den Bogen der Ekliptik aus, der zwischen den Frühlingspunkt und das Gestirn fällt. Man kann daher die Lage eines jeden Punkts der Himmelskugel entweder durch die gerade Aufsteigung und Abweichung, oder auch durch die Länge und Breite ganz vollkommen bestimmen, nachdem man ihn entweder auf den Aequator oder die Ekliptik beziehen will. Gewöhnlich geschieht das letztre beym Monde und den Planeten, das erstre aber bey den Fixsternen. [1]

Die Schiefe der Ekliptik nimmt jetzt etwas ab, und zwar nach den neuesten Beobachtungen, welche die einzigen zuverlässigen sind, etwa um 33 Sekunden in hundert Jahren. Euler war der erste, welcher bewies, daß sie, wenigstens nach der jetzigen Lage der Dinge, abnehmen müsse, und nachher haben die Herren de la Lande, de la Grange und de la

Place sich mit dieser Untersuchung beschäftigt. Indessen kann jene Abnahme nie höher, als auf etwa anderthalb Grade, steigen. Jetzt ist die Schiefe der Ekliptik ins Mittel beynahe von 23 Graden 28 Minuten. Denn sie nimmt außerdem, wegen der Einwirkung des Mondes, noch periodisch 9 Jahre lang etwas zu, und 9 Jahre ab, jedoch so wenig, daß die ganze daher rührende Veränderung nur 18 Sekunden beträgt.

Die Sonne geht des Winters in ihrer Bahn geschwinder fort, als des Sommers, und überhaupt ist ihr jährlicher Lauf etwas ungleichförmig. Die Astronomen haben also ganze Reihen von Jahren zusammengenommen, sie ganz gleichförmig eingetheilt, und so den mittleren Lauf der Sonne für jedes Jahr und jeden Tag berechnet, aus welchem sie nachher durch verschiedne Verbesserungen, die nach gewissen Regeln angebracht werden müssen, den wahren Ort und die Länge der Sonne für einen jeden Meridian herleiten. Jener mittlere Lauf kommt also gleichsam einer eingebildeten Sonne zu, welche beständig im Aequator aufs gleichförmigste fortgeht, und jeden ganzen Umlauf vollkommen in eben derselben Zeit vollendet, in welcher die wirkliche Sonne den ihrigen endigt. Der Zeitpunkt nun, da diese mittlere Sonne durch unsern Meridian geht, heißt der mittlere Mittag. Die Zeit, welche zwischen zweyen unmittelbar auf einander folgenden mittleren Mittagen verfließt, bleibt sich immer vollkommen gleich. Theilt man sie in 24 gleiche Stunden, und die Stunden wieder in Minuten und Sekunden, so heißt diese Zeit: mittlere Sonnenzeit, und dergleichen Zeit zeigen gewöhnlich Pendeluhren. Der Zeitpunkt hingegen, da der Mittelpunkt der wirklichen Sonne

durch unsern Meridian geht, heißt der wahre Mittag, und wenn man auch hier den Zeitraum zwischen zweyen unmittelbar auf einander folgenden Mittagen in Stunden u. s. w. eintheilt, so erhält man wahre Sonnenzeit, welche gute Sonnenuhren zeigen.

Der Unterschied zwischen dem mittleren und dem wahren Mittage heißt die Gleichung der Zeit. Man findet sie, wenn man nach den astronomischen Tafeln für einen gewissen Meridian den mittleren Ort der Sonne, oder die Entfernung der erdichteten Sonne vom Frühlingspunkte auf irgend einen Mittag berechnet, und den Unterschied zwischen ihr und der geraden Aufsteigung, welche die wirkliche Sonne in diesem Zeitpunkte hat, in Zeit verwandelt. Denn diese verwandelte Zeit ist die Gleichung für den angenommenen Mittag. Freylich findet man sie auf diese Art nicht ganz genau, da man, um die gerade Aufsteigung der Sonne an einem gewissen Mittage zu finden, vorher ihre wahre Länge auf diesen Zeitpunkt berechnen, folglich, wenn man sie genau haben will, den wahren Mittag in den mittleren, nach welchem die astronomischen Tafeln berechnet sind, verwandeln, also die Gleichung der Zeit schon kennen muß. Allein der Fehler, den man dadurch begeht, daß man den wahren Mittag anstatt des mittleren setzt, ist nur geringe, da der Unterschied beider Mittage mehrentheils klein ist, und nur zwey Mal im Jahre bis auf eine Viertelstunde ungefähr steigt. *) Ueberdieses kann man jenen Fehler nachher, wenn man die Gleichung der Zeit erstlich beyläufig kennt, so

*) Nämlich im Anfange des Februars auf $14\frac{2}{3}$ und im Anfange des Novembers bis auf $16\frac{1}{4}$ Minuten höchstens.

viel es nur immer nöthig ist, verbessern. Die gemeinen Uhren werden nach dem wahren Mittage gestellt, aber die Pendeluhren oder Probiruhren, nach welchen man die gemeinen Uhren richtet, wenn die Sonne nicht scheint, oder keine gute Sonnenuhr bey der Hand ist, müssen mittlere Sonnenzeit zeigen. Eine solche Probiruhr zeigte z. B. in Berlin den 4 August 1791 am wahren Mittage 12 Uhr 5 Minuten 41 Sekunden und in dem Augenblicke, da sie dieses zeigte, richtete man die gemeinen Uhren auf 12. Man muß aber für jedes Jahr besonders die Zeitgleichung auf jeden Tag berechnen, wenn man wissen will, wie viel eine Probiruhr, zur Zeit des wahren Mittags, zeigt. Denn da die Zeitgleichung sich beständig ändert, wiewol in 24 Stunden nur höchstens um 30 Sekunden, und unser Jahr nur nach ganzen Tagen gerechnet wird, also nie dem wahren Jahre völlig gleich ist, so ändert sich die Gleichung der Zeit alle Jahre für die einzelnen Mittage etwas. Indessen hat man auch allgemeine Tafeln für diese Gleichung, die aber nur beynahe richtig sind. Mitten im April und Junius, wie auch mit Ende des Augusts und den 24 Dezember, fällt der wahre Mittag mit dem mittleren fast ganz zusammen, sonst sind beide beständig von einander verschieden.

Die Astronomen pflegen ihre Beobachtungen mehrentheils in wahrer Sonnenzeit anzugeben, die sie durch ihre Pendeluhren bestimmen, die aber sehr gleichförmig und richtig gehen müssen, wenngleich sie weder eigentliche mittlere Sonnenzeit noch Sternzeit zeigen. Sie bemerken nämlich an dem wahren Mittage vor der Beobachtung, da die Sonne durch den Meridian geht, die Zeit der Uhr genau. Gesetzt sie hätte alsdann 11 gezeigt,

so würde zu der Zeit der Beobachtung selbst eine Stunde addirt werden müssen, weil die Uhr im Zeitpunkte des wahren Mittags eigentlich hätte 12 zeigen sollen, wenn ihre Zeit wahre Zeit gewesen wäre. Eben so sorgfältig bemerkt man, wie viel die Uhr am wahren Mittage nach der Beobachtung zeigt. Ist es auf ihr wieder 11 Uhr, so waren ihre Stunden zwischen den zwey Mittagen wahre Sonnenstunden, die weiter keine Verbesserung brauchen. Zeigt sie aber alsdann 10 oder 12, so waren im ersten Falle 23, und im letzter 25 ihrer Stunden, 24 wahren Sonnenstunden gleich. In beiden Fällen muß also die nach der Uhr gefundne Zeit dadurch in wahre Zeit verwandelt werden, daß man nach der Regeldetri berechnet, wenn 23 oder 25 Stunden Uhrzeit 24 Stunden wahrer Sonnenzeit gleich sind, wie viele Stunden der letztern die gefundne Uhrzeit der Beobachtung ausmacht.

Ueberdieses fangen die Astronomen ihren Tag immer in dem wahren Mittage und 12 Stunden später an, als den bürgerlichen Tag. Dadurch, und daß sie die Stunden in eines fort bis 24 zählen, unterscheidet sich die astronomische Zeit von der bürgerlichen, indem übrigens diese, so gut, wie jene, wahre, oder auch mittlere Zeit seyn kann. Auch pflegen die Astronomen alles in verfloßner (tempus completum) und nicht in laufender Zeit (tempus currens) zu bestimmen. Wenn sie z. B. eine Begebenheit auf 1720 Jahre nach Christi Geburt, 41 Tage, 22 Stunden, 16 Minuten 5 Sekunden setzen, so fällt dieser Zeitpunkt, nach bürgerlich laufender Zeit, auf 1721 den 12 Februar 10 Uhr 16 Minuten, 5 Sekunden Vormittags.

Man kann die Sonnenzeit eben so in Bogen verwandeln, wie die Sternzeit. Denn die Sonne durchläuft, durch ihre tägliche Bewegung, in 24 Stunden Sonnenzeit, eben so gut 360 Grade, also in einer Stunde 15 Grade am Himmel, als ein Fixstern in einer Stunde Sternzeit durch 15 Grade geht; oder mit andern Worten: von dem Stundenwinkel der Sonne gehen eben so gut auf jeden Grad 4 Minuten mittlere Sonnenzeit, als von dem Stundenwinkel der Fixsterne 4 Minuten Sternzeit auf jeden Grad gehen. Auch der Unterschied der Sternzeit und der mittleren Sonnenzeit läßt sich leicht bestimmen, da Sie wissen, daß jeder Fixstern seinen ganzen Umlauf in 23 Stunden 56 Minuten 4 Sekunden mittlerer Sonnenzeit vollendet. Wollen Sie diesen Zeitunterschied genauer bestimmen, so müssen Sie sich erinnern, daß das Sonnenjahr 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 48,016 Sekunden lang ist. Denn wenn die erdichtete Sonne in dieser Zeit von Westen nach Osten 360 Grade durchläuft, so muß sie, nach der Regeldetri, in 24 Sonnenstunden mittlerer Zeit durch 59 Minuten 8,6 Sekunden gehen. Es gehen also, in jeden solchen 24 Stunden, nicht nur 360 Grade des Aequators, sondern noch dazu 59 Minuten 8,6 Sekunden von Osten nach Westen durch unsern Meridian, da die erdichtete Sonne beständig um 59 Minuten 8,6 Sekunden von dem Fixsterne nach Osten zurückbleibt, mit welchem sie vor 24 Stunden kulminirte. Dieser Bogen aber von 59 Minuten 8,6 Sekunden macht 3 Minuten 56,57 Sekunden Sternzeit. Also machen 24 Stunden mittlere Sonnenzeit 24 Stunden 3 Minuten 56,57 Sekunden Sternzeit; und 4 Minuten Sternzeit, in welchen ein Grad

des Aequators durch den Meridian geht, machen 3 Minuten 59⅓ Sekunden mittlere Sonnenzeit.

Die Ungleichförmigkeit der wahren Sonnenzeit hat zwey besondre Ursachen. Denn erstlich bewegt sich die Sonne, selbst in der Ekliptik, ungleichförmig; mitten im Winter täglich durch 61, und mitten im Sommer nur durch 57 Minuten. Zweytens bewegt sie sich nicht im Aequator, sondern in der Ekliptik, und daher würde ihre gerade Aufsteigung immer ungleichförmig wachsen, wenn gleich ihre Bewegung vollkommen gleichförmig wäre. Es läßt sich zeigen, daß die Tangente ihrer geraden Aufsteigung allemal sich zur Tangente ihrer Länge, wie der Kosinus von 23° 28′ zu 1 verhält, also immer kleiner ist, als diese. * Stellen Sie sich nun einen ganzen Kreis vor (Fig. 117), der von zweyen Durchmessern AB, DE, in seinem Mittelpunkte C rechtwinklicht durchschnitten wird, und Sie sehen leicht, daß Anfangs die Tangenten AF, AG, mit ihren Bogen Af, Ag wachsen. Werden aber die Winkel, wie ACH, ACI größer als 90 Grade, oder als der Winkel ACD, so gehören zu größern Bogen kleinere Tangenten, bis endlich die Tangente von 180° = 0 ist. Wachsen die Winkel noch mehr, so nehmen die unter CB fallenden Tangenten wieder mit den Winkeln zu, bis zu 270 Graden, oder bis zum Bogen ADBE. Weiterhin werden die Tangenten wieder kleiner, wenn die Winkel sich vergrößern, und von 360 Graden ist die Tangente = 0. Hieraus folgt also augenscheinlich, daß die gerade Aufsteigung der Sonne zwischen 0 und 90 Graden allezeit kleiner, zwischen 90 und 180 Graden größer, zwischen 180 und 270 Graden wieder kleiner und endlich zwischen 270 und 360

größer

grösser ist, als die Länge der Sonne. Es wächst also auch die gerade Aufsteigung der Sonne ungleichförmig, wenngleich ihre Länge immer gleichförmig zunimmt. Da sie indessen bald etwas stärker, bald etwas schwächer wächst, als diese, so muß es gewisse Zeitpunkte geben, wo beider Zunahme gleich ist. Diese Zeitpunkte würden auf den Anfang des März, Junius, Septembers und Dezembers fallen, wenn sich die Sonne gleichförmig in der Ekliptik bewegte. Da aber das nicht geschieht, so fallen die Tage ungefähr auf den 11 Februar, den 14 May, den 26 Julius und den 1 November, an welchen die gerade Aufsteigung der wirklichen Sonne in 24 Stunden um 59′ 8″ zunimmt, so wie die mittlere Länge der erdichteten Sonne, daß also alsdann der wahre Sonnentag dem mittlern gleich ist.

Anmerkungen.

1. Es läßt sich leicht einsehen, daß man aus der geraden Aufsteigung und Abweichung eines Sterns seine Länge und Breite, und umgekehrt jene aus diesen finden kann. Es bedeute wiederum (Fig. 115) AFB die Ekliptik, Z ihren Pol, und F den Frühlingspunkt, so wird SG die Breite und FBAG oder 270° + AG die Länge des Sterns S. Daher ist x = sin. lat. y = cos. lat. und t = cos. longit. Ferner ist SH die Abweichung und FEDH oder 270° + DH die gerade Aufsteigung desselben Sterns, also s = sin. declin. c = cos. decl. — z = sin. asc. rect. und u = cos. ascens. rect. Wir erhalten also zwey Gleichungen zwischen diesen Grössen (3 Brief 3 Anmerk.): x = cbz + as und ty = uc, oder: sin. lat. = — cos. decl. × sin. asc. rect. × sin. 23° 28′

$+ \sin. \text{decl.} \times \cos. 23^\circ 28'$ und $\cos. \text{long.} \times \cos. \text{latit.} = \cos. \text{asc. rect.} \times \cos. \text{decl.}$ durch welche man die Länge und Breite eines Sterns aus seiner geraden Aufsteigung und Abweichung, oder umgekehrt diese aus jenem, finden kann.

2. Wenn O ein Punkt der Ekliptik ist, so wird OW die Abweichung, FO die Länge und FW die gerade Aufsteigung dieses Punkts. Es ist aber b. $\sin. FO = s$ oder $\sin. 23^\circ 28'$; $\sin. FO = \sin. OW$ (Anmerk. 7. Brief 4). Der $\cos. OW$ oder c ist also $= \sqrt{(1 - b^2 (\sin. FO)^2)}$. Es ist aber auch $t = uc$, da hier $y = 1$ ist (3 Brief 3 Anmerk.); oder $\cos. FO = c. \cos. FW$, also $\cos. FW = \frac{\cos. FO}{c}$ und $(\cos. FW)^2$ oder $1 - (\sin. FW)^2 = \frac{(\cos. FO)^2}{c^2}$. Daher wird $(\sin. FW)^2 = 1 - \frac{(\cos. FO)^2}{c^2} = \frac{a.^2 (\sin. FO)^2}{c^2}$ indem man a^2 anstatt $1 - b^2$ setzt. Also ist $\sin. FW = \frac{a. \sin. FO}{c}$ und $\frac{\sin. FW}{\cos. FW}$ oder $\tang. FW = \frac{a. \sin. FO}{\cos. FO} = a. \tang. FO = \tang. FO. \cos. 23^\circ 28'$. Nach dieser leichten Formel kann man die gerade Aufsteigung aller Punkte der Ekliptik aus ihrer Länge finden, oder die Ekliptik auf den Aequator reduziren. Thut man aber das, so findet man daß bey ♉ 15°, ♌ 13°, ♏ 15° und ♒ 13° die gerade Aufsteigung eben so stark zunimmt, als die Länge.

Sechster Brief.

Die Länge der Fixsterne ist hauptsächlich deßhalb merkwürdig, weil sie sich beständig verändert und allmählich immer größer wird. Man sieht dieses am deutlichsten an den Sternen, welche der Ekliptik nahe sind. Diese haben die Griechen vor etwa 2200 Jahren unter gewisse Bilder vertheilt, denen sie dieselben Namen gaben, welche die Theile der Ekliptik, bey welchen die Sterne standen, schon damals führten. Also stand das Sternbild des Widders damals da, wo das Zeichen des Widders war; das Sternbild des Stiers im Zeichen des Stiers u. s. w. Wir haben noch dieselben Sternbilder der Griechen, aber sie befinden sich, in Ansehung des Frühlingspunkts, an ganz andern Stellen der Ekliptik, und sind seit jenen 2200 Jahren über 30 Grade weiter fortgerückt. Das Sternbild des Widders ist jetzt im Zeichen des Stiers; das der Fische im Zeichen des Widders u. s. w. Eben deßhalb habe ich gesagt, daß man die himmlischen Zeichen mit den Sternbildern, die gleiche Namen führen, nicht verwechseln müsse.

Alle Fixsterne, und nicht bloß die, der Ekliptik, scheinen beständig fort gleich stark ihre Länge zu verändern. Es hat das Ansehen, als rückten sie allmählich in Kreisen, die der Ekliptik parallel sind, immer gleich stark fort, als drehten sie sich um die Pole derselben. Kopernik war der erste, welcher diese sonderbare Erscheinung auf die leichteste und glücklichste Art dadurch erklärte, daß er annahm, der Frühlingspunkt, von welchem wir die

Länge rechnen, gehe allmählich rückwärts gegen die Ordnung der Zeichen, und der Durchschnitt der Ebne der Ekliptik mit der des Aequators sey also veränderlich. Denn so muß nothwendig die Länge aller Fixsterne nach und nach wachsen. Stellt nämlich die gerade Linie AOL ein Stück der Ekliptik, EOF ein Stück des Aequators und O den Frühlingspunkt vor (Fig. 118), so ist, wenn Sie SG aus dem Orte irgend eines Fixsterns S senkrecht auf AL, und SH senkrecht auf EF ziehen, SG die Breite, SH die Abweichung, OG aber die Länge und OH die gerade Aufsteigung des Sterns S. Geht nun der Punkt O allmählich rückwärts nach C, und die Linie EF nach BD, so sind BD und EF, wenigstens beynahe, parallel, da die Schiefe der Ekliptik sich nur sehr wenig ändert. Also ist jetzt CG die Länge des Sterns S, seine Breite SG aber noch immer ebendieselbe. Hingegen hat die Abweichung desselben sich in SI, und die gerade Aufsteigung in CI verändert. In der That ändern alle Fixsterne auf diese Art nach und nach die Länge, die gerade Aufsteigung, die Abweichung; bloß ihre Breite bleibt unverändert. Der Rückgang der Punkte der Nachtgleichen aus O in C beträgt nach den besten Beobachtungen 50¼ Sekunden in 1 Jahre, also 1 Grad 23 Minuten 45 Sekunden in 100 Jahren; so, daß die Sterne erstlich in 25791 Jahren wieder an ihre vorige Stellen kommen, welchen Zeitraum man auch das große oder das platonische Jahr zu nennen pflegt.

Da wir den Frühlingspunkt als einen festen Punkt der Himmelskugel ansehen, so scheinen die Sterne sich insgesammt nach und nach, wiewohl sehr langsam um die Pole der Ekliptik in Kreisen

die mit der Ekliptik parallel sind, vorwärts zu bewegen. Selbst der Polarstern beschreibt einen solchen Kreis, und verändert deßhalb seine Entfernung vom Nordpole. Er ist jetzt von ihm 1 Grad 45 Minuten 39 Sekunden entfernt, und nähert sich dem Pole immer mehr. Da er indessen von dem Pole der Ekliptik 23 Grade $55\frac{1}{2}$ Minute, der Nordpol aber 23 Grad 28 Minuten, als das Maß der Schiefe der Ekliptik, entfernt ist, und der Unterschied beider Winkel $27\frac{1}{2}$ Minuten beträgt, so kann der Polarstern dem Nordpole nie näher kommen, als auf $27\frac{1}{2}$ Minuten. So bald er in etwa 240 Jahren diese Nähe erreicht haben wird, wird er sich wieder allmählich vom Pole entfernen, und zuletzt einem neuen Polarsterne Platz machen, so wie auch vor etwa 2000 Jahren ein andrer ihm naher Stern von beträchtlicher Größe dem Pole näher war, als er. Daher sind auch Himmelskugeln und Himmelskarten nur auf eine gewisse Zeit richtig und brauchbar, weil zuletzt die auf ihnen angenommenen Längen der Sterne von ihren wahren Längen zu merklich abweichen.

Stellen Sie sich vor, daß die Sonne in einem gewissen Augenblicke genau im Frühlingspunkte ist, und nun immerfort gegen Osten in der Ekliptik herumgeht, so wird genau ein Jahr verflossen seyn, wenn sie wieder im Frühlingspunkte ankommt, wo sie wieder keine Abweichung hat. Dieses Jahr heißt das tropische Jahr, und es hält, wie ich Ihnen schon sonst gesagt habe, 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 48,016 Sekunden. Allein in dieser Zeit ist der Frühlingspunkt, in Ansehung der Fixsterne, um $50\frac{1}{4}$ Sekunden von Osten nach Westen, also der Sonne entgegen, gegangen. Die Sonne vollendet also in einem tropischen Jahre

ihren Umlauf, in Ansehung der Fixsterne, nicht ganz, sondern wenn ein Fixstern mit ihr am Anfange des Jahres, in einerley Punkte der Ekliptik war, so ist er, am Ende desselben noch um 50¼ Sekunden von ihr entfernt. Die Sonne braucht also noch eine gewisse Zeit, um diese 50¼ Sekunden zu durchlaufen, welche man durch die Rechnung von 20 Minuten 23,6 Sekunden findet. Denn da sie in einem tropischen Jahre 360 Grade weniger 50¼ Sekunden zurücklegt, so läßt sich leicht finden, daß sie in 365 Tagen 6 Sekunden 9 Minuten 11,6 Sekunden ihre ganze Umwälzung vollendet, und in Ansehung der Fixsterne wieder in dieselbe Lage kommt, die sie vorhin hatte. Dieser Zeitraum heißt das Sternjahr, und das tropische würde ihm gleich seyn, wenn die Punkte der Nachtgleichen nicht rückwärts gingen. Also verursacht das Rückgehen der Nachtgleichenpunkte ein Vorrücken der Nachtgleichen selbst, oder eine Verkürzung des Jahres.

Ich habe Ihnen vorhin gesagt, daß die Griechen vor Alters die Sternbilder längs der Ekliptik, welche die Namen der himmlischen Zeichen führen, zuerst eingerichtet und mit diesen Namen belegt haben. Allein man hatte überall am Himmel ähnliche Sternbilder gewiß schon lange vorher und in den alleräitesten Zeiten. Denn da die Sterne nicht gleichförmig am Himmel vertheilt sind, sondern in Gruppen stehen, so war es ganz natürlich, daß man diesen Gruppen besondre Namen gab. Nur waren diese Namen willkührlich, und daher dauerte es lange, ehe gewisse Benennungen allgemein wurden. Die genaue und umständliche Beschreibung der heutzutage angenommenen Sternbilder gehört nicht hierher. Ich muß mich begnü-

zen, einige allgemeine Bemerkungen über sie zu machen.

1.

Baier hat schon im Jahre 1603 Karten von den Sternbildern stechen lassen, worin er die Sterne eines jeden Bildes mit Griechischen Buchstaben bezeichnet. Diese Art der Bezeichnung wurde nachher von andern, und besonders von Flamstead in seinen grosen Himmelskarten angenommen und sie ist deßhalb heutzutage bey den Sternkundigen ganz allgemein im Gebrauche. Man theilt alle dem blosen Auge sichtbare Fixsterne in Sterne von der ersten bis zu der sechsten Grösse, und bey den teleskopischen Sternen unterscheidet man zuweilen noch die von der siebenten, achten und neunten Grösse. Indessen beruht diese Eintheilung bloß auf der Stärke und Helligkeit ihres Lichts. Denn sonst erscheinen sie uns alle gleich groß, und selbst durch die besten Fernröhre nur als Punkte. Hieraus und aus andern Gründen hat man sich von ihrer unermeßlich weiten Entfernung von der Erde überzeugt. Ueber 5000 Fixsterne sind bereits von den Astronomen in Gruppen vertheilt, gezählt und benannt; es giebt aber noch eine zahllose Menge teleskopischer Sterne. Einige zeigen sich bey starken Vergrösserungen doppelt, bey mittelmäßigen aber, so wie dem blosen Auge, einfach. Baier hat die grössern Sterne eines jeden Sternbildes immer mit den ersten Buchstaben des Alphabets bezeichnet. Der hellste und glänzendste unter allen Fixsternen der ersten Grösse heißt **Sirius** oder der grosse Hund. Man sieht ihn bey uns des Abends im Winter gegen Süden, und die **Hundstage** haben von ihm den Namen, weil die Sonne sich, zur Zeit derselben, in seiner Nähe befindet.

Auch viele andre Fixsterne haben, so wie der Sirius, ihre eigne Namen. Hierher gehört der Polarstern, als der letzte im Schwanze des kleinen Bären, und der Wagen oder septem Triones im großen Bäre. Die letztern sind sieben ungemein kenntliche Sterne, deren 6 die zweyte Größe haben. Von ihnen kommt der Name Septentrio, weil diese Sterne nicht gar weit vom Nordpole stehen. Ferner gehören hierher: Arktur, ein Stern erster Größe zwischen den Füßen des Bootes; die Lucida lyrae, oder Fidicula oder Wega, ein Stern erster Größe in der Leier; Algol ein röthlicher Stern zweyter Größe im Perseus; Capella cum hoedis, ein Stern erster Größe, nebst dreyen kleinen Sternen in der Nähe, auf der Schulter des Fuhrmanns; Altair, ein Stern erster Größe im Adler; Aldebaran oder Palilicium, das Auge des Stiers, ein röthlicher Stern erster Größe im Stiere, der mit vier andern Sternen dritter Größe ein lateinisches V. macht, welches die Alten Hyades, so wie das Siebengestirn, auch im Stiere, Plejades nannten; die Krippe, ein neblichter Stern im Krebse, und die Esel, zwey kleine Sterne neben der Krippe; Regulus ein Stern erster Größe auf der Brust des Löwen; die Kornähre ein Stern erster, und Vindemiatrix ein Stern dritter Größe, beide in der Jungfrau; Antares ein Stern erster Größe im Skorpion; Bellatrix und Rigel zwey Sterne erster Größe, einer in der Schulter, der andre im Knie des Orion u. s. w.

Die Alten haben zwischen ihren Sternbildern viele kleine zerstreute Sterne (Sporades) übrig gelassen, aus denen man in neuern Zeiten neue Bilder gemacht hat. Einige derselben sind mehr

Denkmähler einer niedrigen Schmeicheley, als des wahren Verdienstes. Auch hat man nur diejenigen, welche von berühmten Sternkündigen herrühren, allgemein angenommen.

Die Milchstraße ist ein breiter, weißlichter, unregelmäßiger, auf mancherley Art getheilter, gleichsam durch Inseln unterbrochner, fast nach der Richtung eines größten Kreises durch den ganzen Himmel gehender Streif, der aus einer zahllosen Menge sehr kleiner, dem bloßen Auge ganz unkenntlicher Sterne zu bestehen scheint. In ihm findet man auf der südlichen Halbkugel des Himmels zwey ganz schwarze Flecke, die fast wie schwarze Wolken aussehen und von den Engländern Kohlensäcke genannt werden. Sie sehen um desto dunkler aus, da die Milchstraße an ihren Rändern vorzüglich hell ist. Auch giebt es neblichte Sterne, die wie helle Wölkchen am Himmel erscheinen, und man findet um den Südpol vorzüglich zwey große Haufen solcher Nebelsterne. Einige lösen sich, wenn man sie durch ein hinlänglich vergrößerndes Fernrohr betrachtet, ganz in einen Haufen kleiner Sterne auf, die oft ungemein gedrängt zusammenstehen. Andre zeigen sich als Sterne, die mit einer Art von milchweißem Nebel umgeben sind, noch andre aber als bloße Flecken, in welchen auch durch die stärksten Vergrößerungen sich keine Sterne deutlich unterscheiden lassen. Diese Nebelflecken sind theils glänzend, theils nur von mattem oder sehr schwachem Lichte, theils rund und planetenähnlich mit kurzen Strahlen, theils unregelmäßig. Außer den an der nördlichen Halbkugel bereits bekannt gewesenen Nebelsternen hat Herr Herschel, von 1782 bis 1785, deren 1000 ganz neue, und nachher noch 1000 andre entdeckt. Unter andern

ist in dem Schwerte des Orions ein berühmter von Huygens entdeckter unregelmäßiger Nebelflecken, der einen dreyfachen Stern umgiebt. Einen andern solchen Flecken im Gürtel der Andromeda kann man mit bloßen Augen unterscheiden.

Einige Fixsterne, welche man deßhalb wunderbare nennt, verschwinden zuweilen und erscheinen eine gewisse Zeit nach ihrem Verschwinden wieder; oder sie nehmen an Glanze periodisch ab und zu. Andre verschwinden gänzlich, so wie zuweilen dagegen ganz neue Sterne erscheinen. Viele Fixsterne zeigen eigne und besondre Bewegungen, die aber höchst wahrscheinlich größtentheils daher rühren, daß die Sonne mit allen Planeten sich nach einer gewissen Gegend hin bewegt, also sich einigen Fixsternen immer mehr nähert, und zugleich von andern entfernt. Wenigstens läßt sich, wenn man eine solche Bewegung der Sonne annimmt, die scheinbare Bewegung der meisten Fixsterne sehr natürlich erklären. Auch sind einige Fixsterne jetzt viel kleiner und andre dagegen größer, als sie vor Alters waren.

Die Benennungen, welche man den Sterngruppen gab, veranlaßten viele Fabeln und poetische Erdichtungen. Man sagte z. B. Orion wäre ein Held von riesenmäßiger Größe gewesen, weil in der That die Sterngruppe, welche man Orion nennt, eine der prächtigsten und größten am Himmel ist. Man gab vor, Orion sey vom Stiche eines Skorpions gestorben, weil Orion unterging, wenn das Sternbild des Skorpions über den Horizont heraufstieg. Ueberhaupt scheint die ganze Mythologie der Alten größtentheils nur eine in Fabeln gehüllte Astronomie und Physik zu seyn.

Siebenter Brief.

Lassen Sie uns nunmehr auch die Bewegung des Mondes betrachten, deren Kenntniß uns eben so wichtig ist, als die der Bewegung der Sonne. Wenn man einige Abende hinter einander auf ihn Achtung giebt, so sieht man sehr deutlich, daß er seinen Ort in Ansehung der Fixsterne beständig verändert, und eine besondre Bewegung von Westen nach Osten hat. Er befindet sich allezeit in einem von den Sternbildern, welche den Namen der himmlischen Zeichen führen, und durchläuft sie nach ihrer Ordnung in einem Monate. Demungeachtet läuft er nicht in der Ekliptik, sondern er hat einen halben Monat lang eine nordliche, und hernach eben so lange eine südliche Breite. Hiervon überzeugt man sich leicht, wenn man die Sterne, welche in der Ekliptik oder die, welche nahe an ihr liegen, nebst ihrer Breite, kennt. Indessen entfernt er sich dennoch nur wenig von der Ekliptik, und nie über 5 Grade 17 Minuten. Sein eigner Lauf ist viel schneller und ungleichförmiger, als der eigne Lauf der Sonne.

Wenn er voll ist, so steht er allemal der Sonne gerade gegen über, so, daß seine Länge von der Länge der Sonne um 180 Grade verschieden ist. Alsdann geht er in der Nacht ungefähr um 12 Uhr durch den Meridian. Die folgende Nacht kulminirt er später, und er verspätet sich hernach allmählich immer mehr und mehr, bis er endlich, wenn er wieder voll ist, abermals um Mitternacht im Meridiane erscheint, und sich also alsdann um

24 Stunden verspätet hat. Nun aber verfliessen von einem Vollmonde bis zum nächstfolgenden ins Mittel 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten 3 Sekunden oder 29,530589 Tage. Daher läßt sich nach der Regeldetri leicht finden, wenn der Mond in 29,530589 Tagen sich um 24 Stunden verspätet, daß er ins Mittel in jedem Tage, oder in jeden 24 Stunden, sich um 48 Minuten 45,7 Sekunden verspäten, folglich jeden Tag 48 Minuten 45,7 Sekunden später, als den Tag vorher, durch den Meridian gehen, und daher auch von Tage zu Tage immer später aufgehen müsse.

Da der Mond nicht in der Ekliptik selbst fortgeht, sich aber dennoch, nebst den Planeten, allezeit nahe an der Ekliptik befindet, so haben schon die Alten sich zu beiden Seiten dieses größten Kreises, in einer Entfernung von etwa 9 Graden von ihm, zwey ihm parallele Kreise vorgestellt, und den zwischen ihnen eingeschloßnen Streifen der Himmelskugel den **Thierkreis** (Zodiacus) von den himmlischen Zeichen genannt, die fast alle Thiere vorstellen. Er wird durch diese Zeichen, wie die Ekliptik selbst, in 12 gleiche Theile getheilt, und der Mond befindet sich beständig in ihm. Weil dieser, wenn er **voll** ist, um 6 Zeichen von der Sonne absteht, so befindet er sich alsdann um desto tiefer unter dem Aequator, je höher die Sonne, in der andern Hälfte der Ekliptik, über ihm steht, und umgekehrt. Daher erhebt er sich in den langen Winternächten, wo uns seine Erleuchtung am nothwendigsten ist, so wie die Sonne im Sommer, sehr hoch über den Horizont; dahingegen er in den Sommernächten, wenn er voll ist, nur niedrig am Himmel steht. Er geht alsdann auf, wenn die Sonne untergeht, und kulminirt um

Mitternacht. Daher zeigen die Sonnenuhren, wenn sie von ihm erleuchtet werden, alsdann die Stunden der Nacht ganz richtig. Nachher nähert er sich der Sonne immer mehr, nimmt zugleich an Lichte ab, und geht von Tage zu Tage später nach Sonnenuntergange auf. Wenn seine Scheibe nur halb erleuchtet, oder wenn er im letzten Viertel ist, geht er um Mitternacht auf, erleuchtet nur die zweyte Hälfte der Nacht, und ist um drey Zeichen von der Sonne entfernt. Sein Licht vermindert sich hierauf noch immer mehr, sein Aufgang fällt immer später, und zuletzt zeigt er sich bloß als ein helles Horn kurz vor dem Aufgange der Sonne über dem Horizonte, indem er in dasselbe Zeichen tritt, in welchem sich die Sonne befindet. Nachdem er auf diese Art einen halben Monat lang immer an Lichte abgenommen hat, verschwindet er hierauf gänzlich, unfehlbar bloß deßhalb, weil er mit der Sonne einerley Länge hat. Er ist alsdann im Neulichte, und kommt, indem er im Thierkreise immer weiter fortgeht, nach 2 bis 3 Tagen von der andern Seite der Sonne, im Westen, als ein helles Horn wieder zum Vorschein, indem er zugleich bald nach der Sonne untergeht. Nunmehr nennt man ihn, bis er wieder voll wird, den zunehmenden Mond, weil sein Licht wirklich von Tage zu Tage grösser wird. Die erhabne Seite seines Horns ist alsdann nach Westen gekehrt, anstatt daß sie, als er abnahm, eine entgegengesetzte Lage hatte. Denn allemal kehrt der Mond die erleuchtete Seite seiner Scheibe der Sonne zu. Er entfernt sich nunmehr immer weiter von der Sonne, geht bey Tage auf, und immer später nach der Sonne unter. Endlich ist er halb erleuchtet, oder im ersten Viertel, und drey

Zeichen von der Sonne entfernt. Er geht alsdann um Mitternacht unter, und erleuchtet die erste Hälfte der Nacht. Endlich kommt er der Sonne gegenüber, ist 6 Zeichen von ihr entfernt, und wieder voll. Er geht alsdann auf, wenn sie untergeht, und unter, wenn sie aufgeht, scheint also die ganze Nacht. Dieselbe Reihe von Mondsbrüchen (Phases), welche man auch einen Mondswechsel (Lunatio) nennt, fängt nunmehr wieder von neuem an, die ich Ihnen bisher beschrieben habe, dauert einen Monat lang, und wird in jedem Monate wiederholt.

Die verschiedenen Lagen des Mondes und der Sonne, wie auch gewisser beweglicher Sterne, die man im Thierkreise findet und Planeten nennt, gegen einander, heißen Aspekten. Wenn zwey Gestirne im Thierkreise, wovon wenigstens das eine beweglich ist, einander decken, oder sich sehr nahe kommen und einerley Länge haben, so sagt man, sie seyn in der Zusammenkunft (Coniunctio); stehen sie aber einander gerade gegen über, so daß ihre Längen um 6 Zeichen, oder 180 Grade, verschieden sind, so sagt man, sie seyn im Gegenscheine (oppositio). So ist der Mond mit der Sonne in der Zusammenkunft, wenn er neu; und im Gegenscheine, wenn er voll ist. Beide Aspekten heißen bey dem Monde mit einem gemeinschaftlichen Namen die Syzygien; beide sind überhaupt, auch in Ansehung der Planeten, dem Astronomen wichtig, weil ihre Beobachtung zur vollkommneren Kenntniß des Laufs jener Gestirne viel beyträgt. [1] Wenn die Längen der beweglichen Gestirne des Thierkreises sich um den dritten, vierten oder sechsten Theil des ganzen Umkreises von 360 Graden unterscheiden, so stehen die Gestirne im ge-

dritten, im gevierten, im gesechsten Scheine. So ist der Mond, zur Zeit des ersten und letzten Viertels, im gevierten Scheine mit der Sonne. Die Sterndeuterey oder Astrologie, welche aus den Gestirnen die künftigen Schicksale der Menschen zu enträthseln sucht, ist vorzüglich auf die Aspekten der Planeten sehr aufmerksam. Diese betrügerische Kunst fand in den Zeiten der Unwissenheit allenthalben Beyfall, und steht noch jetzt bey unwissenden Völkern in großem Ansehen.

Da der Mond seine helle Seite beständig der Sonne zukehrt, und die Größe seines Lichts bloß von seiner Lage gegen die Sonne abhängt, indem es von beiden Seiten um desto mehr abnimmt, je näher der Mond an der Sonne steht, so ist jenes Licht höchst wahrscheinlich ein bloß von der Sonne erborgtes Licht, und der Mond selbst ein dunkler Körper, von dessen erleuchteter Oberfläche wir bald einen größern bald einen kleinern Theil sehen. In der That läßt sich der dunkle Theil des Mondes, einige Tage vor und nach dem Neumonde, wenn sein erleuchteter Theil sichelförmig ist, oft mit dem bloßen Auge, und noch deutlicher durch ein gutes Fernrohr, unterscheiden. Daß wir ihn zu andern Zeiten nicht sehen, rührt theils daher, daß der helle Theil des Mondes alsdann zu groß, und sein Eindruck ins Auge zu stark ist, als daß wir uns des schwachen Eindrucks des dunkeln Theils bewußt seyn könnten; theils daher, daß der dunkle Theil des Mondes um die Zeiten des Neulichts von der Erde am stärksten erleuchtet wird. Denn das schwache Licht des dunkeln Theils des sichelförmigen Mondes kommt höchst wahrscheinlich von der Erde, welche den Mond eben so gut, wie dieser die Erde, ja noch stärker erleuchten muß, da sie größer ist,

und um die Zeiten des Neulichts, da der Mond nahe bey der Sonne steht, fast ihre ganze erleuchtete Hälfte dem Monde zukehrt. Ueberdieses ist der Mond ein kugelförmiger Körper, weil er, wenn er so platt wäre, wie er uns zu seyn scheint, auf der uns zugekehrten Seite immer entweder ganz, oder gar nicht, erleuchtet seyn müßte.

Wenn Sie hierbey noch erwägen, daß der Mond um die Erde läuft und unter allen himmlischen Körpern uns der nächste ist, welches selbst daraus erhellet, daß man auf keinem die einzelnen Flecken mit dem bloßen Auge so deutlich unterscheiden kann, als auf ihm, so werden Sie im Stande seyn, jeden Mondsbruch aufs vollständigste nach allen Umständen zu erklären und sich eben dadurch zu überzeugen, daß die von uns angenommenen Sätze nicht bloß wahrscheinlich, sondern gewiß sind. Stellt nämlich die dunkle Kugel ADBEA (Fig. 2), deren Mittelpunkt C ist, den Mond vor, so kann man die aus dem Mittelpunkte der Sonne herkommenden Strahlen ST, SC als parallel ansehen, und die auf SC senkrechte Ebne AB sondert die erleuchtete Hälfte des Mondes ADB von der dunkeln AEB ab.*) Eben so kann man, wenn unser Auge sich in T befindet, sagen, daß die auf TC senkrechte Ebne DE die uns sichtbare Hälfte des Mondes DAE von der unsichtbaren DBE trennt. Beide Voraussetzungen sind zwar nicht ganz vollkommen richtig, aber dennoch zu unserer gegenwärtigen Absicht hinlänglich genau. Der Winkel STC ist die scheinbare Entfernung des Mondes von der Sonne. Man nennt ihn auch wohl die Ausweichung (elongatio).

*) Man sehe den vierten Brief des III. Bandes.

(elongatio). [4] Er ist dem Winkel ACD gleich, weil er mit ihm, so wie mit TCF (wenn man BA in F verlängert) in dem rechtwinklichten Dreyecke FTC einen rechten Winkel macht, und DCT ebenfalls ein rechter Winkel ist. Ziehen Sie nun Ad senkrecht auf CD, so wird Dd, wenn Sie CD als den Sinus totus ansehen, der Quersinus von ACD oder STC (Einleit. 182). Da nun Ad mit TC parallel ist, und wir den Mond aus T als eine Scheibe sehen, deren Durchmesser DE ist, so erscheint uns der Theil Dd in dieser Scheibe erleuchtet. Die Erleuchtung richtet sich also allemal nach dem Quersinus des Ausweichungswinkels des Mondes. Ueber und unter der Ebne AEBDA müssen Sie sich allenthalben durch den Mond andre mit dieser Ebne parallele Durchschnitte, und in jedem solche Punkte, wie d, gedenken. Auf der Kugel des Mondes selbst liegen alle Punkte wie A, in einem größten Kreise. Da wir sie aber auf der Ebne DE in d sehen, so ist der Entwurf jenes größten Kreises auf derselben *) elliptisch. [2] Der Rand also des erleuchteten Theils vom Monde ist eine halbe Ellipse, die sich, wenn der Mond in seinen Vierteln ist, in eine gerade Linie verwandelt. Denn da der Quersinus von STC = 1 — cos. STC, der cos. STC aber, wenn STC = 90° oder = 270° wird, = 0; wenn STC = 180° wird, = — 1; und wenn STC = 0 oder = 360° wird, = + 1 ist, so wird jener Quersinus, bey der Zusammenkunft, wo STC = 0 ist, ebenfalls = 0, bey dem Gegenscheine, wo STC = 180° ist, = + 2, und in den Vierteln, wo STC = 90

*) Man sehe den 4 Brief des III. Bandes.

oder = 270 Graden wird, = + 1. Es ist also bey der Zusammenkunft des Mondes mit der Sonne die Erleuchtung = 0, bey dem Gegenscheine geht sie über die ganze Mondscheibe, deren Durchmesser = 2 ist, bey den Vierteln aber über die halbe Scheibe. Wollen Sie den Mondsbruch für eine jede andre Ausweichung haben, so ziehen Sie um den Mittelpunkt C (Fig. 119) einen Kreis, den die beiden Durchmesser AB, FG rechtwinklicht durchschneiden. Machen Sie den Winkel DCB der Ausweichung gleich, welche der Mond hat, und ziehen Sie DE senkrecht auf AB; so ist BE der Quersinus von DCB, wenn CB = 1 ist, und eine durch FEG gehende halbe Ellipse bestimmt die Gestalt des bey dieser Lage erleuchteten Theils der Mondscheibe.

Wenn man den Mond unter den Fixsternen in seinem Laufe so lange verfolgt, bis er nach zurückgelegtem Kreise ganz genau wieder zu den vorigen Sternen zurückgekehrt ist, so findet man die Zeit eines solchen ganzen Umlaufs zwar bald länger bald kürzer, aber dennoch ist aus sehr vielen Umlaufszeiten das Mittel von 27 Tagen 7 Stunden 43 Minuten 11,5069 Sekunden. Dieser Sternmonat ist von dem periodischen Monate, in welchem der Mond die 12 himmlischen Zeichen völlig durchläuft vom Frühlingspunkte bis wieder zum Frühlingspunkte, wegen des Vorrückens dieses Punkts, etwas verschieden. Denn nach de la Lande macht der letztre nur 27 Tage 7 Stunden 43 Minuten 4,648 Sekunden aus. Die eigentlich sogenannten Monate von einem Neulichte bis zum andern, oder die synodischen Monate sind größer, als beide vorhergehende. Denn indem der Mond nach dem Neulichte immer nach Osten

zu fortläuft, thut die Sonne dasselbe, und ist beynahe um ein ganzes Zeichen weiter, wenn der Mond in seinem vorigen Orte wieder ankommt und den Sternmonat endigt. Daher muß er noch über 2 Tage weiter fortlaufen, ehe er die Sonne einholt, so, daß der synodische Monat 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten 2,6304 Sekunden beträgt. [3] Zwölf dieser Monate machen ein Mondenjahr, welches also 354 Tage 8 Stunden 48 Minuten 31,5648 Sekunden hält, und von dem Sonnenjahre (von 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 48,016 Sekunden) um 10 Tage 21 Stunden 0 Minuten 16,4512 Sekunden verschieden ist.

Anmerkungen.

1. Wenn von zweyen beweglichen Gestirnen das eine den ganzen Thierkreis a in der Zeit T, das andre in der Zeit t gleichförmig durchläuft, so wird, wenn beide aus einem Punkte ausgehen, das schnellere, während des ersten Umlaufs, sich nach und nach immer weiter von dem langsamern entfernen, und dieses nur bey seinem zweyten Umlaufe einholen. Gesetzt das langsamere habe, indem es eingeholt wird, den Bogen x durchlaufen, so ist dieß in der Zeit $\frac{Tx}{a}$ geschehen, weil sich $a : T$ wie x zu dieser Zeit verhält. Das schnellere hat indessen den Bogen $a + x$ durchlaufen, und dazu die Zeit $\frac{at + tx}{a}$ nöthig gehabt. Da nun beide aus einem Punkte ausgelaufen, also jene Zeiten einander gleich sind, so wird $Tx = at + tx$ und der Bogen $x = \frac{at}{T - t}$. Aber

die Zeit, in welcher dieser Bogen durchlaufen wird, ist $\frac{T.x}{a}$. Folglich wird dieselbe Zeit auch $= \frac{T.t}{T-t}$. Durch diesen Ausdruck kann man finden, wie viele Zeit zwischen den Zusammenkünften der Sterne verfließt, wenn man weiß, wie schnell ein jeder von ihnen sich bewegt.

2. Wenn ANMB (Fig. 120) eine halbe Ellipse, AB ihre große Axe a, CM die halbe kleine $\frac{1}{2}$b, C ihr Mittelpunkt, und PN irgend eine Ordinate y, CP aber = x ist, so ist $x^2 + \frac{a^2}{b^2} y^2 = \frac{1}{4} a^2$ oder $y^2 = \frac{1}{4} b^2 - \frac{b^2}{a^2} x^2$. Man zeigt dieß am kürzesten so. Es seyn F und f die Brennpunkte der Ellipse, so wird $CF = Cf = \frac{1}{2} \sqrt{(a^2 - b^2)}$ (Einleit. 214). *) Es ist aber $FN^2 = PN^2 + CP^2 = y^2 + (CF - x)^2 = y^2 + CF^2 - 2 CF.x + x^2 = \frac{1}{4} b^2 - \frac{b^2}{a^2} x^2 + \frac{1}{4} a^2 - \frac{1}{4} b^2 - x \sqrt{(a^2 - b^2)} + x^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} x^2 - x \sqrt{(a^2 - b^2)} + \frac{1}{4} a^2$. Also ist $FN = \frac{1}{2} a - \frac{x \sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}$. Eben so wird $fN = \frac{1}{2} a + \frac{x \sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}$. Also ist $FN + fN = a$ und ANMB eine halbe Ellipse, weil man PN ziehen kann, wo man will (Einleit. 210).

*) Denn $AF.BF = b^2$; also $b^2 = (\frac{1}{2} a - CF)(\frac{1}{2} a + CF) = \frac{1}{4} a^2 - CF^2$ und $CF^2 = \frac{1}{4} a^2 - \frac{1}{4} b^2$.

Ist nun ADEB ein halber Kreis vom Durchmesser AB = a, und man zieht auf diesen allenthalben senkrechte Linien CE, PD, die man insgesammt in einem gewissen Verhältnisse verkleinert, so, daß CE : CM = PD : PN ist, so geht durch alle Punkte, wie N, M eine halbe Ellipse ANMB. Denn da CE = $\frac{1}{2}$a ist, so sey CM = $\frac{1}{2}$b, PD = u und PN = y, CP aber = x. Es ist alsdann CE : CM oder a : b = u:y, also u = $\frac{ay}{b}$. Es ist aber DC = $\frac{1}{2}$a und $\frac{1}{4}a^2 = x^2 + u^2$, also auch $\frac{1}{4}a^2 = x^2 + \frac{a^2 y^2}{b^2}$, also ANMB eine Ellipse.

Bey dem Monde verhält sich PD : PN (Figur 120) überall wie CA : Cd (Fig. 2) = 1 : cos. e wenn man die Ausweichung STCe nennt. Daher ist b = a. cos. e, und $\frac{1}{4}a^2 = x^2 + \frac{y^2}{(\cos. e)^2}$ oder = 1, wenn man $\frac{1}{2}$ a = 1 setzt.

3. Den synodischen Monat findet man durch den oben (Anmerk. 1) erwiesenen Ausdruck $\frac{Tt}{T-t}$, wenn man T dem tropischen Jahre der Sonne von 365 Tagen 5 Stunden 48 Min. 48,016 Sek. und t dem periodischen Monate gleich setzt.

4. Man kann die scheinbare Weite des Mondes oder eines andern Planeten von der Sonne, durch einen Breitenkreis, den man durch ihn zieht, auf die Ekliptik reduziren. So erhält man einen Winkel, der das Maß des Unterschieds in der Länge des Planeten und der Sonne ist. Diesen nennt man eigentlich die Ausweichung des Planeten oder des Mondes. Man kann sie aber auch

die reduzirte Ausweichung nennen um sie von der scheinbaren Entfernung zu unterscheiden, von der sie um desto mehr abweicht, je weiter der Planet von der Ekliptik entfernt ist.

Achter Brief.

Man muß, wie Sie wissen, die beobachteten Höhen der Sterne wegen der Strahlenbrechung etwas vermindern, und man bestimmt die Größe dieser Verminderung auf folgende Art durch die Erfahrung. An einem Orte, dessen Polhöhe bekannt ist, beobachtet man einen Fixstern, der dem Scheitelpunkte sehr nahe kommt, indem er kulminirt. Da die Strahlenbrechung in einer so großen Höhe unmerklich ist, so läßt sich aus der beobachteten Mittagshöhe unmittelbar die Abweichung des Sterns finden. Beobachtet man nun ferner an einer guten Uhr, welche Sternzeit zeigt, wieviel Zeit von dem Augenblicke an, da der Stern kulminirt hat, bis zu einem andern Augenblicke, in welchem man abermals die Höhe desselben gemessen hat, verflossen ist, so kann man, indem man jene Zeit in Theile des Aequators verwandelt, den Stundenwinkel für die leztre Höhe finden, und sie also genau berechnen.*) Vergleicht man nun diese berechnete mit der beobachteten Höhe, so zeigt beider Unterschied, wie groß die Strahlenbrechung ist, welche zu jener Höhe gehört. [1]

Aber bey dem Monde muß man nicht bloß auf die Strahlenbrechung sondern auch auf die Parallaxe sehen. Um sich von dieser einen deutlichen

*) Man sehe den dritten Brief 2. Anmerkung.

Begriff zu machen, dürfen Sie sich nur erinnern, daß die Astronomen den wahren Horizont eines jeden Orts mitten durch die Erdkugel setzen, und sich also den Beobachter im Mittelpunkte der Erde vorstellen. Es sey T dieser (Fig. 3), und A irgend ein andrer Punkt auf der Oberfläche der Erde. Aus jenem Punkte sieht man den himmlischen Körper L nach der Richtung TL, aus diesem nach der Richtung AL, und der Winkel ALT, den beide Richtungen einschließen, heißt der parallaktische Winkel, oder schlechtweg die Parallaxe des Himmelskörpers L. Sie sehen leicht daß unter übrigens gleichen Umständen die Parallaxe um desto kleiner wird, je weiter der Punk L von der Erde entfernt ist. *) Die Fixsterne haben deßhalb nicht die geringste merkliche Parallaxe, welches unter andern auch daraus folgt, daß ihre Entfernungen von einander an allen Orten der Erde vollkommen gleich groß erscheinen. Ich habe von dieser Sache bereits an einem andern Orte geredet, um daraus die ungemein große Entfernung der Fixsterne von der Erde zu erweisen, von welcher Sie sich in der Folge noch viel deutlicher überzeugen werden. Die Fixsterne dienen daher dazu, die Parallaxe solcher Gestirne kenntlich zu machen, welche der Erde viel näher sind. Denn wenn wir z. B. den Himmelskörper L aus A bey einem Fixsterne erblicken, so müssen wir diesen aus A nach der Richtung AL sehen. Da er nun nicht die geringste merkliche Parallaxe hat, so erscheint er auch einem Auge in T nach derselben Richtung, in einer mit AL parallelen Linie. Das Auge in T aber sieht den Punkt L nach einer ganz andern Richtung,

*) Man sehe den 5 Brief des III. Bandes.

und also auch nicht bey jenem Systeme, sondern in einer beträchtlichen Entfernung von ihm.

Wenn ein Himmelskörper P sich in der scheinbaren Horizontallinie AP des Orts A zeigt, so heißt die Parallaxe APT, welche er alsdann hat, seine Horizontalparallaxe. Beschreiben Sie aus T den Bogen RLPQ, und setzen Sie, daß derselbe Körper, der vorher in P war, jetzt in L erscheint, so ist ALT seine Höhenparallaxe, und zwar diejenige, welche zu der Höhe PL oder LAP gehört. Man setzt nämlich hiebey voraus, daß der Himmelskörper vom Mittelpunkte der Erde T immer gleich weit entfernt bleibt, und versteht unter der Höhe die scheinbare, welche der Körper über dem scheinbaren Horizonte von A hat. Denn Sie sehen leicht, daß man bey Himmelskörpern, die eine merkliche Parallaxe haben, den scheinbaren Horizont AP mit dem wahren TQ nicht verwechseln könne. Ueber jenem hat ein Gestirn allezeit eine kleinere Höhe, als über diesem, und der Unterschied beider Höhen ist der Parallaxe gleich. Denn in L z. B. ist die scheinbare Höhe des Gestirns LAP, und die wahre LTQ. Da nun AP und TQ parallel sind, so ist LaP = LTQ. Es ist aber LaP, als der äußere Winkel des Dreyecks LAa, = LAa + ALT, oder die wahre Höhe LTQ (= LaP) ist der Summe der scheinbaren Höhe LAP und der zu dieser Höhe gehörigen Parallaxe ALT gleich. Im Horizonte selbst, ist die scheinbare Höhe = o, und die wahre = PTQ = APT, also der Horizontalparallaxe gleich, und folglich wieder so viel, als diese beträgt, größer, als die scheinbare.

Sie sehen hieraus, warum die Astronomen der Parallaxe eine Wirkung zuschreiben, welche der

Wirkung der Strahlenbrechung gerade entgegengesetzt ist. Denn da sie alle Beobachtungen auf den Mittelpunkt der Erde zurückbringen, so müssen sie nothwendig zu jeder beobachteten scheinbaren Höhe des Mondes, oder eines andern uns etwas nahen Weltkörpers, die Parallaxe, die dieser Höhe zukommt, hinzufügen, um jene Höhe in die wahre zu verwandeln. Die Parallaxe erniedrigt also die Höhe aller Himmelskörper, so wie die Strahlenbrechung sie erhöht. Uebrigens aber ist sie der Strahlenbrechung darin ähnlich, daß sie bloß auf die Höhen und dasjenige, was bloß von den Höhen abhängt, wirkt, da sie immer ganz in die Ebne eines vertikalen Kreises RTQ fällt. Beide verändern daher auch die Abweichungen und geraden Aufsteigungen, die Längen und Breiten der Gestirne. Denn wenn S (Fig. 115) in seinem Scheitelkreise ZSG, es sey nun durch die Strahlenbrechung erhöht, oder durch die Parallaxe erniedrigt wird, so trifft offenbar der Bogen NSH nicht mehr auf H, sondern neben H, auf den größten Kreis DHE, und S ändert daher seine Abweichung und gerade Aufsteigung, wenn DHE der Aequator, oder seine Breite und Länge, wenn DHE die Ekliptik und N der Pol des einen oder des andern dieser größten Kreise ist. Es lassen sich auch diese kleinen Aenderungen in der Abweichung und Aufsteigung, wie auch in der Breite und Länge, aus der Veränderung der Höhe besonders berechnen. Steht aber der Stern S in dem durch N und Z gehenden Kreise selbst, in I z. B., so bleibt er in ihm, auch wenn seine Höhe sich ändert; weil NDKN ein Scheitelkreis ist. Daher wird durch seine Parallaxe weder seine gerade Aufsteigung, wenn er im Mittagskreise steht, noch auch seine

Länge, wenn er sich in einem Breitenkreise befindet, welcher vertikal ist und durch den Neunzigsten geht, verändert.

Wenn P die Horizontalparallaxe eines Himmelskörpers, p aber seine zu der scheinbaren Höhe a gehörige Parallaxe ist, so läßt sich leicht zeigen, daß auf der kugelrunden Erde überall $p = P. \cos. a$ sey.[2] Durch diese Gleichung kann man aus der Horizontalparallaxe eine jede andre, und umgekehrt jene aus dieser finden. Die Horizontalparallaxe ist also unter allen übrigen am größten, weil im Horizonte, $a = 0$, und $\cos. a = 1$ wird, welches der größte Werth ist, den ein Kosinus jemals haben kann. Je größer a wird, um desto kleiner wird cos. a, also auch die Höhenparallaxe p; und im Scheitelpunkte B (Fig. 3) wird die Parallaxe endlich gar $= 0$, weil der Kosinus von $90° = 0$ ist.

Die Horizontalparallaxe eines Gestirns ist für den Astronomen von der größten Wichtigkeit, weil er durch sie die Entfernung des Gestirns von der Erde ganz genau und zuverlässig bestimmen kann. Denn in dem rechtwinklichten Dreyecke ATP ist APT die Horizontalparallaxe des Weltkörpers P, und zugleich der Sehwinkel, unter welchem der Halbmesser der Erdkugel AT in P erscheint. *) Es ist aber $TP : AT = 1 : \sin. APT$ oder $= 1 : \sin. P$; also $TP = AT : \sin. P$; daß man also die Entfernung des Punktes P vom Mittelpunkte der Erde T in Halbmessern der Erdkugel bestimmen kann, wenn man die Horizontalparallaxe jenes Punkts weiß. Da aber diese sich durch unmittelbare

*) Man sehe den fünften Brief des III. Bandes.

Beobachtungen nicht bestimmen läßt, so muß man sie aus der Höhenparallaxe durch die Gleichung $p = P. \cos. a$ berechnen.

Gleichwie aber die Parallaxe eines Himmelskörpers um desto mehr abnimmt, je höher dieser über den Horizont steigt; so vergrößert sich dagegen sein scheinbarer Durchmesser immer mehr, weil der Körper dem Auge des Beobachters sich wirklich immer mehr nähert. Denn da der Punkt A (Fig. 3) innerhalb des Kreises RPQ und außer dem Mittelpunkte desselben T liegt, so ist die gerade Linie AR am kürzesten, und jede andre AL, AP um desto länger, je weiter sie sich von AR entfernt. *) Ein Himmelskörper also, der immer von T gleich weit entfernt bleibt, kommt dem Auge in A um desto näher, je höher er über P hinaufsteigt, und in R ist er ihm am nächsten. Daher ist auch seine scheinbare Größe überall in L in dem Verhältnisse größer, als AP größer ist, als AL. **) Dieser Unterschied ist besonders bey dem Monde nicht zu vernachlässigen, dessen Durchmesser durch die Parallaxe merklich vergrößert wird. Da AP und TQ fast vollkommen gleich lang sind, so erscheint der Durchmesser des Mondes auch fast vollkommen so groß aus dem Mittelpunkte der Erde, als im Horizonte. Daher nennen die Astronomen horizontalen Durchmesser des Mondes den, welchen ein Auge aus dem Mittelpunkte der Erde sehen würde. Vergrößert man diesen im Verhältnisse von AL zu TP, so erhält man den scheinbaren Durchmesser für die Höhe LAP.

*) Einleitung III. Band 141 Anmerkung.

**) Fünfter Brief III. Band.

Wenn zwey Beobachter unter einerley Meridiane und sehr weit aus einander die Höhe eines gewissen Himmelskörpers und seine Entfernung von einem und ebendemselben Fixsterne zugleich beobachten, so läßt sich daraus die Horizontalparallaxe jenes Gestirns bestimmen. Denn wenn die beiden Beobachter aus A und B (Fig. 4) zu gleicher Zeit denselben Himmelskörper L sehen, und dessen Entfernung LAF, LBF von ebendemselben Fixsterne messen, so sind AF und BF parallel, weil die Fixsterne keine Parallaxe haben, und man findet daher den Winkel ALB, indem man die beiden gemeßnen Winkel entweder von einander abzieht, oder addirt, nachdem L beiden Beobachtern entweder auf einerley Seite, oder auf verschiedenen Seiten des Fixsterns liegt. Denn findet das erstre Statt, wie in unserer Figur, wo F beiden Beobachtern unter L, z. B. nach Süden zu, liegt, so fällt die mit AF parallele LG über LA, und es ist $ALB = GLB - GLA = FBL - FAL$, weil $FBL = GLB$ und $FAL = GLA$ ist. Fällt aber der Fixstern dem einen Beobachter an die Nordseite, dem andern an die Südseite des Körpers L, so fällt LG unter LA, und es ist $ALB = GLB + GLA$. Sind nun DAT, EBT die Scheitellinien beider Beobachter, so kennt man auch die Winkel DAL und EBL, als die Komplemente der Höhen des Körpers L, welche die Beobachter gemessen haben, und so ist man leicht im Stande die Parallaxe dieses Körpers zu bestimmen. So fand de la Caille, nach seiner eignen Erzählung, den 6 Oktober 1751 auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung, als er den Planeten Mars, den hier L vorstellt, beobachtete, und mit dem Sterne λ im Wassermanne verglich, LBF

von 26,7" und EBL von 25° 2', Wargentin aber zugleich in Stockholm, fast unter demselben Meridiane, FAL von 6,6" und DAL von 68° 14'. Da nun dem einen Mars, in Ansehung des Fixsterns, nordlich, dem andern südlich stand, so war ALB = 26,7" + 6,6" = 33,3". Nennt man nun die Horizontalparallaxe des Mars, die damals überall auf der Erde von gleicher Größe war P, so ist ALT die Höhenparallaxe für den einen, und BLT für den andern Beobachter. Da nun der Kosinus der Höhe dem Sinus des Komplements derselben gleich ist, so wird ALT = P. sin. 68° 14' und BLT = P. sin. 25° 2', also ALT + BLT oder ALB, oder 33,3" = P (sin. 68° 14' + sin. 25° 2'). Hieraus findet man sogleich P, oder die Horizontalparallaxe des Mars, von 24,63 Sekunden.

Die Erde ist aber keine vollkommne Kugel, sondern um die Pole etwas abgeplattet; indessen weicht sie nur sehr wenig von einer Kugel ab. Man kann daher, wo nicht eine sehr große Genauigkeit nöthig ist, bey der Berechnung der Parallaxen die Abplattung der Erde vernachlässigen. Wird aber die äußerste Genauigkeit erfordert, wie z. B. bey der Berechnung der geographischen Längen aus der Bedeckung der Fixsterne vom Monde, oder den Sonnenfinsternissen, so muß man allerdings auf die wahre Gestalt der Erdkugel Rücksicht nehmen, obgleich man unglücklicherweise über diese noch nicht ganz einig ist. Alsdann kann die Horizontalparallaxe des Mondes z. B. keineswegs auf der ganzen Erdkugel, als allenthalben gleich angenommen werden, sondern man legt diejenige zum Grunde, die unter der Linie Statt findet, und nennt sie deß

halb die aequatorische Parallaxe. Auf der übrigen Erde nimmt die Horizontalparallaxe von der Linie gegen die Pole zu immer mehr ab, und ist unter den Polen selbst am kleinsten. Denn es sey (Fig. 121) DEID eine vollkommne, und in ihr eine an den Polen A und B abgeplattete Kugel, beide von gleichem Aequator und gleichem Mittelpunkte T, so ist die Horizontalparallaxe ELT der eigentlichen Kugel eben so groß, als die aequatorische Parallaxe der abgeplatteten; aber die wirkliche Horizontalparallaxe dieser letztern unter den Polen ALT ist offenbar, im Verhältnisse der Abplattung, kleiner, als ELT. Indessen wird der scheinbare horizontale Durchmesser des Mondes durch die Abplattung nicht verändert, da die Entfernungen EL und AL fast aufs vollkommenste gleich sind. Die scheinbare Höhe des Mondes aber wird durch die sphäroidische Gestalt der Erde auf vielerley Art verändert und vergrößert, und diese Veränderung hat auf die Berechnung der Höhenparallaxen einen merklichen Einfluß. Denn die Lothlinien gehen auf der abgeplatteten Erde nur unter den Polen und unter der Linie nach dem Mittelpunkte der Erde, sonst aber überall bey diesem Punkte vorbey. Wenn also die Lothlinie GF des Orts F die Axe der Erde in C durchschneidet, und in M der Mond ist, so wird FMC die scheinbare Parallaxe desselben, von welcher man daher den Winkel TMC, der an verschiedenen Orten der Erde sehr verschieden ist, abziehen muß, um die wahre, sich auf den Mittelpunkt der Erde T beziehende Parallaxe FMT zu erhalten. Sogar wenn der Mond sich in unserm Scheitelpunkte befindet, hat er alsdann noch eine gewisse Parallaxe. Denn er steht alsdann nach der Richtung CG,

anstatt daß er, aus dem Mittelpunkte der Erde T gesehen, sich nach der Richtung TG zeigt.

Anmerkungen.

1. Da die horizontale Strahlenbrechung ungefähr 32 Minuten oder so viel, als der scheinbare Durchmesser der Sonne, beträgt, so zeigt sie uns die Sonne um so viel eher, und des Abends so viel länger, als die Sonnenscheibe Zeit braucht um durch den Horizont zu gehen (4 Brief 3 Anmerkung). Daher kommt die Verlängerung der Tage, von welcher ich oben geredet habe (14 Brief III Band).

2. In dem Dreyecke ATP hat man 1 : sin. P = TP : AT (Fig 3) und in dem Dreyecke ATL, sin. TAL : sin. L = TL : AT. Da nun TP = TL ist, so wird 1 : sin. P = sin. TAL : sin. L = sin. RAL : sin. L. Nun sind P und L sehr kleine Winkel, die sich verhalten, wie ihre Sinus. P ist die Horizontalparallaxe und L die zur Höhe a, welche mit RAL 90° ausmacht, gehörige Parallaxe p. Es ist also 1 : P = sin. RAL : p = cos. a : p und p = P. cos. a.

Neunter Brief.

Die Horizontalparallaxe des Mondes wird zwar, wie ich in meinem vorhergehenden Schreiben bemerkt habe, mit Recht als der Winkel angesehen, unter welchem der Halbmesser der Erdkugel im Monde

erscheint; allein dennoch ist diese Vorstellung, in der größten Strenge genommen, nicht ganz richtig. Denn wenn DE der Durchmesser der Erdkugel (Fig. 5), und O der Ort des Mondes ist, so sehen Sie leicht, daß zwey Berührungslinien an D und E in O nicht zusammenlaufen können, weil sie parallel sind. Die beiden Horizontalparallaxen AOC, BOC, deren Summe der Winkel AOB gleich ist, gehören für die Oerter A und B welche in den Endpunkten nicht eines Durchmessers, sondern einer Sehne AB liegen; und es ist daher auch der Winkel AOB die scheinbare Größe dieser auf OC senkrechten Sehne, und nicht des ihr parallelen Durchmessers DE. Allein der Unterschied zwischen den scheinbaren Größen der beiden Linien AB, DE ist äußerst geringe, und beträgt bey der doppelten Horizontalparallaxe des Mondes keine Sekunde,[1] also eine Kleinigkeit, die man ganz vernachlässigen kann, da sich die Durchmesser der himmlischen Körper so äußerst genau nicht messen lassen. Und sie kommt um desto weniger in einige Betrachtung, da alle himmlische Körper sich eben so verhalten, wie die Erde. Bey allen ist die scheinbare größte Breite etwas kleiner, als ihr scheinbarer Durchmesser seyn würde, wenn wir ihn entblößt sehen könnten. Indem wir also ihre Sehwinkel mit dem Sehwinkel der Erdkugel vergleichen, so ist das Verhältniß zwischen jenen und diesem von dem wahren Verhältnisse ihrer scheinbaren Durchmesser um desto weniger verschieden, da jene Winkel von beiden Seiten um etwas sehr weniges zu klein sind.

Nach den genauesten und besten Beobachtungen ist die mittlere aequatorische Parallaxe des Mondes, wenn man die Abplattung der Erde

auf

auf $\frac{1}{178}$ setzt, *) von 57 Minuten $24\frac{1}{2}$ Sekunden. Nun ist, wie ich gezeigt habe, die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde, oder TP (Fig. 3) = AT : sin. P. Da nun P = 57′ $24\frac{1}{2}$″, also sin. P = 0,0166986 ist, so erhält man, indem man 1 mit dem sin. P theilt, TP = 59,88. AT; daß also der Mond um 59,88, oder ungefähr um 60 Halbmesser der Erdkugel, von ihrem Mittelpunkte ins Mittel entfernt ist.

Ferner ist der mittlere scheinbare Durchmesser des Mondes, der zu jener mittleren Parallaxe gehört, = 31′ $42\frac{1}{2}$″. Da nun der scheinbare Durchmesser der Erdkugel aus dem Monde gesehen, wie ich gezeigt habe, der doppelten aequatorischen mittleren Parallaxe des Mondes gleich, also von 114′ 49″ ist, und bey so kleinen Winkeln sich die wirklichen Durchmesser, wie die scheinbaren in gleichen Entfernungen verhalten, so folgt, daß der Durchmesser der Erde zum Durchmesser des Mondes im Verhältnisse von 114′ 49″ zu 31′ $24\frac{1}{2}$″ = 13779 : 3769, oder wie 10,967 : 3 sey, wofür man auch 11 : 3 setzen kann.

Es ist aber 13779 : 3769 auch wie 3,656 : 1. Da nun die Oberflächen der Kugeln sich, wie die Quadrate, und ihre Räume, wie die Würfel ihrer Durchmesser, verhalten, **) das Quadrat aber von 3,656 = 13,366 und der Würfel = 48,867 ist, so folgt, daß die Erde eine $13\frac{1}{3}$ Mal größre Oberfläche hat, und einen 48,867 Mal, oder fast 49 Mal, größern Raum umschließt, als der Mond. Sie leuchtet also auch unfehlbar dem Neumonde fast 14 Mal stärker, als der Vollmond uns.

*) Man sehe den zwey und funfzigsten Brief dieses Bandes.

**) Einleitung 170 und 174.

Die Parallaxe der Sonne läßt sich nicht, so wie die des Mondes, durch unmittelbare Beobachtungen bestimmen, weil sie so sehr klein ist, daß auch ein Irrthum von einer oder zwey Sekunden bey ihr schon etwas sehr beträchtliches ausmacht. Man hat aber durch einen besondern Weg, von welchem ich Ihnen künftig einen Begriff zu geben suchen will, gefunden, daß die mittlere Horizontalparallaxe der Sonne aufs genaueste 8,7 Sekunden beträgt. Hieraus finden Sie auf eben die Art, wie bey dem Monde, indem Sie 1 mit dem sin. 8,7″ oder mit 0,0004218 theilen, daß die Sonne vom Mittelpunkte der Erde, um 23708 Halbmesser der Erdkugel entfernt ist; eine ungeheure Weite, die 20388850 gemeine Meilen ausmacht, deren 860 auf einen mittleren Halbmesser der Erde gehen, und welche eine Kanonenkugel nur in beynahe 25 Jahren durchlaufen könnte, wenn sie gleich, ohne durch den Widerstand der Luft, oder irgend eine andre Ursache aufgehalten zu werden, in jeder Sekunde durch 600 Fuß ginge. Sie ist ungefähr 400 Mal so groß, als die Entfernung des Mondes von der Erde.

Den scheinbaren mittleren Durchmesser der Sonne muß man, nach den besten Beobachtungen, auf 32′ ½″ setzen. Er macht also 1920,5, so wie die doppelte mittlere Horizontalparallaxe der Sonne 17,4 Sekunden aus. Es verhält sich daher wieder, wie bey dem Monde, der Durchmesser der Erde zum Durchmesser der Sonne, wie 17,4 : 1920,5 oder wie 1 : 110,37. Um sich hieraus von der ungeheuren Größe der Sonne einen sinnlichen Begriff zu machen, stellen Sie sich an dem Orte der Erde vor, und Sie sehen leicht, daß sie mit ihrer Masse alles, bis weit über die Bahn

des Mondes hinaus, ausfüllen würde. In ihrem Umfange würde sich sogar noch ein zweyter Mond, fast in der doppelten Entfernung des inneren und wahren, um die Erde bewegen können. Denn die mittlere Weite des Mondes von der Erde beträgt nicht einmal völlig 60 halbe Durchmesser der Erdkugel, und das Doppelte dieser Entfernung ist daher nicht viel größer, als der Halbmesser der Sonne.

Das Quadrat von 110,37 macht 12181,5369 und der Würfel 1344476,227653. Die Oberfläche der Sonne ist also $12181\frac{1}{2}$ Mal größer, als die Oberfläche der Erde, und der Raum, welchen sie einschließt $1344476\frac{1}{4}$ Mal größer, als der Inhalt der Erdkugel; so, daß in ihr $1\frac{1}{3}$ Millionen Erdkugeln Platz haben. Indessen folgt daraus nicht, daß auch ihre Masse um $1\frac{1}{3}$ Millionen Mal größer ist, als die Masse der Erde, weil die Sonne weniger dicht seyn kann, als diese.

Der scheinbare Durchmesser der Sonne ist aber nicht immer von gleicher Größe, sondern er verändert sich, und zwar alle Jahre auf eine gleiche und regelmäßige Art. Im Anfange unseres Jahres ist er am größten, und im Anfange des Julius am kleinsten. Zwischen diesen beiden Grenzen wächst er von einer Seite allmählich, und nimmt von der andern nach und nach ab. Den kleinsten Durchmesser hat Short mit vorzüglicher Sorgfalt gemessen, und von 31′ 28″ gefunden. Den Messungen des größten Durchmessers traut man nicht so sehr, als denen des kleinsten, weil die Sonne zu Anfange des Jenners sehr niedrig steht, und die Strahlenbrechung die Beobachtung ungewiß macht. Indessen stimmen die besten Beobach-

ter darin überein, daß sie den größten Durchmesser 1′ 5″ größer setzen, als den kleinsten. Wir können ihn daher von 32′ 33″ annehmen. So wird der mittlere scheinbare Durchmesser 32′ $\frac{1}{2}$″ halten. Diese regelmäßige Veränderung in der Größe der Sonnenscheibe kann offenbar bloß daher rühren, daß die Erdkugel in unserm Winter der Sonne näher ist, als in unserm Sommer; daher man auch von der Sonne sagt: sie sey in ihrer Erdferne (Apogaeum), wenn ihr Durchmesser am kleinsten, und in ihrer Erdnähe (Perigaeum), wenn ihr Durchmesser am größten ist. Zugleich lehrt die Erfahrung, daß die Geschwindigkeit der eignen Bewegung der Sonne vom Anfange des Julius bis zu Ende des Jahres eben so regelmäßig nach und nach wächst, und von da bis wieder zum Ende des Junius eben so allmählich abnimmt, als ihr scheinbarer Durchmesser. Daher kommt es, daß unser Sommer etwas länger ist, als der Winter, oder daß die Zeit von der Frühlingsnachtgleiche bis zur Herbstnachtgleiche die andre Hälfte des Jahres um 7 bis 8 Tage übertrifft.

Die Punkte der Erdferne und Erdnähe, welche man auch mit einem gemeinschaftlichen Namen die Apsiden nennt, liegen immer um 180 Grade auseinander. Die gerade Linie also AB (Fig. 6), welche jene beide Punkte A und B vereinigt, ist ein Durchmesser der Himmelskugel, und geht durch den Mittelpunkt der Erde T; wenn man annimmt, daß sich die Sonne wirklich um die Erde bewegt. Sollte aber auch die besondre Bewegung der Sonne nur scheinbar seyn, und von der Bewegung der Erde um die Sonne herrühren, so müßte man B die Sonnennähe (Perihelium) und A

die Sonnenferne (Aphelium) nennen. Es mag aber die Bewegung der Sonne in der Bahn ADBA wirklich oder scheinbar seyn, so bleibt es dennoch gewiß, daß zu beiden Seiten der Apsiden der scheinbare Durchmesser der Sonne und ihre scheinbare Geschwindigkeit völlig auf gleiche Art wächst oder abnimmt. Es muß also auch die eine Hälfte der Sonnenbahn ADB der andern Hälfte völlig ähnlich und gleich seyn, der Mittelpunkt aber derselben C außer T fallen. Da sich TA zu TB, wie der größte scheinbare Durchmesser zu dem kleinsten verhält, so kann man TB durch diesen, und TA durch jenen, ausdrücken. Addirt man beide, so ist ihre Hälfte der halben großen Axe der Bahn CA = CB gleich; zieht man den kleinern von der halben Axe ab, so bleibt das Stück CT übrig, welches man die Exzentrizität nennt. So findet man, wenn man annimmt, daß TA : TB = 32′ 33″ : 31′ 28″ sey, daß CT 169,2 Zehntausendtheilchen von AC ausmacht. Wenn TD = AC ist, so sagt man, die Sonne sey in ihrer mittleren Entfernung von der Erde, wenn sie in D ankommt.

Um die Zeit der Sonnenwenden erscheint uns die Sonne in den Punkten A und B. Wenn man nun alte Beobachtungen über den Ort der Sonne zu diesen Zeiten mit neuen vergleicht, so findet man, daß die Apsiden allmählich, wiewohl sehr langsam, am Himmel vorrücken. Ihre Länge nimmt jährlich um 1 Minute 6 Sekunden zu, woraus offenbar folgt, daß sie, auch in Ansehung der Fixsterne, nicht unbeweglich sind. Denn wären die Apsiden so unbeweglich, wie die Fixsterne, so würde ihre Länge, wegen des Vorrückens der Nachtgleichen, sich jährlich nur um $50\frac{1}{4}$ Sekunden vermeh-

ren. Da sie aber in dieser Zeit um 1 Minute 6 Sekunden wächst, so sehen Sie deutlich, daß jene Punkte, in Ansehung der Fixsterne, sich jährlich um $15\frac{3}{4}$ Sekunden vorwärts nach Ordnung der Zeichen bewegen müssen. Die Sonne braucht also, wenn sie von einer Erdferne ausgeht, mehr, als ein tropisches Jahr, ja sogar mehr wie ein Sternjahr, Zeit, um bis wieder zu der Erdferne zu gelangen. Man nennt die ganze Zeit, dieses Umlaufs ein anomalistisches Jahr, und es ist um 26 Minuten $34\frac{1}{2}$ Sekunden länger, als das tropische Jahr.

Der Mond verändert seinen scheinbaren Durchmesser noch mehr, als die Sonne. Die äußersten Grenzen der Größe desselben sind 29′ 6″ und 33′ 43″. Jeden Monat ist er einmal am kleinsten, und einmal am größten, und also der Mond einmal in der Erdferne, das andre Mal in der Erdnähe, und diese Punkte liegen in jedem Monate 180 Grade von einander. Der Mond hat also auch seine Apsidenlinie, die durch den Mittelpunkt der Erde geht, seine Exzentrizität, und eine Bahn, welche durch die Apsidenlinie, oder die große Axe, in zwey gleiche und ähnliche Hälften getheilt wird.

Diese Bahn fällt aber nicht in die Ebne der Ekliptik, sondern halb über sie, halb unter sie. Denn der Mond hat, wie ich Ihnen bereits gesagt habe, immer einen halben Monat lang eine nördliche, und den folgenden halben Monat über eine südliche Breite. Folglich durchschneidet die Mondbahn die Ekliptik in zweyen einander gegen überstehenden Punkten, welche man ihre Knoten nennt. Der aufsteigende Knoten ist der, durch welchen der Mond von Süden nach Norden steigt; der

absteigende der, durch welchen er vom Norden nach Süden hinabgeht. Die Knotenlinie liegt ganz in der Ebne der Ekliptik, und ist die Durchschnitts-linie dieser Ebne mit der Ebne der Mondbahn. Wenn man den Mond zu der Zeit, da seine südliche Breite abnimmt und schon sehr klein ist, fleißig und oft beobachtet, so lange bis seine Breite nordlich zu werden anfängt, so kann man den Ort seines aufsteigenden Knotens am Himmel bestimmen, von welchem der Ort des niedersteigenden Knotens allezeit um 180 Grade entfernt ist, weil die Knotenlinie ganz in die Ebne der Ekliptik fällt, also durch den Mittelpunkt der Erde geht, der zugleich der Mittelpunkt eines größten Kreises ist, den der Mond am Himmel in einem Monate durchläuft. Denn wenn der Mittelpunkt des Mondes genau in der Ekliptik selbst ist, also gar keine Breite hat, so ist er im Knoten seiner Bahn, und die Länge, die er alsdann hat, ist auch die Länge seines Knotens.

Beobachtet man aber die Breite des Mondes aufs sorgfältigste, wenn er gegen 90 Grade von seinem Knoten entfernt ist, so findet man sie Anfangs noch wachsend, hernach aber bey immer fortgesetzten Beobachtungen abnehmend. Am größten ist sie, wenn der Unterschied in der Länge des Mondes und der des Knotens seiner Bahn 90 Grade beträgt. Diese größte Breite ist zugleich die Neigung der Ebne der Mondbahn gegen die Ebne der Ekliptik, oder der Winkel, unter welchem sich beide Ebnen durchschneiden.

Anmerkung.

1. Das rechtwinklichte Dreyeck OBC ist dem rechtwinklichten Dreyecke OBF (Fig. 5) und BCF

ähnlich. Daher ist der Winkel CBF = COB, so wie CAF = COA. Ist also, so wie bey der Horizontalparallaxe des Mondes, COB von $57\frac{1}{2}$ Minuten, so wird BF zu CB oder zu CE = cos. $57\frac{1}{2}'$: 1 = 0,99986 : 1. Es ist also AB nur um $\frac{14}{100000}$ oder um $\frac{1}{7143}$ kleiner als DE. Nun hält AOB 114 Minuten 49 Sekunden oder 6889″, und kleine Winkel verhalten sich wie ihre Sinus. Daher macht der Unterschied zwischen der scheinbaren Größe von DE und AB keine Sekunde aus.

Zehnter Brief.

Kein himmlischer Körper hat eine so große Horizontalparallaxe, und keiner ist uns daher so nahe als der Mond, aber keiner bewegt sich auch so unregelmäßig, wie dieser. Alles in seiner Bahn ist veränderlich, die Exzentrizität, die Knotenlinie, die Neigung. Seine Apsiden, deren Ort oder Länge man findet, wenn man genau bemerkt, wo in jedem Monate der scheinbare Durchmesser des Mondes am größten und am kleinsten ist, rücken viel schneller vorwärts, das heißt: nach der Ordnung der himmlischen Zeichen, fort, als die Apsiden der Sonne. Sie gehen in einem Jahre ins Mittel durch 40 Grade 39 Minuten 52 Sekunden und kommen in 8 gemeinen Jahren 309 Tagen 8 Stunden 37 Minuten 30 Sekunden durch alle himmlische Zeichen herum. Daher ist die Zeit, welche der Mond braucht, um wiederum

dieselbe Apside zu erreichen, aus welcher er ausgegangen ist, oder der anomalistische Monat, um 5 Stunden 35 Minuten 30 Sekunden länger, als der periodische, und hält 27 Tage 13 Stunden 18 Minuten 35 Sekunden ins Mittel.

Sogar in den Erdfernen oder Erdnähen erscheint uns der Mond nicht in jedem Monate gleich groß, und Sie sehen hieraus, daß seine Exzentrizität, welche ins Mittel 0,055 von der halben großen Axe seiner Bahn, oder von seiner mittleren Entfernung von der Erde, beträgt, veränderlich ist. Man findet sie am größten, wenn die Syzygien in die Apsiden, und am kleinsten, wenn sie 90 Grade davon fallen. Eben so veränderlich ist die Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik; nur von 5 Graden und 18 Sekunden, wenn die Syzygien in den Knoten sind, aber von 5° 17′ 58″, wenn die Viertel dahin fallen. Die Knoten selbst gehen rückwärts fort, das heißt: gegen die Ordnung der himmlischen Zeichen; und zwar täglich ins Mittel durch 3 Minuten $10\frac{2}{3}$ Sekunden so, daß sie in 18 gemeinen Jahren 224 Tagen 4 Stunden 45 Minuten durch die ganze Ekliptik herumkommen. Die Zeit, welche der Mond braucht, wenn er aus einem Knoten ausgegangen ist, um wieder bis dahin zu kommen, oder der Knotenmonat, den man auch den Drachenmonat nennt, beträgt, nach de la Lande, 27 Tage 5 Stunden 6 Minuten 56 Sekunden. Wegen dieser Unregelmäßigkeiten hat die Berechnung des Mondlaufs den Sternkundigen von jeher ungemein viele Mühe gemacht, bis endlich Newton die wahren Ursachen derselben entdeckt, und Maier durch seine Mondtafeln die genaue Uebereinstim-

mung der Newtonschen Theorie mit der Erfahrung gezeigt hat.

Wegen der grossen Nähe des Mondes kann man selbst seine kleinern Flecken schon mit dem blossen Auge erkennen, durch gute Fernröhre aber mit vorzüglicher Deutlichkeit unterscheiden. Man hat diesen Flecken besondre Namen gegeben, mit denen Sie sich leicht durch eine gute Mondkarte bekannt machen können. Diese Namen haben besonders bey den Beobachtungen der Mondfinsternisse ihren guten Nutzen, weil sie uns in den Stand setzen, den Fortgang und die Abnahme derselben genau und auf eine allgemein verständliche Art zu bestimmen, indem wir den Zeitpunkt bemerken, wo dieser oder jener Flecken verdunkelt zu werden anfängt oder aufhört. Man war um desto leichter im Stande, die Flecken des Mondes zu unterscheiden und zu benennen, da uns der Mond immer dieselbe Seite zeigt, und wir auf ihm immer dieselben Flecken, fast vollkommen in einer unveränderten Lage sehen. Vielleicht sind Sie geneigt hieraus zu schliessen, daß der Mond sich gar nicht um sich selbst herumdreht. Allein eine geringe Aufmerksamkeit wird Sie überzeugen, daß ein solcher Schluß unrichtig und übereilt seyn würde. Denn wenn Sie z. B. um einen Tisch, auf dessen Mitte ein Buch liegt, so herumgehen, daß Ihr Gesicht beständig nach dem Buche gerichtet ist, so kehren Sie dasselbe nach und nach gegen alle Himmelsgegenden, Anfangs z. B. nach Osten, nachher, wenn Sie um den halben Tisch herum sind, nach Westen, endlich, wenn Sie auf den ersten Ort zurückkommen, wieder nach Osten. Wären Sie an einem Orte stehen geblieben, und hätten Sie sich nach und nach gegen alle Himmels-

gegenden kehren wollen, so hätten Sie sich ganz in die Runde herumdrehen müssen. Also haben Sie sich wirklich zugleich ein Mal ganz herumgedreht, indem Sie auf die angenommene Art um den Tisch herumgingen. Da nun der Mond, indem er um die Erde geht, ebenfalls der Erde beständig ebendieselbe Seite zukehrt, so sehen Sie leicht, daß er sich, bey jedem Umgange, zugleich auch ein Mal um seine Axe dreht. Der Punkt seiner Oberfläche, der sich in der aus seinem Mittelpunkte nach dem Frühlingspunkte gezogenen geraden Linie befindet, kommt, bey dieser Drehung, nach einem periodischen Monate wieder in diese Linie; und wenn dieselbe nicht nach dem Frühlingspunkte, sondern nach dem Mittelpunkte der Sonne geht, so braucht er einen synodischen Monat Zeit, um aus jener Linie, bis wieder in sie, zu gelangen, so, daß der Sonnentag im Monde dem synodischen Monate völlig gleich ist.

Wir kennen also nur die eine Hälfte von der Oberfläche des Mondes, die andre erblicken wir nie, ungeachtet sie von der Sonne eben so gut erleuchtet wird, als die uns sichtbare Hälfte. So sehen auch von den Einwohnern des Mondes, wenn es dergleichen giebt, diejenigen, welche sich auf der einen Halbkugel desselben befinden, die Erde nie, die auf der andern Hälfte dagegen genießen ihr Licht des Nachts. Indessen sind die Grenzen zwischen diesen beiden Hälften nicht ganz unveränderlich. Denn wenn man den Mond, während seines ganzen Umlaufs um die Erde, häufig beobachtet, so bemerkt man an seinen Flecken eine kleine periodische Verrückung oder Bewegung bald nach der einen, bald nach der andern Seite, die man **das Schwanken des Mondes** (libratio lunae)

nennt. An dem einen Rande der Mondscheibe erscheinen nach und nach Flecken, die man vorher nicht sah, indem zugleich an dem entgegengesetzten Rande andre Flecken verschwinden, die man vorher erblickte. Diese Veränderung bemerkt man sowohl an dem östlichen und westlichen, als auch an dem nordlichen und südlichen Rande der Mondscheibe, und sie läßt sich nach allen Umständen deutlich begreifen, wenn man weiß, daß die Axe des Mondes die Ebne der Ekliptik fast senkrecht durchschneidet, und die Erde sich außer dem Mittelpunkte der Mondbahn befindet. [1]

Die Mondfläche ist ungemein ungleich und höckerig. Die Ränder des erleuchteten Theils der Mondscheibe sind nie ganz glatt, sondern hier und da wie ausgebrochen; und durch gute Fernröhre unterscheidet man überall auf der Scheibe Erhöhungen und Vertiefungen. Also hat der Mond Berge, und zwar nach Verhältniß sehr hohe und sehr häufige Berge. Daher sieht man allemal nahe an dem Rande seiner Erleuchtung in dem dunkeln Theile hin und wieder eine Menge heller Punkte, welche nichts anders seyn können, als Bergspitzen, die von der Sonne erleuchtet werden, ehe sie noch unten in der Ebne aufgegangen ist. Daher erblickt man durch gute Fernröhre in dem abnehmenden und zunehmenden Monde neben den erhöheten helleren Theilen gewisse veränderliche Flecken, die sich nach dem Stande der Sonne richten, ihr immer gegen über liegen, im vollen Monde ganz verschwinden, und nichts weiter sind, als die Schatten der Berge. Einige der letztern sind nach Berechnungen, die man darüber gemacht hat, über eine Meile hoch, und also höher, als unsere höchsten Berge. [2]

Ausserdem ist die Mondscheibe mit einer Menge grösserer und kleinerer runder und ringförmiger Flecken gleichsam übersäet, welche ringsumher mit einem erhöheten helleren Walle eingefaßt sind, und in der Mitte deutliche und nach dem Stande der Sonne veränderliche Schatten zeigen, also Vertiefungen sind, die mit den Kratern der feuerspeyenden Berge auf der Erde die größte Aehnlichkeit haben. Aus vielen dieser Vertiefungen erheben sich kleinere Berge, wie aus den Kratern unserer Vulkane. Andre sind mit Streifen umgeben, die von ihnen, wie Strahlen von einem Mittelpunkte, ausgehen, und durch Ströme einer aus den Kratern ausgeflossnen Materie oder Lava hervorgebracht zu seyn scheinen. Ueberdieses haben viele zum Theil sehr geschickte Beobachter zu verschiedenen Zeiten mitten in dem dunkeln Theile des Mondes helle Punkte, als Funken, gesehen. Und obgleich man vielleicht einige solche sehr schwach glimmende Punkte vom zurückgeworfenen Lichte der Erde herleiten könnte, so läßt sich doch das, selbst nach dem Urtheile des berühmten Herschel, in Ansehung aller nicht thun. Denn das Licht vieler solcher Punkte ist blitzend und stark, und an einigen will man sogar deutlich bemerkt haben, daß sie aufstiegen und wieder herabfielen. Sie zeugen also von einem wirklichen Feuer im Monde, und es folgt aus allen angeführten Erscheinungen, daß es auf diesem Himmelskörper eine große Menge ungeheurer Vulkane giebt, die noch jetzt fortbrennen. Dieses beweisen auch die sehr beträchtlichen Veränderungen, die auf seiner Oberfläche nahe bey den Vulkanen von Zeit zu Zeit noch jetzt vorgehen. Einige Einsenkungen auf der Mondfläche sind von ungeheurer Größe, bis an 30 Meilen im

Durchschnitte, und einer dieser Krater, von $3\frac{1}{2}$ Meile im Durchmesser, ist, nach Herrn Schröters Ausmessung, mehr als 3000 Pariser Klaftern tief. Das noch fortdauernde Feuer beweiset zugleich, daß der Mond mit Luft umgeben ist, welches sich auch aus der von Herrn Schröter sehr deutlich bemerkten Dämmerung auf dem Monde schließen läßt. Nur scheint die Atmosphäre des Mondes dünner, wenigstens reiner, und nicht so mit Dünsten angefüllt zu seyn, als die Erdatmosphäre.

Einige Vertiefungen auf dem Monde, als der Plato, sind inwendig allenthalben schwärzlich, und also vielleicht, so wie auch viele Krater erloschner Vulkane auf der Erde, mit Wasser angefüllt. Denn das Wasser, als ein durchsichtiger Körper, wirft das Licht, außer wenn es unter einem sehr kleinen Winkel auffällt, schwächer zurück, als die meisten undurchsichtigen Materien. Indessen giebt es dennoch auch undurchsichtige Körper, die entweder schwarz sind, oder doch das Licht ungleich schwächer zurückwerfen, als andre. Also können auch die großen und unveränderlichen Flecken im Monde entweder Wassersammlungen und Meere, oder feste Theile seyn, welche das Licht viel schwächer zurückwerfen, als die hellern Theile. Man hielt sie sonst für Meere, weil sie sich, wenn die Grenze der Erleuchtung der Mondscheibe durch sie hindurchgeht, ziemlich glatt und ohne große Ungleichheiten zeigen. Allein es ist jetzt ausgemacht, daß sie keine Meere sind, weil man durch gute Fernröhre auch in ihnen häufige Bergreihen und Vertiefungen, die mit Wallgebirgen umgeben sind, wahrnimmt. Ueberhaupt ist auf der ganzen uns sichtbaren Mondfläche wohl keine eigentliche Ebne, die mehr, als fünf Meilen, im Durchschnitte hätte.

Sollten also die Mondebnen auch mit Wasser bedeckt seyn, so müßte dennoch der Mond nur sehr kleine Meere haben, die man mit den Meeren der Erde gar nicht vergleichen könnte. Die Oberfläche des Mondes scheint also ganz öde und unfruchtbar zu seyn. Denn wie läßt sich Kultur und Fruchtbarkeit ohne Quellen und Regen gedenken? und wie könnten auf unserer Erde Regen und Quellen so gemein seyn, wenn wir nicht so große Meere hätten? In der That hat man auch auf dem Monde noch nicht die geringsten Spuren von Flüssen oder Wolken entdeckt, und die Luft scheint daselbst immer heiter und rein zu seyn.'

Ueberhaupt ist die Mondfläche der Erdfläche, so viel wir davon urtheilen können, ganz unähnlich. Man findet auf der erstern keine so weit ausgedehnte Bergketten, als auf der letztern. Dagegen hat sie sehr viele und zum Theil riesenmäßige einzelne Berge, und unzählige ungeheure Vulkane. Das Feuer scheint auf ihr der einzige Werkmeister gewesen zu seyn, und das Wasser an ihrer Bildung keinen Antheil genommen zu haben.

Die Mondfläche ist durch ihre sehr große Unebenheit zur Erleuchtung unserer Nächte vorzüglich geschickt. Wäre sie ganz glatt, so würden wir im Monde, als in einem erhabnen Spiegel, bloß ein sehr kleines Sonnenbild, als einen hellen Stern, erblicken. Das Mondlicht ist gelblichweiß und dem Sonnenlichte ähnlich, nur viel matter. Eben so müßte einem Zuschauer, der im Monde stände, die Erde, als eine gelblichweiße leuchtende große Scheibe am Himmel erscheinen. Denn das Sonnenlicht wird von der Erde, so wie vom Monde, entweder unverändert, oder verändert und gefärbt, zurück-

geworfen. Das erstre ist allezeit ungleich dichter, und macht daher auch auf unser Auge einen ungleich stärkern Eindruck, als das letztre. Ueberdieses hält der kleinste Punkt, den wir selbst durch die allerbesten Fernröhre auf der Mondscheibe deutlich unterscheiden können, wenigstens einige hundert, ja mehrentheils einige tausend Fuß im Durchmesser. In einer so großen Strecke aber findet man auf der Erde, und unfehlbar auch auf dem Monde, sehr viele ganz verschiedene Farben neben einander. Diese vermischen sich in unserm Auge zu einem weißlichen Lichte, und wir erhalten daher in einer so großen Entfernung bloß ein dem Sonnenlichte ähnliches Licht vom Monde. Wir können deßhalb zwar auf ihm Stellen, welche schwach leuchten, von den heller leuchtenden unterscheiden, aber eigentliche Farben ist selbst das beste Fehrnrohr nicht im Stande uns auf der Mondscheibe zu zeigen.

Anmerkungen.

1. Wenn gleich der Mond immer vollkommen ebendieselbe Seite dem Mittelpunkte der Erde zukehren möchte, so würden wir dennoch, da wir ihn von der Oberfläche der Erde sehen und er eine so beträchtliche Parallaxe hat, nicht immer vollkommen ebendieselbe Seite von ihm erblicken, sondern an seinen Rändern einige Veränderung in der Lage der Flecken bemerken. Allein von diesem geringen **täglichen** Schwanken des Mondes ist hier nicht die Rede, sondern bloß von dem, welches selbst alsdann, wenn unser Auge im Mittelpunkte der Erde wäre, Statt finden müßte.

Wenn nämlich der Mond in seiner größten nordlichen Breite beobachtet wird, so findet man nach-

nachher, daß die südlichen Flecken desselben immer mehr verschwinden, die nordlichen immer tiefer in die Mondscheibe rücken, und daß am nordlichen Rande neue Flecken zum Vorschein kommen. Dieses dauert so lange, bis der Mond seine größte südliche Breite erreicht hat. Indem diese hierauf abnimmt, erfolgt das Gegentheil der vorigen Veränderung, bis alles wieder in seinen vorigen Stand kommt, wenn der Mond wieder seine größte nordliche Breite erhalten hat. Dieses Schwanken in die Breite kommt daher, daß die Axe des Mondes die Ebne der Ekliptik unter einem Winkel von 88½ Graden durchschneidet und der Mond eine beträchtliche Breite hat. Denn es sey TA die Ebne der Ekliptik (Fig. 122) und in T der Mittelpunkt der Erde, der Mond aber in seiner größten nordlichen Breite ATC in C, und GFA sey seine Axe, so ist in dem Dreyecke ATC der Winkel TAC von 88½ Graden, ATC ungefähr von 5 Graden, also TCA von 86½ Graden, G ist der Nordpol des Mondes, F sein Südpol. Zieht man nun fg durch C senkrecht auf TC, so stellt fGg den Theil des Mondes vor, den man aus T übersehen kann, oder er ist die Hälfte, welche hier der Mond gegen den Mittelpunkt der Erde kehrt. Sie geht bis über den Südpol heraus, endigt sich aber diesseits des Nordpols und G ist ihr scheinbarer Mittelpunkt. Kommt nun nachher der Mond in seine größte südliche Breite in B, so kann er nicht mehr völlig ebendieselbe Hälfte nach T kehren, weil seine Axe sich immer parallel bleibt. Sie ist jetzt in DBEa, der Winkel DaT ist von 91½ Graden, also TBa von 83½ Graden, weil BTa ungefähr 5 Grade hält. Zieht man daher BI parallel mit CG, so ist DBI = FCG,

also $IBH = DBT - DBI = 96\frac{1}{2} - 86\frac{1}{2} =$ 10 Graden, oder der Winkel IBH ist der doppelten größten Breite des Mondes gleich. Hier scheidet die auf TB senkrechte de die sichtbare Hälfte des Mondes von der aus T unsichtbaren. Der Nordpol E fällt über, der Südpol D unter de, und H ist der Mittelpunkt dieser Hälfte, der vorige Mittelpunkt aber P der sichtbaren Hälfte befindet sich jetzt 10 Grade weiter, in I. Man sieht also augenscheinlich, warum beym Uebergange des Mondes aus C in B südliche Flecken verschwinden und nordliche zum Vorschein kommen. Und da die Breite des Mondes veränderlich ist, so ist auch dieses Schwanken in die Breite sich ungleich, weil es immer der doppelten Breite des Mondes gleich bleibt.

Das Schwanken in die Länge findet Statt, wenn der Mond aus der Erdnähe in die Erdferne, oder aus dieser in jene, geht. Im ersten Falle verschwinden östliche Flecken und westliche erscheinen bis zur mittleren Entfernung des Mondes von der Erde. Hierauf verschwinden die letztern allmählich und man sieht die erstern nach und nach wieder, bis in der Erdferne der Mond völlig so aussieht, wie er in der Erdnähe aussah. So wie er weiter geht, verschwinden die Flecken am östlichen Rande und es erscheinen neue Flecken am westlichen bis zur mittleren Entfernung von der Erde, worauf wieder die letztern sich allmählich zurückziehen und die ersten wieder zum Vorschein kommen. Dieses Schwanken beträgt überhaupt ins Mittel 6,3 Grade. Um es zu begreifen, muß man wissen, daß der Mond in einer Ellipse um die Erde läuft, in deren einem Brenn-

punkte diese ist. Möchte er ganz gleichförmig fortgehen, so würde er, da er sich ganz gleichförmig um seine Axe dreht, in jedem Punkte E, D seiner Bahn (Fig. 6) genau dieselbe Seite nach dem Mittelpunkte derselben C kehren. Nun findet zwar dieses nicht in der größten Schärfe Statt, da der Mond in seiner Ellipse ungleichförmig fortgeht; indessen werden wir hier keinen merklichen Irrthum begehen, wenn wir indessen diese Ungleichförmigkeit vernachlässigen. Da also der Mond gegen C zu immer dieselbe Seite wendet, so kann er offenbar in T, oder in dem Mittelpunkte der Erde, nicht immer völlig einerley erscheinen. Man sieht leicht daß der Unterschied seiner sichtbaren Hälfte dem Winkel CET oder CDT gleich ist. Es ist aber TE : CT = sin. ECT : sin. CET, also sin. CET = CT . sin. ECT : TE. In B und A, oder in der Erdnähe und Erdferne ist sin. CET = 0 und man sieht in beiden Punkten den Mond aus T eben so, wie aus C, das heißt: völlig auf gleiche Art. Und da CT sehr klein, folglich TE überall beynahe von gleicher Größe ist, so folgt, daß sin. CET am größten ist, wenn sin. ECT = 1 also ECT ein rechter Winkel ist. Zieht man nun die halbe kleine Axe CD der Ellipse, so findet das im Punkte D Statt. Hier nämlich ist DCB ein rechter Winkel, aber zugleich auch DT der halben großen Axe AC, oder der mittleren Entfernung des Mondes vom Mittelpunkte der Erde gleich. Denn da T der eine Brennpunkt der Ellipse ist, so darf man sich nur den andern von der andern Seite des Punkts C, und aus ihm eine gerade nach D gezogene Linie denken, die = DT seyn wird. Denn da die Summe dieser beiden Linien = AB ist, so muß DT = AC

seyn. *) Also ist in der mittleren Entfernung des Mondes van der Erde dieses Schwanken am größten; und da CT : DT = 55 : 1000, also sin. CDT = 0,055 ist, so beträgt CDT ins Mittel 3° 9' und das ganze Schwanken, weil es über der Linie AB so groß ist, als unter ihr, überhaupt 6° 18'.

2. Wenn ZDOEZ (Fig. 112) den Mond vorstellt, der bis Z erleuchtet, von Z aber gegen D dunkel ist, und es zeigt sich in H ein heller Punkt; so messe man den Bogen ZH. Gesetzt er halte 4° 25'; so ist jener Punkt die Spitze F eines in H befindlichen Berges, welche der bey Z die Mondkugel berührende Sonnenstrahl IZF erleuchtet. Es ist aber FH = secans 4° 25' — 1 = 0,0029, wenn man den Halbmesser des Mondes CZ, als den Sinus totus, oder als die Einheit, annimmt. Da nun dieser Halbmesser 235 Meilen von 3800 Par. Klaftern, deren 860 auf den mittlern Halbmesser der Erde gehn, enthält, so macht FH, oder die Höhe des Mondberges, 0,68 oder fast $\frac{7}{10}$ einer Meile aus. Dieses Beyspiel und diese Methode sind van Heveln; Herr Schröter aber bedient sich einer andern Art die Höhe der Berge im Monde zu bestimmen. Er mißt nämlich die Länge ihrer Schatten in dem erleuchteten Theile des Mondes und berechnet die Sonnenhöhe auf der Stelle des Berges aus der Ausweichung des Mondes und der Entfernung des Berges von der Lichtgrenze. Auf dieselbe Art berechnet er auch die Tiefe der Einsenkungen auf der Mondfläche. So fand er einen der höchsten Berge im Monde 25000 Par. Fuß oder fast $1\frac{1}{10}$ Meile hoch;

*) III. Band Einleitung 210.

Eilfter Brief.

Gleich nach der Erfindung der Fernröhre fing man an, die Sonnenscheibe und ihre Flecken mit Aufmerksamkeit und anhaltend zu beobachten; besonders hat sich Scheiner durch dergleichen Beobachtungen im Anfange des siebzehnten Jahrhunderts berühmt gemacht. Unfehlbar hatte man schon lange vorher die Sonnenflecken bemerkt, aber sie keiner besondern Aufmerksamkeit gewürdigt. Denn sie zeigen sich oft selbst dem bloßen Auge, als schwarze Punkte in der Sonnenscheibe, wenn man diese durch gefärbte oder angelaufene Gläser so betrachtet, daß das Auge ihren Glanz ertragen kann. Gläser nämlich, die man über einem brennenden Lichte oder einer Lampe ganz schwarz anlaufen läßt, bis sie für mäßig erleuchtete Gegenstände ganz undurchsichtig werden, zeigen die Sonnenscheibe deutlich mit einer dunkelrothen dem Auge ganz unschädlichen Farbe. Bey den Fernröhren hat man gewöhnlich platte, sehr dunkel und stark gefärbte Gläser, die vor das Augenglas geschraubt werden, wenn man die Sonne betrachten will. Man kann auch durch ein Helioskop die Lage der Flecken beobachten; sie läßt sich aber viel genauer durch Fernröhre, die mit Mikrometern versehen sind, bestimmen.

Die Sonnenflecken, deren man oft mehrere zugleich in der Sonnenscheibe sieht, scheinen sich insgesammt beständig in parallelen und ähnlichen Linien durch die Sonnenscheibe fortzubewegen, ohne ihre Entfernungen unter einander merklich zu ändern.

Wenn sie am östlichen Rande der Scheibe erschienen, bewegen sie sich Anfangs langsam, nachher gehen sie immer geschwinder fort, je näher sie gegen die Mitte der Scheibe rücken. Hier ist ihre Geschwindigkeit am größten, weiterhin nimmt sie wieder immer mehr ab, je näher sie dem westlichen Rande kommen. Zugleich ist jeder Flecken an beiden Rändern der Sonnenscheibe am schmählsten, je näher er aber der Mitte kommt, um desto mehr breitet er sich aus. Alles dieses beweiset, daß die Flecken selbst auf der Oberfläche der Sonne liegen, und daß die Sonne eine Kugel ist, welche sich beständig um eine gewisse Axe dreht. Denn wären sie dunkle Körper, welche sich in einer gewissen Entfernung von der Sonne um sie drehten, so würden sie sich nicht gegen die Ränder der Sonnenscheibe in Striche zusammenziehen, auch nicht alle immer in parallelen Linien fortgehen, noch sich vor der Mitte der Sonnenscheibe am schnellsten bewegen. Zwar hat man daraus, daß die Flecken, wenn sie lange genug dauern, nur 12 bis 13 Tage auf der Sonnenscheibe sichtbar sind, hernach sich am westlichen Sonnenrande verlieren und erstlich nach 14 bis 15 Tagen wieder im östlichen Rande zum Vorschein kommen, schliessen wollen; daß sie eine beträchtliche Entfernung von der Oberfläche der Sonne haben müssen. Denn obgleich wir etwas weniger, sagte man, als die Hälfte der Sonnenfläche, übersehen, *) so könnte dennoch bloß dieser Unterschied die Zeit der Unsichtbarkeit der Flecken, wenn sie auf der Oberfläche der Sonne lägen, nur etwa um eine Stunde über die Zeit ihrer Sichtbarkeit verlängern. Allein so gewiß die letztere Be-

*) Man sehe den neunten Brief.

merkung ist, so sicher ist es unfehlbar auch, daß uns die Flecken schon eine geraume Zeit vorher aus dem Gesichte verschwinden, ehe sie noch wirklich über den Rand der sichtbaren Sonnenscheibe gegangen sind, und daß sich hieraus der große Unterschied in der Zeit ihrer Sichtbarkeit und Unsichtbarkeit sehr wohl begreifen läßt. Denn weil die Sonne eine Kugel ist, so sehen wir die Seitentheile ihrer Oberfläche schief und also auch die auf ihnen liegenden Flecken unter immer kleinern Winkeln, je näher sie den Sonnenrändern sind. Daher ziehen sie sich immer mehr zusammen, je weiter sie sich von der Mitte der Sonnenscheibe entfernen, und verschwinden zuletzt bloß deßhalb, weil ihre Sehwinkel zu klein sind, vielleicht auch zum Theil, weil die angrenzenden hellen Theile sie dem Auge verdecken. Man kann also aus der kürzern Sichtbarkeit der Flecken keinesweges auf ihre Entfernung von der Sonnenfläche schließen, vielmehr machen alle Erscheinungen ihrer Bewegung und Gestalt es höchst wahrscheinlich, daß sie Theile jener Fläche sind.

Durch die häufige Beobachtung der Sonnenflecken hat man sich also überzeugt, daß die Sonne kugelförmig ist, und daß sie sich um eine gewisse Axe von Westen nach Osten dreht. Denn wenn S (Fig. 11) der Mittelpunkt der Sonne und C ein Flecken ist, der allmählich in b übergeht, so sieht ein Auge in S ihn aus ♉ in ♒, also nach der Ordnung der Zeichen, oder vorwärts gehen, während daß er einem in D befindlichen Auge zuerst in ♋ erscheint und hernach gegen ♊ also rückwärts, und wider die Ordnung der Zeichen fort zurücken schrittt. Daher beweiset die scheinbare Bewegung der Sonnenflecken, welche wir immer von

Osten nach Westen, und also gegen die Ordnung der Zeichen, durch die Sonnenscheibe fortgehn sehn, daß sich für ein im Mittelpunkte der Sonne befindliches Auge wirklich vorwärts, nach Ordnung der Zeichen, bewegen, und daß also auch die Sonne sich von Westen nach Osten um ihre Axe dreht.

Die Zeit, in welcher ein Sonnenflecken sich ein Mal ganz herumdreht, bis er wieder in derselben Stelle der Sonnenscheibe erscheint, in welcher er sich vorhin zeigte, wird von Cassini, aus einer grossen Menge von Beobachtungen, auf 27 Tage 12 Stunden 20 Minuten gesetzt. Sie läßt sich aber schwerlich bis auf Kleinigkeiten genau bestimmen, da es noch immer an hinlänglichen recht genauen Beobachtungen fehlt, da die Flecken selbst so veränderlich sind und zum Theil auch eine eigne und besondre Bewegung zu haben scheinen. Die Zeit der Umwälzung aber der Sonne um ihre Axe ist kürzer, als die Zeit des Umlaufs der Flecken. Denn wenn unser Auge in T (Fig. 7) den Flecken E gerade vor dem Mittelpunkte der Sonne S in der geraden Linie TS sieht, und sich die Sonne nach ABD dreht, so geht zugleich ihr Mittelpunkt in seiner jährlichen Bahn nach derselben Richtung durch SC fort. Erscheint nun hierauf derselbe Flecken uns wieder vor dem Mittelpunkte der Sonne in G, in der geraden Linie CT, und zieht man CF mit ST parallel, so hatte offenbar die Sonne schon eine ganze Umwälzung vollendet, als der Flecken in F angekommen war. Er mußte aber noch überdieses durch den Bogen FG gehn, ehe er für unser Auge in T seinen scheinbaren Umlauf vollendete. Gesetzt die Zeit dieses Umlaufs sey t, und d die Zeit, in welcher die Sonne sich ein

Mal herumdreht, so ist der Flecken in der Zeit d durch 360 Grade, in t aber durch 360° + FG gleichförmig fortgegangen. Der Mittelpunkt der Sonne S rückt in derselben Zeit t, durch SC und in der Zeit eines Jahres T durch 360 Grade, also in T + t durch 360° + SC. Da nun FCG = CFS ist, so hält SC so viele Grade, als FG; und weil die Zeit der scheinbaren Umdrehung der Flecken aus vielen Beobachtungen ins Mittel bestimmt wird, also hier von mittleren Bewegungen die Rede ist, deren Zeiten sich immer wie die durchlaufenen Räume verhalten, so ist $d : t = T : T + t$. Durch diese Proporzion kann man d bestimmen, wenn t bekannt ist. Setzt man z. B. die Zeit der scheinbaren Umwälzung der Flecken, oder t auf $27\frac{1}{2}$ Tage, und T auf $365\frac{1}{4}$ Tage, so wird die Zeit der Umwälzung der Sonne $d = \frac{27{,}5 \cdot 365{,}25}{392{,}75} = 25\frac{1}{2}$ Tage. Cassini setzt sie auf 25 Tage 14 Stunden 8 Minuten. Herr de la Lande aber, so gut sie sich aus den bisherigen Beobachtungen bestimmen läßt, auf 25 Tage 10 Stunden.

In den ersten Tagen des Junius und Dezembers scheinen die Sonnenflecken in geraden Linien fortzugehn, und diese durchschneiden die Ekliptik unter einem Winkel von 7 Graden 20 Minuten. Es folgt hieraus, daß auch der Aequator der Sonne, dessen durch den Mittelpunkt der Sonne gehende Ebne von ihrer Axe senkrecht durchschnitten wird, unter einem Winkel von 7 Graden 20 Minuten gegen die Ekliptik geneigt ist, also die Sonnenaxe die Ebne der Ekliptik unter einem Winkel von 82 Graden 40 Minuten durchschneidet. Außer jenen Zeiten scheinen die Bahnen der Flecken alle

zeit gekrümmt zu seyn, ein halbes Jahr nach oben, ein halbes Jahr nach unten zu, welches von der Lage unseres Auges, in Ansehung des Aequators der Sonne, herrührt. [1]

Die Flecken der Sonne sind mehrentheils pechschwarz und selbst diese Farbe beweiset, daß sie nicht bloße in der Sonnenatmosphäre hängende Dünste, sondern feste Theile der Sonnenfläche sind. Man findet die größern durch rechte gute Fernröhre nicht durchaus gleich dicht, sondern aus vielen kleinern Flecken zusammengesetzt. Sie sind zuweilen viel größer, als die Oberfläche der ganzen Erde, bald in großer bald in geringer Menge vorhanden, ja zuweilen fehlen sie ganz, so daß man die Sonnenscheibe, ganze Jahre lang, völlig rein gesehen hat. Sie erhalten sich oft verschiedne Umwälzungen der Sonne hindurch, oft aber zertheilen sie sich auch und vergehn sehr schnell. Außer den eigentlichen Flecken sieht man in der Sonne noch Nebel oder Schatten und Fackeln. Die erstern umgeben gewöhnlich alle Flecken, zeigen sich aber auch zuweilen in der Sonnenscheibe da, wo man keine Flecken sieht. Die letztern erscheinen als hellere sehr unsicher begrenzte Erhöhungen am deutlichsten gegen den Rand der Sonne zu, wo sie nicht nur oft, wie es scheint, das Verschwinden der Flecken befördern, sondern auch besondre Aussichten, als von Landschaften, veranlassen. Außerdem ist fast das ganze Sonnenlicht fleckicht oder gestreift, und man nennt oft auch die etwas hellern Streifen Fackeln, welche an die Flecken zu grenzen pflegen; ja man hat bemerkt, daß die eigentlichen Fackeln sich in solche helle Streifen verwandeln, wenn sie vom Rande der Sonne wegrücken und sich ihrer Mitte nähern.

Ueber die Ursachen dieser Erscheinungen hat man verschiedne Meinungen. Es giebt einige mit Recht berühmte Sternkundige, welche die Bevölkerung der himmlischen Körper durch vernünftige Geschöpfe, als den vornehmsten Zweck ihrer Schöpfung ansehn, und daher auch die Sonne, um sie bewohnbar zu machen, für einen an sich dunkeln Körper halten, der nur mit einer Art von Lichtdecke oder Photosphäre umgeben sey. Andre die sich von einer solchen Photosphäre nicht den geringsten deutlichen Begriff machen können, und sich bloß an das halten, was uns die Erfahrung lehrt, glauben, daß die Sonne unmöglich ein so ungemein dichtes und starkes Licht um sich her verbreiten könnte, wenn sie nicht selbst brennte. Sie betrachten daher die Flecken als Theile auf der Oberfläche, welche nicht brennen, weil sie nicht leuchten, und halten sie weder für Wolken noch für entblößte Theile der bewohnbaren Sonnenfläche, da man sie zuweilen in Stücke zerbrechen und durch ihre nach und nach entstehende Spalten feurige Adern sieht. *) Die Schwierigkeit, woher ein solches immerwährendes Feuer seine Nahrung nimmt, scheint um desto weniger so erheblich zu seyn, als man sie oft vorstellt, da wir selbst auf der Erde Plätze finden, auf welchen das unterirdische Feuer bereits seit einigen Jahrtausenden ununterbrochen in eins fort dauert. Abwechselnde Verbindungen und Trennungen des Säurestoffs, wovon uns selbst die Zerlegung des Wassers durch glühende Körper und andre Mittel ein einleuchtendes Beyspiel giebt, unterhal-

*) Eine solche Erscheinung beschreibt unter andern Hausen, wie er sie selbst gesehen, sehr umständlich. Theoria motus solis circa proprium axem. pag. 42.

ten unfehlbar das Feuer der Sonne ohne Aufhören. Unfehlbar giebt es auf ihr, so wie auf der Erde, brennbare und unverbrennliche Materien. Die letztern glühen bloß, und machen wahrscheinlich den ansehnlichsten Theil der Sonnenfläche aus. Die erstern dagegen verursachen, wenn sie sich stark und leicht entzünden, jene helle Striche und Fackeln zwischen den bloß glühenden Theilen, und ihre unsicher begrenzten hoch auflodernden Flammen geben, von der Seite und gegen die Ränder der Sonne gesehen, den Anblick von Bergen, Thälern und Landschaften. Die schwer entzündbaren Materien scheinen oft sehr stark zu rauchen, ohne zu brennen. So bilden sie mehrentheils dunkle Flecken, die wegen des starken Rauchs mit einem Nebel umgeben zu seyn scheinen. Oft ist dieser Nebel nahe an den Flecken heller, als weiterhin, weil der von brennenden Körpern aufsteigende Rauch sehr oft in der Höhe undurchsichtiger und schwärzer ist, als unten dicht an den Körpern. Zuweilen aber brennen auch dergleichen Materien wirklich, und rauchen zugleich. Alsdann sieht man einen Nebel ohne Flecken.

Die Flecken der Sonne scheinen zum Theil eigenthümliche und oft unregelmäßige Bewegungen zu haben. Dieses beweisen die Beobachtungen des Scheiner, Hevel, Cassini, de la Hire, Maraldi u. s. w. Diese Bewegungen sind besonders nahe am Aequator der Sonne am merklichsten, und gehen oft von Westen nach Osten oder umgekehrt, oft aber auch gegen Norden oder Süden. Die Flecken scheinen durch sie oft um mehr als einen Tag früher oder später, als gewöhnlich, ihren Umlauf zu vollenden. Nun geht ein jeder Punkt des Aequators der Sonne in einer Sekunde, wegen der

Drehung der Sonne um ihre Axe, etwa durch 1030 Pariser Klaftern. [2] Der 27ste Theil hiervon macht 229 Pariser Fuß. So viel durchläuft oft, vermöge der Erfahrung, ein Flecken nahe am Aequator der Sonne durch seine besondre Bewegung in einer Sekunde. Sie sehen hieraus, welche erstaunend heftige Bewegungen auf der Sonne, nahe an ihrem Aequator, Statt finden müssen, da auf unserer Erde selbst die heftigsten Stürme kaum über 100 Fuß in einer Sekunde zurücklegen. Ist es also wohl ein Wunder, daß bey so erschrecklichen Erschütterungen der Oberfläche ganze große Strecken schwer entzündbarer Materien verlöschen und bloß rauchen, also Flecken in der Sonne verursachen? daß die Flecken sich am häufigsten um den Aequator zeigen und ganze Reihen bilden, da hier der Hauptsitz jener heftigen Erschütterungen zu seyn scheint? daß sie hernach, wenn diese Bewegungen nachlassen oder aufhören, sich strichweise wieder ungemein schnell entzünden, und daß sie auf diese Art, ihrer ungeheuern Größe ungeachtet, oft bald verschwinden?

Anmerkungen.

1. Es sey ADBA der Aequator der Sonne, (Fig. 123) C sein und der Sonne Mittelpunkt, EGHF die Ebne, welche die uns sichtbare Hälfte der Sonnenkugel von der unsichtbaren trennt, folglich auf die aus unserm Auge nach C gezogne gerade Linie IC senkrecht ist. Sie durchschneide den Aequator im Durchmesser AB schief, so, daß ihr oberer Theil EABE mit ihm einen spitzigen Winkel macht. Man ziehe aus irgend einem Punkte P des Durchschnitts AB die beiden auf

AB senkrechten Linien PD, PN, eine in der Ebne des Aequators bis an seinen Umfang in D, die andre in der schneidenden Gesichtsebne EH, so ist die durch DP und PN gesetzte Ebne senkrecht auf EH (III Band Einleitung 139). Daher fällt die mit IC parallele auf EH senkrechte Linie DN in diese Ebne, und schneidet die PN irgendwo in N. DNP ist ein rechter Winkel und DPN ist der Neigungswinkel der Ebne des Aequators und der schneidenden Gesichtsebne. Man nenne ihn e, so ist PD : PN = 1 : cos. e. Nun sind aber alle unsere Gesichtslinien, wegen der großen Weite der Sonne, mit IC parallel, und wir sehen die Sonne wie im Entwurfe, als eine in der Ebne EH liegende Scheibe. Also erblicken wir den Punkt D in N, und da dasselbe von jedem andern Punkte des Aequators Statt findet, und bey jedem PD : PN = 1 : cos. e ist, so erblicken wir offenbar den halben Aequator ADB in ANB, als eine halbe Ellipse, deren große Axe sich zur kleinen, wie 1 : cos. e verhält. *) Was ich hier vom Aequator erwiesen habe, das gilt von jedem andern Parallelkreise der Sonne.

Diese Ellipse kann bloß alsdann eine gerade Linie werden, wenn ihre kleine Axe, also auch cos. e, verschwindet, folglich e 90 Grade hält. Da nun unser Auge und der Mittelpunkt der Sonne, also die ganze Linie IC, beständig in der Ebne der Ekliptik liegt, so können uns die Bahnen der Sonnenflecken nur alsdann als gerade Linien erscheinen, wenn die Linie, in welcher der Aequator der Sonne die Ekliptik durchschneidet, gerade nach

*) Man sehe den siebenten Brief a. Anmerkung.

unserm Auge gerichtet ist. Denn alsdann ist IC diese Durchschnittslinie, folglich EH auf die Ebne des Aequators senkrecht, und e von 90 Graden. Da aber jene Durchschnittslinie, so wie die Axe der Sonne, sich immer parallel bleibt, so kann sie nur zwey Mal im Jahre durch unser Auge gehn, und die Erfahrung lehrt, daß dieses im Anfange des Junius und Dezembers geschieht. Da nun alsdann die Sonne in den ♊ und im ♐ steht, so geht die Durchschnittslinie ihres Aequators und der Ekliptik durch beide Zeichen, und zwar nach Herrn de la Lande, durch ihren achtzehnten Grad. Von jedem dieser beiden Punkte an wird der Winkel e, drey Zeichen hindurch, immer größer, hernach wieder drey Zeichen hindurch immer kleiner, und ist also im 18 Grade der ♍ und im 18 Grade der ♓ am größten. Daher sind auch die Bahnen der Flecken zwischen jenen beiden Punkten beständig elliptisch gekrümmt, und diese Ellipsen haben die stärksten Oeffnungen, wenn e am größten ist. Ein halbes Jahr erheben sich ihre Krümmungen über AB, ein halbes Jahr senken sie sich herunter. Indessen läßt sich leicht einsehen, da der Winkel e sich beständig fort verändert, daß kein Punkt auf der Sonne, während seines ganzen Umlaufs, im strengsten Verstande, eine Ellipse beschreibt. Er fängt eigentlich in jedem Augenblicke eine zu durchlaufen an, geht aber gleich in eine andre über, weil sich die kleine Axe seiner Bahn beständig ändert.

2. Der Halbmesser der Sonne hält 110,37 also der Durchmesser 220,74 und der Umkreis 693 Halbmesser der Erde. Da jeder Punkt des Sonnenäquators ihn in 25,5 Tagen ganz durchläuft, so geht er in jeder Sekunde durch 0,0003146

Erdhalbmesser oder durch 1030 Klaftern, wenn man ins Mittel 3272497 Pariser Klaftern auf den Halbmesser der Erde rechnet.

Zwölfter Brief.

Schon bey einer andern Gelegenheit habe ich Ihnen gezeigt, daß die Erdkugel, als ein dunkler beständig den Sonnenstrahlen ausgesetzter Körper, der Sonne gegen über, einen Schatten wirft, dessen Länge an 217 Halbmesser der Erde beträgt, und in welchem wir uns des Nachts befinden. *) Die Axe dieses Schattenkegels fällt ganz in die Ebne der Ekliptik, weil die Mittelpunkte der Sonne und der Erde in ihr liegen. Der Mond müßte also, wenn er sich in der Ekliptik selbst bewegte, da er nur ungefähr um 60 Halbmesser der Erde von der Erde entfernt ist, durch den Erdschatten gehen und verfinstert werden, so oft er in seinem Laufe der Sonne gegen über käme, oder so oft er voll würde. Die Erfahrung lehrt auch wirklich, daß er zuweilen, und zwar allezeit im Volllichte, verfinstert wird. Man muß also nothwendig schließen, daß eine Mondfinsterniß allemal bloß vom Schatten der Erde herrührt, und daß sie nur deßhalb so selten ist, weil der Mond sich nicht in der Ekliptik selbst bewegt, sondern mehrentheils eine gewisse nordliche oder südliche Breite hat, und also oft über oder unter dem Schatten der Erde, dessen Axe allezeit in der Ebne der Ekliptik liegt, weggeht.

*) III. Band vierter Brief Anmerkung.

Um sich hiervon deutlicher zu überzeugen, stellen Sie sich in S die Sonne (Fig. 8), in T die Erde, in BVH ihren Schatten, also in ABV und GHV zwey Berührungslinien der Sonne und der Erde, und in DE die Bahn des Mondes vor; und Sie sehen sogleich, daß ein auf die Axe des Schattens SV senkrechter Durchschnitt in E ein Kreis seyn muß, dessen scheinbarer Halbmesser DTE ist, weil der Bogen DE so klein ist, daß er von einer geraden Linie nur unmerklich abweicht. Ziehen Sie nun aus A durch T eine gerade Linie ATF, so wird der Winkel DTF der Summe der beiden Winkel TDB und TAB gleich, weil er der äußere Winkel des Dreyecks TAD ist. Es ist aber offenbar TDB die Horizontalparallaxe des in D befindlichen Mondes, und TAB die Horizontalparallaxe des Punkts A in der Sonne. Wenn Sie also die Horizontalparallaxen der Sonne und des Mondes addiren, so erhalten Sie den Winkel DTF, und wenn Sie von diesem den Winkel FTV oder ATS das heißt: den scheinbaren Halbmesser der Sonne, abziehn, so bleibt Ihnen DTE. Der scheinbare Halbmesser des Erdschattens, in der Entfernung des Mondes von der Erde, wird also erhalten, wenn man die Horizontalparallaxen der Sonne und des Mondes addirt, und von der Summe den scheinbaren Halbmesser der Sonne abzieht. Da nun die größte äquatorische Horizontalparallaxe des Mondes 61 Minuten 38 Sekunden, die kleinste 53 Minuten 11 Sekunden, der größte scheinbare Durchmesser der Sonne aber 32 Minuten 38 Sekunden und der kleinste 31 Minuten 28 Sekunden beträgt, so zeigt sich, daß der scheinbare Halbmesser des Erdschattens, in der Entfernung des Mondes, wenigstens 37 Minuten 3 Sekunden, höch-

stens 46 Minuten 5 Sekunden hält, und also fast drey Mal so groß ist, als der scheinbare Halbmesser des Mondes, der nur 14 Minuten 33 Sekunden, bis an 16 Minuten 51 Sekunden beträgt.

Wenn NS ein kleines Stück von der Ekliptik und NL von der Mondbahn, SL aber (Fig. 9) auf NS senkrecht ist, so kann man diese Linien, ohne sonderlichen Irrthum, als gerade ansehn. Ist nun SA der Halbmesser vom Durchschnitte des Erdschattens und in L der Mittelpunkt des Mondes, so ist SL die Breite desselben, und Sie sehen also augenscheinlich, daß keine Mondfinsterniß Statt finden kann, wenn die Breite SL, welche der Mond zur Zeit des Vollichts hat, nicht kleiner ist, als SA + AL, oder als die Summe des scheinbaren Halbmessers des Erdschattens in der Entfernung des Mondes und des scheinbaren Halbmessers des Mondes selbst. Wenn Sie also beide addiren, so sehen Sie sogleich, daß keine Verfinsterung möglich ist, wenn der volle Mond eine Breite hat, die größer ist, als 62 Minuten 53 Sekunden und daß er gewiß verfinstert werden muß, wenn seine Breite weniger, als 51 Minuten 36 Sekunden hält. Der Mond muß also immer der Ekliptik sehr nahe seyn, wenn er verfinstert werden soll, und da bey den Sonnenfinsternissen eben dasselbe Statt findet, so sehen Sie leicht, warum man die jährliche Bahn der Sonne am Himmel die Verfinsterungslinie (Ecliptica) genannt hat.

Wenn die Breite des Mondes, zur Zeit des Vollichts, der Summe der scheinbaren Halbmesser des Erdschattens und des Mondes gleich ist, so streift er bloß am Schatten in A vorbey, ohne verfinstert zu werden; ist sie größer, so bleibt er vom

Schatten ganz entfernt; ist sie aber kleiner, so wird der Mond gewiß verfinstert, entweder zum Theil oder auch gänzlich. Die erstre nennt man eine partiale die letztre eine totale oder gänzliche Finsterniß. Denn da der Durchschnitt des Erdschattens viel grösser ist, als die Mondscheibe, so kann der Mond allerdings gänzlich beschattet oder verfinstert werden, wenn sein Mittelpunkt der Axe des Schattens nahe genug kommt. Er wird zentral verfinstert, wenn jener Mittelpunkt selbst durch die Axe geht. Jede zentrale Finsterniß ist auch total, und jede totale zugleich partial, weil der Mond nach und nach in den Schatten der Erde tritt, und also Anfangs nur zum Theil verfinstert wird, ehe die totale Finsterniß anfängt. Eben so verläßt er wieder den Schatten der Erde allmählich, und bleibt also noch immer eine Zeit lang verfinstert, wenn gleich die totale Finsterniß bereits aufgehört hat.

Wenn die Breite des Mondes CD (Fig. 8) dem Unterschiede zwischen dem scheinbaren Halbmesser des Erdschattens und seinem eignen gleich ist, so ist die Mondfinsterniß total, aber ohne Dauer, weil, wie Sie leicht sehn, der Mond, so bald er in diesem Falle nur etwas über C hinausgeht, oben bey E aus dem Schatten tritt, und also nicht mehr ganz verfinstert bleibt. Ist seine Breite grösser, so ist die Mondfinsterniß nur partial; ist sie kleiner, so ist die Finsterniß total, und zwar mit einer Dauer. Aus dem, was ich bereits gesagt habe, sehen Sie leicht, daß die Breite des Mondes zuweilen von 31 Minuten 30 Sekunden seyn kann, wenn er ohne Dauer total verfinstert wird, und daß bey einer Breite von 21 Minuten 12 Sekunden allemal eine totale Mondfinsterniß, wenngleich ohne Dauer, Statt findet.

Der Punkt N, wo LN und SN sich durchschneiden, ist, wie Sie leicht sehen, ein Knoten der Mondbahn. Befindet sich zur Zeit des Volllichts der Mittelpunkt des Mondes in diesem Punkte, also in der Ekliptik selbst, so ist seine Finsterniß zentral, und immer zugleich total mit einer ansehnlichen Dauer, welche am größten wird, wenn bey N zugleich der Mond in seiner Erdnähe ist. Ueberhaupt ist der Mond allezeit, wenn er verfinstert wird, seinem Knoten nahe, und seine Entfernung von demselben läßt sich leicht aus seiner Breite berechnen. [1] So findet man, daß keine Mondfinsterniß seyn kann, wenn der Mond über 12 Grade 5 Minuten, und daß gewiß eine Statt findet, wenn er weniger, als 9 Grade 18 Minuten von seinen Knoten entfernt ist. Eben so fallen die Grenzen der totalen Finsternisse, die ich oben der Breite nach berechnet habe, zwischen die Entfernung von 3 Graden 49 Minuten und zwischen die von 6 Graden von den Knoten.

Das Mittel einer Finsterniß und zugleich die größte Verfinsterung findet in dem Augenblicke Statt, da der Mittelpunkt des Mondes der Axe des Erdschattens am nächsten ist. Man sieht den Durchschnitt des Schattenkegels mit der Kugel des Mondes als einen Kreis an, ungeachtet er eigentlich kein Kreis ist, und zieht durch die Mitte des Bogens, der bey der größten Verfinsterung den beschatteten Theil der Mondscheibe von dem hellen absondert, aus dem Mittelpunkte dieser Scheibe einen Halbmesser. Man mißt, wie viel Zwölftheile des scheinbaren Monddurchmessers der verfinsterte Theil jenes Halbmessers hält, und darnach bestimmt man die Größe der partialen Mond-

finsterniß: Denn man ist einmal gewohnt bey den Finsternissen den ganzen scheinbaren Durchmesser des Mondes in 12 gleiche Theile, welche man Zolle nennt, und jeden Zoll in 60 Minuten zu theilen. Ueberdieses vermehrt man den Durchmesser des Erdschattens um $\frac{1}{60}$, oder man giebt ihm so viele Sekunden zu, als er Minuten hält, weil man beobachtet hat, daß er durch den Halbschatten, der an den Grenzen des Kernschattens fast so dicht ist, wie dieser, ungefähr um $\frac{1}{60}$ verstärkt wird. Man erhält die Größe der Verfinsterung auch, wenn man den scheinbaren Halbmesser des Erdschattens zu dem scheinbaren Halbmesser des Mondes addirt und von dieser Summe die Entfernung zwischen den Mittelpunkten des Schattens und des Mondes zur Zeit der Mitte der Finsterniß abzieht. Denn es sey CB (Fig. 124) der um $\frac{1}{60}$ verstärkte Halbmesser des Durchschnitts des Erdschattens in der Gegend des Mondes, FG ein kleiner Theil der Ekliptik, und O der Mittelpunkt des Mondes zur Zeit der größten Verfinsterung, so wird $CB + AO - CO = CA + AO + OB + AO - CA - AO = AB$. Es ist aber AB der verfinsterte Theil des durch die Mitte des Bogens ba gehenden Halbmessers der Mondscheibe, welcher die Größe der Finsterniß ausdrückt.

Da die Astronomen die Größe der totalen Finsternisse auf eben dieselbe Art bestimmen, wie die Größe der partialen, so hält eine gänzliche Finsterniß mit einer Dauer allemal mehr als 12 Zolle, ungeachtet vom Monde eigentlich nicht mehr, als 12 Zolle, verfinstert werden können. Denn gesetzt die Finsterniß sey zentral, der Weg des Mondes HD gehe also durch C, und der Mond

befinde sich bey der größten Verfinsterung in C; so wird die Größe dieser Finsterniß, nach obiger Art ausgedrückt, = CD + DE seyn, weil die Entfernung der Mittelpunkte, beym Mittel der Finsterniß, = 0 ist. Nun ist, wenn man die äußersten Grenzen nimmt, der Halbmesser des Mondes zum Halbmesser des Erdschattens, den man um $\frac{1}{60}$ vermehrt hat, wie 16 Minuten 51 Sekunden zu 46 Minuten 49 Sekunden, oder wie 1 : 2,77. Also hält der letztre 16 Zolle 37 Minuten, wenn man dem erstern 6 Zolle giebt. Daher kann eine zentrale Finsterniß, wenn sie am größten ist, 22 Zolle 37 Minuten groß seyn.

Der Mond bewegt sich in seiner Bahn viel schneller, als die Sonne, und folglich auch geschwinder, als der Erdschatten in der Ekliptik fortgeht. Er verhält sich eben so, als bewegte er sich mit dem Ueberschusse seiner Geschwindigkeit durch den ruhenden Erdschatten. Um also die Dauer einer Mondfinsterniß zu finden, muß man wissen, wie geschwinde sich der Mond und die Sonne zur Zeit der Finsterniß bewegen, und wie groß der Weg ist, den der Mittelpunkt des Mondes vom Anfange bis zum Ende der Finsterniß mit dem Ueberschusse seiner Geschwindigkeit zurücklegen muß, wenn man den Schatten als ruhend ansieht. Man kann die größte stündliche Bewegung des Mondes, zur Zeit der Erdnähe, auf etwa 38 Minuten 11 Sekunden und die größte stündliche Bewegung der Sonne auf 2 Minuten 33 Sekunden setzen, daß also der Mond zur Zeit der Erdnähe, wenigstens 35 Minuten 38 Sekunden oder 2138 Sekunden in einer Stunde mit dem Ueberschusse seiner Geschwindigkeit zurücklegt. Nun fängt bey einer zentralen Mondfinsterniß

(Fig. 124) die Finsterniß an, wenn der Mond in D, und sie hört auf, wenn der Mond in H den Erdschatten berührt. Die totale Finsterniß fängt an, nachdem der Mittelpunkt des Mondes durch DE + DI gegangen ist, wenn DI = DE ist, und sie hört auf wenn er in L ankommt, und HL = DE ist. Die Zeit also, da der Mittelpunkt von E bis C kommt, ist die halbe Dauer der ganzen, und die Zeit, da er von D bis C kommt, die halbe Dauer der totalen Finsterniß. Wenn man daher die Summe des größten Durchmessers des Erdschattens und des Mondes, oder 5618″ + 2023″ mit 2138 theilt, so erhält man 3 Stunden 34 Minuten 26 Sekunden, als die größte Dauer, die eine Mondfinsterniß überhaupt haben kann; theilt man aber den Unterschied von 2023 und 5618, mit 2138, so hat man die größte mögliche Dauer einer totalen Mondfinsterniß von 1 Stunde 40 Minuten 53 Sekunden, und die partiale Verfinsterung dauert alsdann 1 Stunde 53 Minuten 33 Sekunden, welche Zahl man erhält, wenn man den doppelten Durchmesser des Mondes, oder 4046, mit 2138 theilt.

Nach diesen Grundsätzen werden von den Astronomen alle Mondfinsternisse, nach allen Umständen, im Voraus berechnet, indem sie vorher, vermittelst der Sonnentafeln und Mondtafeln, die wahren Oerter der Sonne und des Mondes, der Länge und Breite nach, zur Zeit des ekliptischen Vollmondes, aufs genaueste bestimmen. Die beständige und genaue Uebereinstimmung des wirklichen Erfolges mit diesen Berechnungen ist der sicherste Beweis der Richtigkeit und Zuverlässigkeit aller der

Voraussetzungen, auf die sich jene Rechnungen gründen.

Der Durchschnitt des Erdschattens, durch welchen man sich bey einer Finsterniß die Mondscheibe, als durchgehend, vorstellt, kann eigentlich nie ein wirklicher Kreis seyn, theils weil die Bahn des Mondes immer gegen die Axe des Schattens etwas geneigt ist, indem der Mond, selbst während der Finsterniß, sich der Erde entweder etwas nähert oder von ihr entfernt, theils weil die Erde keine vollkommne Kugel ist, theils weil selbst die Beschaffenheit ihrer Atmosphäre auf die Beschaffenheit ihres Schattens einen merklichen Einfluß hat. Indessen kann der Irrthum, den man dadurch begeht, daß man jenen Durchschnitt als völlig kreisförmig ansieht, in Ansehung des Anfangs oder des Endes einer Finsterniß, schwerlich höher, als auf eine Minute, steigen.

Der Halbschatten der Erde, welcher, wenn S die Sonne und T die Erde vorstellt (Fig. 10), zwischen den Grenzen FDV, VEG eingeschlossen ist, hat, allenthalben um den Kernschatten DVE herum, eine Breite, die dem scheinbaren Durchmesser der Sonne gleich ist. Denn die Winkel FDV, GEV sind beide = ADB oder AEB. Da er an DV und EV sehr dicht ist, weiterhin aber immer dünner wird, bis er sich zuletzt allmählich ganz verliert, so vermehrt er, wie ich schon gesagt habe, den wahren Schatten, nach Maiern, um $\frac{1}{60}$, und macht außerdem den wahren Anfang und das Ende einer Mondfinsterniß ziemlich ungewiß. Man kann ihn auf der Mondscheibe mit bloßem Auge, aber nicht durch Fernröhre, sehr deutlich, und oft schon $\frac{1}{2}$ Stunde vor dem Anfange der Finsterniß, unterscheiden. Daher

läßt sich auch der Anfang einer Mondfinsterniß mit dem bloßen Auge, wenn es gut ist, allemal früher bemerken, als durch ein Fernrohr; und zwar zeigen ihn gewöhnlich lange Fernröhre noch später, als kurze.

Anmerkung.

1. Wenn man (Fig. 115) den Winkel ZCN, welcher der Neigung der beiden größten Kreise OFW gleich ist, m nennt, so ist sin. FO $= \frac{\text{sin. OW}}{\text{sin. m}}$ (4 Brief 7 Anmerk.) und sin. FW $= \frac{\text{sin. FO . cos. m}}{\text{cos. OW}}$ (5 Brief 2 Anmerkung) $= \frac{\text{tang. OW}}{\text{tang. m}}$. Ist nun F der Knoten des Mondes, AFB seine Bahn, OW seine Breite, so läßt sich durch die gegebne Gleichung seine Entfernung vom Knoten FW leicht berechnen, wenn seine Breite OW bekannt ist.

Dreyzehnter Brief.

Der Mond verschwindet zuweilen, wenn er gänzlich verfinstert wird, so, daß man ihn selbst durch Fernröhre am Himmel nicht finden kann, obgleich dieser so heiter ist, daß man selbst die kleinsten Sternchen deutlich sieht. Hevel und Kepler haben dergleichen Beobachtungen aufgezeichnet. Zuweilen sieht man ihn, nachdem er gänzlich verfinstert worden ist, als eine schwärzliche oder als eine roth-

glühende Scheibe, zuweilen ist er nur am Rande, zuweilen nur in der Mitte röthlich, und scheint oft, im letztern Falle, kleiner zu seyn, als gewöhnlich. Alle diese Erscheinungen rühren unfehlbar bloß von den Sonnenstrahlen her, welche durch die Atmosphäre der Erde in ihren Schatten gebrochen werden. Denn die, welche nahe an ihrer Oberfläche fortgehn, leiden eine Brechung, welche der doppelten horizontalen Strahlenbrechung gleich, und also, da sich diese oft sehr verändert, von einem bis anderthalb Graden ist. Sie sind allezeit roth; die höhern Strahlen aber verändern ihre Farbe immer weniger, so wie sie auch immer weniger, und zuletzt, in einer Höhe von etwa 5158 Pariser Klaftern über der Erde, gar nicht mehr merklich gebrochen werden. Also durchschneiden diese gebrochnen Strahlen, besonders die untersten, die Axe des Erdschattens bald näher an der Erde, bald weiter von ihr, und der verfinsterte Mond fängt, wenn er nahe genug bey der Gegend, wo die gebrochnen Strahlen am dichtesten sind, durch den Erdschatten geht, entweder bloß die rothen, oder bloß die von unveränderter Farbe, oder theils diese, theils jene, auf. Ist er aber zu nahe an der Erde, so erhält er, mitten im Erdschatten, nur wenig oder gar kein gebrochnes Licht, und verschwindet daher am Himmel. Also sind die Farben des verfinsterten Mondes allerdings eine Wirkung der Erdatmosphäre. Zu der Vergrößerung des Schattens aber kann sie wol schwerlich auf eine merkliche Art etwas beytragen, da sie hierzu viel zu niedrig und in der Höhe viel zu durchsichtig ist. Man muß jene Vergrößerung lediglich dem Halbschatten zuschreiben.

Zuweilen giebt es in einem ganzen Jahre gar keine Mondfinsterniß, zuweilen hat ein Jahr drey Mondfinsternisse. Mehrentheils fallen zwey auf jedes Jahr, die eine sechs Monate von der andern, weil die Sonne ungefähr 6 Monate Zeit braucht, um aus einem Knoten der Mondbahn in den andern zu kommen. Nach 18 Jahren und 10 Tagen kehren die Finsternisse fast auf denselben Tag wieder zurück. Der Umfang von 582 Jahren ist noch genauer und sicherer. Denn am Ende desselben fallen die Finsternisse fast auf denselben Tag und dieselbe Stunde wieder ein, als am Anfange. Man hat verschiedne dergleichen Perioden, die man überhaupt Saros nennt, nach welchen die Sonne, der Mond, und seine Knoten, fast vollkommen wieder dieselbe Lage gegen einander erhalten, also auch die Finsternisse wieder auf dieselbe Zeit fallen, als am Anfange der Perioden.

Wenn der Mond verfinstert wird, so verliert er wirklich sein Licht, und man sieht daher eine Mondfinsterniß allenthalben auf der Erde, wo nur der Mond über dem Horizonte ist, auf einerley Art, ohne daß die Parallaxe hierin den geringsten Unterschied machen kann. Ebendeßhalb werden die Mondfinsternisse gebraucht, um die geographische Länge der Oerter zu bestimmen. Da aber der Anfang und das Ende einer Finsterniß immer etwas unsicher ist, so muß man vorzüglich die Zeit der Verfinsterung der vornehmsten Flecken des Mondes, besonders derer, welche der Axe des Erdschattens am nächsten sind, aufs genaueste beobachten. Denn bey diesen läßt sich der Eintritt in den Schatten und der Austritt aus demselben, viel sichrer und genauer bemerken, als bey

den Flecken, die dem erleuchteten Theile des Mondes nahe sind. Sie verweilen auch länger im Schatten, als diese. Vergleicht man nachher dergleichen Beobachtungen einer und ebenderselben Finsterniß, die an verschiedenen Orten gemacht worden sind, so kann man daraus den Unterschied in der Länge der Oerter erkennen. So beobachteten 1748 den 8 August Bouguer in Paris und zugleich Heinsius in Leipzig, bey der damahligen Mondfinsterniß, den Eintritt des Fleckens Tycho in den Schatten, jener um 10 Uhr 36 Minuten 28 Sekunden, dieser um 11 Uhr 16 Minuten 32 Sekunden. Wenn man den Unterschied dieser Zeiten von 40′ 4″ in Grade verwandelt, indem man 4 Minuten auf 1 Grad rechnet, so zeigt sich, daß der Unterschied in der Länge zwischen Paris und Leipzig 10° 1′ ausmacht, oder daß Leipzig um 10° 1′ östlicher liegt, als Paris, folglich 30° 1′ Länge hat, wenn die Länge von Paris auf 20 Grade gesetzt wird.

Das Eintreten eines Mondflecken in den Erdschatten nennt man auch den Eintritt, oder die Immersion, so wie das Austreten aus demselben den Austritt oder die Emersion. Eben dieser Namen bedient man sich auch bey den Verfinsterungen aller kleinen Himmelskörper in dem Schatten der größern. Dergleichen Verfinsterungen dienen übrigens zur Bestimmung der geographischen Länge eben so gut, und auf ebendieselbe Art, wie die Mondfinsternisse.

Mit einer Sonnenfinsterniß verhält es sich anders, wie mit einer Mondfinsterniß, weil zwar die Sonne dabey ihr Licht zu verlieren scheint, in der That aber es nicht verliert, sondern eigentlich bloß die Erde verfinstert wird. Eine Son-

nenfinsterniß fällt nie anders, als im Neulichte, vor, wo der Mond genau zwischen der Sonne und der Erde steht. Eine schwarze Scheibe, welche keine andre, als die des Mondes, ist, scheint alsdann von Westen nach Osten vor die Sonne zu rücken, und sie zuletzt entweder ganz, oder nur zum Theil zu bedecken. Im ersten Falle ist die Sonnenfinsterniß total; im andern partial. Die partiale Sonnenfinsterniß aber kann so gut zentral seyn, als die totale, oder, welches einerley ist, die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes können mit unserm Auge in einer und ebenderselben geraden Linie liegen, wenngleich die Sonne nicht ganz verfinstert wird. Denn da der scheinbare Durchmesser des Mondes oft kleiner ist, als der der Sonne, so sieht man zuweilen den Mond mitten vor der Sonne, und um den erstern rund herum einen halben Ring, als einen Theil der Sonnenscheibe. Eine solche ringförmige Finsterniß ist zentral und dennoch nur partial.

Jede Sonnenfinsterniß ist eigentlich, wie ich schon gesagt habe, eine Erdfinsterniß, weil der Theil der Erde, auf welchen der Schatten des Mondes fällt, das Licht verliert, oder wenigstens die Sonne nicht ganz sehen kann. Denn der Mond wirft eben so gut, wie die Erde, einen kegelförmigen Schatten, der Sonne gegen über. Wenn in S die Sonne (Fig. 8) in T der Mond, und SV die durch die Mittelpunkte beider Himmelskörper gehende gerade Linie ist, so verhält sich SA zu TB wie VS zu VT, also auch SA — TB : TB = ST : VT. Da nun der Halbmesser der Erde sich zum Halbmesser des Mondes, wie 3,656 : 1 = 1 : 0,2735, und zum

Halbmesser der Sonne, wie 1 : 110,37 verhält, so ist SA : TB oder der Halbmesser der Sonne zum Halbmesser des Mondes, wie 403,54 : 1 und SA — TB : TB = 402,54 : 1. Da nun, wenn die Sonne in der Erdferne und der Mond in der Erdnähe, also der Schatten des Mondes am längsten ist, ST = 24123 — 55,78 = 24067,22 Halbmesser der Erde wird, so läßt sich leicht die Länge des Schattens TV berechnen. So findet man, daß der Mondschatten, wenn er am längsten ist 59,78, und wenn er am kürzesten ist 57,74, ins Mittel aber 58,76 Erdhalbmesser hält. Er kann also bloß um die Zeit, wenn sich die Sonne in der Erdferne befindet und der Mond sehr nahe bey der Erde ist, die Erde erreichen, weil dieser zwar zuweilen 55,49, zuweilen aber auch 64,26, und ins Mittel 59,88 Erdhalbmesser von der Erde entfernt ist.

Die halbe Breite des Mondschattens auf der Erde in DE, wie sie aus dem Monde erscheint, oder der Winkel DTE ist = DTF — ETF. Es ist aber DTF, als der äußere Winkel des Dreyecks DAT = TDA + TAB, und ETF ist = ATS. Sie erhalten also DTE, wenn Sie von der Summe der Parallaxen der Erde und der Sonne den scheinbaren Halbmesser der Sonne abziehen, alles, so wie es aus dem Monde erscheint. Denn offenbar ist TDA im Monde die Horizontalparallaxe der Erde, so wie TAB die der Sonne. Gemeiniglich setzt man den scheinbaren Halbmesser des Mondschattens auf der Erde, aus dem Monde gesehen, dem Unterschiede zwischen den scheinbaren Halbmessern des Mondes und der Sonne auf der Erde gleich, und man kann das auch ohne den

geringsten merklichen Irrthum thun. Denn BET ist = EBD + EVD oder + SVA, also BET — SVA = EBD, oder der scheinbare Halbmesser des Mondes, weniger dem scheinbaren Halbmesser der Sonne, ist dem scheinbaren Halbmesser des Schattens gleich, und V fällt so nahe an E, daß es einerley ist, ob man die Sonne aus V oder aus dem Mittelpunkte der Erde betrachtet. Daher beträgt die scheinbare halbe Breite des Mondschattens auf der Erde höchstens 1 Minute 7 Sekunden, weil dieses der größte Unterschied zwischen den scheinbaren Halbmessern der Sonne und des Mondes ist.

Da der Schatten des Mondes sich eben so schnell bewegt, als der Mond schneller fortgeht, wie die Sonne, und die stündliche Bewegung des Mondes, wenn sie am größten ist, über die kleinste stündliche Bewegung der Sonne, 35 Minuten 38 Sekunden beträgt, so sehen Sie leicht, daß der Schatten des Mondes an keinem Orte der Erde länger, als höchstens 3 Minuten 47 Sekunden verweilen kann. Da nun ein jeder Ort, auf welchen der Kernschatten des Mondes fällt, die Sonne gar nicht sieht, also eine totale Sonnenfinsterniß hat, so folgt, daß eine totale Sonnenfinsterniß auf der Erde nirgend länger, als höchstens 3 Minuten 47 Sekunden, dauern kann.

Auf die Mondfinsternisse hat der Halbschatten der Erde nur einen geringen Einfluß; die Sonnenfinsternisse hingegen werden größtentheils bloß durch den Halbschatten des Mondes erzeugt, weil sein Kernschatten die Erde nur selten erreicht. Jedem Auge, welches sich im Halbschatten des Mondes befindet, wird ein Theil der Sonne durch die

dunkle Mondscheibe verdeckt, wie dem Auge in O (Fig. 10) der Theil BP; und es sieht also eine Sonnenfinsterniß. Die halbe Breite aber des Halbschattens aus dem Monde gesehen, oder der Winkel FTH ist = FTD + TCD. Aber TCD ist = SCB = CVB + CBV, und CBV, oder der scheinbare Durchmesser des Mondes in der Sonne, ist ein kleiner Winkel von 4,7 Sekunden, den man ohne alles Bedenken weglassen kann. Also wird FTH = FTD + CVB, oder die halbe scheinbare Breite des Halbschattens ist der Summe der scheinbaren Halbmesser des Mondes und der Sonne gleich. Ziehen Sie von FH, Hh ab, so bleibt die halbe Breite des Halbschattenringes übrig, und Sie finden sie dem doppelten scheinbaren Halbmesser der Sonne gleich. Da nun die größte aequatorische Horizontalparallaxe des Mondes oder der größte scheinbare Halbmesser der Erde im Monde 61 Minuten 38 Sekunden ausmacht, also den scheinbaren Halbmesser des Halbschattens, der höchstens nur 16 Minuten $16\frac{1}{2}$ Sekunden + 16 Minuten 51 Sekunden oder 33 Minuten $7\frac{1}{2}$ Sekunden betragen kann, an Größe weit übertrifft, so sehen Sie augenscheinlich, daß keine Sonnenfinsterniß auf der Erde allgemein seyn kann. Der Halbschatten des Mondes bedeckt immer nur einen gewissen Theil der der Sonne zugekehrten Erdfläche, und die Bewohner dieses Theils sehen die Sonne auf sehr verschiedene Art und zu verschiedenen Zeiten verfinstert. Einige haben eine sehr große, andre zugleich nur eine kleine Finsterniß; bey einigen fängt dieselbe Finsterniß früh, bey andern spät, an, so wie der Schatten des Mondes sich nach und nach über die Erdfläche bewegt. Diejenigen aber, welche außer den Gren-

zen

zen des Halbschattens liegen, sehen gar keine Finsterniß, obgleich auch bey ihnen die Sonne scheint.

Wenn also S (Fig. 125) die Sonne, in T die Erde und in L der Mond ist, und der letztre steht von der Linie ST, welche durch die Mittelpunkte der Sonne und der Erde geht, so weit ab, daß die Linie AB, welche die Sonne und die Erde in A und B berührt, auch ihn in D berührt, so kann keine Sonnenfinsterniß Statt finden, es sey denn die Breite des Mondes kleiner, als hier der Winkel STL. Denn da die Linie ST ganz in die Ekliptik fällt, so ist STL die Breite des Mondes; die Linie aber ADB ist die Grenze seines Halbschattens. Wenn also diese die Erde bloß in einem Punkte B berührt, so sehen bloß diejenigen, welche sich in B befinden, die äußere Berührung der Ränder des Mondes und der Sonne, aber es findet auf der Erde keine eigentliche Sonnenfinsterniß Statt, es sey denn die Breite des Mondes kleiner, als hier STL. Nun ist aber STL $=$ STA $+$ ATD $+$ DTL und ATD $+$ TAD $=$ TDB. Also wird STL $=$ STA $+$ TDB $-$ TAD $+$ DTL. Also muß die Breite des Mondes kleiner seyn, als der scheinbare Halbmesser der Sonne STA, $+$ dem Unterschiede der Parallaxe des Mondes und der Sonne TDB $-$ TAB, $+$ dem scheinbaren Halbmesser des Mondes DTL, wenn eine Sonnenfinsterniß Statt finden soll. Diese Summe macht, wenn man sie nach den im vorhergehenden Schreiben befindlichen Angaben berechnet, höchstens 1 Grad 34 Minuten 37 Sekunden und wenigstens 1 Grad 23 Minuten $19\frac{1}{2}$ Sekunde aus. Es ist aber der Mond bey einer Breite von 1 Grade 34 Minuten 37 Sekunden von seinem Knoten an $18\frac{1}{4}$ Grade,

und bey einer Breite von 1 Grade 23 Minuten $19\frac{1}{2}$ Sekunde etwas über 16 Grade entfernt. *) Daher pflegt man gemeiniglich anzunehmen, daß keine Sonnenfinsterniß möglich sey, wenn der neue Mond weiter, als 20 bis 21 Grade, und daß nothwendig irgendwo auf der Erde eine Sonnenfinsterniß Statt finde, wenn er weniger, als 15 Grade, von seinem Knoten entfernt ist; daß endlich zwischen 15 und 20 Graden eine Finsterniß möglich obgleich nicht nothwendig sey.

Die Grenzen der möglichen Sonnenfinsternisse erstrecken sich, wie Sie sehen, viel weiter, wie die Grenzen der möglichen Mondfinsternisse. Die erstern sind daher auch überhaupt genommen viel häufiger, als die letztern, obgleich sie immer nur an einigen Oertern der Erde sichtbar sind. Es können sogar zwey Neumonde, die unmittelbar auf einander folgen, beide ekliptisch seyn, welches bey zweyen Vollmonden hinter einander nie Statt findet. Da der Mond um die Erde, nicht um die Sonne, läuft, so scheint er uns immer rechtläufig, und sein Schatten berührt daher die Erdkugel immer zuerst in Westen. Da, wo dieses geschieht, berühren auch die Sonnenstrahlen die Erde, und die Sonne geht hier verfinstert auf. Eben so verläßt nachher der Mondschatten die Erdfläche in Osten, und die Sonne geht daselbst verfinstert unter. Alle Oerter, durch welche die Axe des Schattens geht, sehn eine ringförmige oder eine totale und zentrale Finsterniß. Zu beiden Seiten der Axe ist die Finsterniß nur partial und nicht zentral, sie geht überhaupt allmählich von Westen

*) Dieses läßt sich aus der in der Anmerkung des vorhergehenden Briefes gegebnen Formel leicht berechnen.

nach Osten über die Erde fort, und kann nirgend länger dauern, als höchstens 2 Stunden.

Vierzehnter Brief.

Auch die Sonnenfinsternisse werden nach den Grundsätzen, mit welchen ich Sie bekannt gemacht habe, im Voraus berechnet, und diese Berechnungen stimmen mit der Erfahrung vollkommen überein. Sie sind aber viel weitläuftiger und schwerer, als die Berechnungen der Mondfinsternisse, weil der Mond eine so beträchtliche Parallaxe hat, und sich an verschiedenen Oertern der Erde in ganz verschiednen Lagen gegen die Sonne zeigt, so, daß man für jeden besondern Ort die Größe, den Anfang und das Ende einer Finsterniß besonders berechnen muß. Ueberdieses sind die parallaktischen Rechnungen, besonders wegen der noch immer nicht mit hinlänglicher Zuverlässigkeit bestimmten Gestalt der abgeplatteten Erdkugel, unsicher, so, daß man, wenn man durch die Beobachtung der Sonnenfinsternisse die geographischen Längen der Oerter finden will, auch bey der allersorgfältigsten Berechnung und Beobachtung, um 20 Sekunden, ja unter nicht so vortheilhaften Umständen auch wohl um das Doppelte irren kann. Etwas ähnliches muß man von den Bedeckungen der Fixsterne durch den Mond sagen. Sonst läßt sich das Fortrücken des auf der hellen Sonnenscheibe scharf abgeschnittenen dunkeln Mondrandes viel zuverlässiger beobachten, als das Fortrücken des etwas unsichern be-

grenzten Erdschattens auf der Mondscheibe. Und wenn man gleich den Anfang der Finsterniß etwas zu spät und ihr Ende etwas zu früh bemerken sollte, so läßt sich doch dieser Fehler durch die genaue Beobachtung der Zeiten, in welchen die verschiedenen Theile der Sonnenscheibe nach und nach verfinstert werden, verbessern. Denn diese Zeiten muß man mit einer sehr guten Uhr, und einem guten Fernrohre, in welchem sich zwey sehr feine Fäden senkrecht durchkreuzen, aufs sorgfältigste bemerken. Von diesen Fäden muß, während der ganzen Beobachtung, der eine eine unbewegliche völlig horizontale, der andre eine vertikale Lage haben, damit man die Unterschiede der Höhen und der Azimuthe der Ränder und Hörner des Mondes und der Sonne von Zeit zu Zeit dadurch beobachten könne.

Uebrigens wird die Größe der Finsternisse der Sonne sowohl, als des Mondes, auf einerley Art nach Zollen und Minuten bestimmt. Aber eine gänzliche Sonnenfinsterniß ist viel seltener und merkwürdiger, als eine gänzliche Mondfinsterniß. Es wird mitten bey Tage völlig Nacht, die Sterne erscheinen, die Thiere begeben sich zur Ruhe, und um den Mond zeigt sich ein heller Ring, der unfehlbar durch das in seiner Atmosphäre gebrochne Sonnenlicht erzeugt wird. Der erste Punkt der Sonne, der wieder zum Vorschein kommt, wenn die gänzliche Finsterniß aufhört, erscheint plötzlich, wie ein Blitz mit seiner ganzen Lichtstärke. Zuweilen sieht man bey solchen gänzlichen Finsternissen helle blitzende Punkte in der schwarzen Mondscheibe, als wenn der Mond hier durchlöchert wäre, und das Sonnenlicht durchließe. Sie entspringen aber höchst

wahrscheinlich von dem noch fortdauernden Feuer der ungeheuern Vulkane im Monde.

Die Mondfinsternisse, bey welchen man den Schatten der Erde auf der Mondscheibe kreisrund und mit einem glatten Rande umgeben sieht, beweisen auf eine sinnliche Art, daß die Erde eine Kugel ist, und daß ihre von den Gebirgen herrührende Ungleichheiten, in Ansehung des Ganzen, von gar keiner Bedeutung sind. Warum sollte sie sich also auch nicht, so wie die Sonne und der Mond und andre himmlische Körper, die gleichfalls Kugeln sind, von Westen nach Osten um ihre Axe drehen? besonders da sie so sehr viel kleiner ist, als die Sonne? Welche ungeheure und ganz unbegreifliche Schnelligkeit müßte die Sonne nicht haben, wenn sie, bey ihrer erstaunlichen Entfernung von der Erde, alle 24 Stunden einmal um diese herumlaufen sollte? Und was soll man vollends von den Sternen sagen, die größtentheils noch viel weiter von der Erde abstehen, als die Sonne? Welche einigermaßen wahrscheinliche Ursache kann man angeben, daß Sterne, die so unendlich verschiedene Entfernungen von der Erde haben, dennoch alle in gleichen Zeiten und um dieselbe Achse zugleich herumgehen sollten? Wie leicht und wie natürlich lassen sich dagegen nicht alle diese scheinbaren Bewegungen daraus erklären, daß die Erde, zusammt ihrer Atmosphäre, sich in jedem Tage einmal von Westen nach Osten um ihre Axe dreht? Alle himmlische Körper, das heißt: alle, die außer der Atmosphäre der Erde sind, müssen alsdann uns nothwendig in derselben Zeit von Osten nach Westen zu gehen scheinen, und selbst die Kometen, jene sonderbaren Sterne, die nur zuweilen der Erde so nahe kommen, daß sie sichtbar

sind, müssen an dieser scheinbaren täglichen Bewegung Antheil nehmen.

Ich werde also künftig die Drehung der Erde um ihre Achse als eine wirklich vorhandne Bewegung allezeit voraussetzen, und habe hierzu ein desto größeres Recht, da ich sie Ihnen in der Folge noch durch andre Gründe, wider welche sich gar nichts einwenden läßt, beweisen will. Sie ist ganz gleichförmig und geschieht in derselben Zeit, in welcher die Fixsterne, die keine eigne merkliche Bewegung haben, um die Erde zu laufen scheinen. Denn ein Fixstern, der zu einer gewissen Zeit in unserm Scheitelpunkte steht, muß nothwendig in der Zeit, da wir uns mit der Erde gleichförmig von Westen nach Osten drehen, in der Ebne, in welcher wir uns drehen, von Osten nach Westen einen Parallelkreis ein Mal gleichförmig zu durchlaufen scheinen, da er, nach einer völligen Umwälzung der Erdkugel, wieder in unsern Scheitelpunkt kommt. Jeder andre Stern aber, da er von jenem immer gleich weit entfernt bleibt, muß in derselben Zeit ebenfalls von Osten nach Westen einen Parallelkreis zu durchlaufen scheinen, es sey denn daß er lothrecht über dem Pole der Erde steht, wo er ganz unbeweglich bleibt.

Wenn man erstlich einmal von der Drehung der Erdkugel überzeugt ist, so findet man wenig Bedenken, auch die jährliche Bewegung der Sonne um die Erde bloß als scheinbar anzusehen, und anzunehmen, daß in der That die Erde um die Sonne, so wie der kleinere Mond um die größere Erde, herum läuft. Alle die besondern Erscheinungen der vier Jahreszeiten lassen sich unter dieser Voraussetzung sehr leicht und natürlich begreifen, wenn

man nur annimmt, daß die Axe der Erde sich immer parallel bleibt. Wenn nämlich die Erde eine fast kreisförmige Bahn ADEGA (Fig. 11) außer deren Mittelpunkte C die Sonne in S ist, in einem Jahre durchläuft, so sehen wir nach und nach die Sonne in E, F, G, wenn die Erde nach und nach in A, B, D kommt, und die geraden Linien AE, BF, DG alle durch S gehn. Bewegt sich aber die Erde aus E in F, oder G, so scheint uns die Sonne aus A in B oder D zu gehen. Mit einem Worte: wenn die Erde wirklich vorwärts oder nach der Ordnung der Zeichen fortgeht, so scheint sich uns die Sonne nach dieser Ordnung in ihrer Bahn zu bewegen. Und sind die Winkel ASB, BSD, welche die Erde in gewissen Zeiten durchläuft, einander gleich und von 30 Graden, so scheint uns die Sonne durch gleiche Winkel oder Bogen der Ekliptik, nämlich von G nach F durch ein Zeichen, und von F nach E auch durch ein Zeichen, zu laufen. In D ist die Sonnenferne, in G die Sonnennähe, oder die Erde ist in D am weitesten von der Sonne, und in G am nächsten bey ihr. Dort erscheint uns die Sonne im Krebse, hier im Steinbocke; immer aber zeigt sich ihr Mittelpunkt in der Ebne der Ekliptik, weil wir ihn gleichsam aus dem Mittelpunkte der Erde sehen, und jene Ebne durch diesen und den Mittelpunkt der Sonne geht.

Da während der Bewegung der Erde ihre Axe, folglich auch ihr Aequator, sich immer parallel bleibt, so stellen Sie sich eine der Ebne des Aequators parallele Ebne durch S vor. Sie durchschneidet die Ebne der Ekliptik nothwendig in einer gewissen geraden Linie HI, und in dieser liegt der Frühlingspunkt und der Herbstpunkt. Denn sobald

die Erde in H oder I anlangt, so sehen ihre Bewohner die Sonne in der Ebne des Aequators, zu jeder andern Zeit aber außer ihr. Also haben wir alsdann die Nachtgleichen, und die Sonne erscheint das eine Mal im ♈, das andre Mal in ♎, welche beide Punkte um 6 Zeichen aus einander liegen. Ziehen Sie durch S die auf HI senkrechte Linie DG, so ist die Bahn der Erde, oder die Ekliptik DHEFIBD, in den Punkten D und G am weitesten von der Ebne des Aequators entfernt, welche bey D über, und bey G unter sie fällt. *) Kommt also die Erde in jene Punkte, so scheint uns die Sonne alsdann am weitesten vom Aequator entfernt zu seyn, und in dem einen am höchsten über ihm, in dem andern am tiefsten unter ihm zu stehen. Mit einem Worte: hier sind die Punkte der Sonnenwenden, die um 3 Zeichen von den Punkten der Nachtgleichen entfernt sind. Dadurch daß die Axe der Erde sich nicht immer ganz vollkommen parallel bleibt, geschieht es, daß auch die Ebne des Aequators und die Linie HI allmählich ihre Lage etwas ändern, und die Punkte der Nachtgleichen sich rückwärts bewegen.

Kopernikus ein Thorner von Geburt, und Domherr von Ermeland, war der erste, welcher in der Mitte des sechzehnten Jahrhunderts die Bewegung der Erde um ihre Achse und um die Sonne aus Gründen behauptete, und umständlich zeigte, wie leicht und natürlich sich aus diesen Bewegungen alle Erscheinungen der himmlischen Körper erklären ließen. Vorzüglich war es der unregelmäßige Lauf der Planeten, welcher ihn bewog anzunehmen, daß diese Gestirne mit der Erde zugleich in verschiede-

*) Man sehe die 3 Anmerk. des 3 Briefes.

nen Entfernungen und Kreisen um die Sonne herumgehen. In der That scheinen sie in dem Thierkreise herumzuirren, bald vorwärts, bald rückwärts zu laufen und bald gar stille zu stehen, daher man sie auch Irrsterne oder Planeten genannt hat. In der Weltordnung des Kopernikus sind alle diese Unordnungen nur scheinbar, und rühren bloß von der Bewegung der Erde um die Sonne her, während daß die Planeten in ihren Bahnen ganz regelmäßig fortlaufen. Denn wenn unser Auge mit der Erde zugleich fortgerissen wird, so muß selbst ein stillstehender Stern sich uns auf verschiedene Art, und ein bewegter sich ganz anders, als er wirklich fortgeht, zu bewegen scheinen.

Die Alten hatten sehr enge Begriffe von der Größe des Weltgebäudes. Mehrentheils setzten sie die Erde in die Mitte desselben und glaubten, daß die Sonne, so wie die Planeten, in verschiedenen Kreisen um dieselbe herumlaufen. In dieser Betrachtung rechneten sie die Sonne mit unter die Planeten. In einer geringen Entfernung über dem äußersten Planeten, den sie kannten, dem Saturne, stellten sie sich die Fixsterne an einer hohlen Kugel, dem Sternhimmel, befestigt vor, und glaubten, daß dieser mit allen Sternen täglich ein Mal um die Erde gedreht würde, und seine Bewegung auch den Planeten mittheilte. Als man die Unrichtigkeit dieser Weltordnung, die vom Ptolomäus den Namen hat, zuletzt überzeugend einsah, und Kopernikus die wahre Weltordnung entdeckte, konnte man sich Anfangs gar nicht daran gewöhnen, sich das Weltgebäude so groß zu gedenken, als es wirklich ist. Wenn nämlich ein Stern S (Fig. 12) so steht daß der Winkel DAS, indem die Erde sich in A befindet, sehr klein, und der Stern also der Erde

axe AD, oder dem Pole, sehr nahe ist, so müßte derselbe, wenn die Erde in die gerade entgegengesetzte Stelle ihrer Bahn, in B, kommt, weit vom Pole entfernt zu seyn scheinen, wenn anders der Stern nicht etwa unendlich weiter, als die Sonne, von der Erde abstände. Denn ziehen Sie zu dem Sterne die geraden Linien AS, BS, und es sey BE mit AD, BF mit AS parallel; so ist BE die Axe der Erde, die sich immer parallel bleibt, und der Winkel SBE oder SBF + FBE um den Winkel SBF oder ASB, welchen man die Parallaxe der Erdbahn oder die jährliche Parallaxe nennt, grösser, als SAD. Nun aber fand man die beiden Winkel SAD und SBE einander völlig gleich. Also mußte man, wenn man die jährliche Bewegung der Erde annahm, auch zugeben, daß die Parallaxe der Erdbahn unmerklich klein und daher die Entfernung der Fixsterne von der Erde unendlich grösser, als die der Sonne sey; man mußte den ganzen Durchmesser der Erdbahn, der doch so viel, als der doppelte Abstand der Sonne von der Erde beträgt, in Ansehung jener Entfernung, als einen Punkt, und die Linien SA, SB als parallel, ansehen.

Eine so ungeheuere Entfernung der Fixsterne schien vielen Sternkundigen noch immer unwahrscheinlich zu seyn, und sie glaubten, daß man mit vollkommneren Werkzeugen die Parallaxe der Erdbahn von einer merklichen Größe finden würde, ja einige behaupteten, sie an $\frac{1}{2}$ Minute groß gefunden zu haben. Aber der Englische Astronom Bradley, der mit den vollkommensten Werkzeugen versehen war, und die Fixsterne mit einem fast unglaublichen Fleiße anhaltend beobachtete, zeigte endlich vor 70 bis 80 Jahren, daß die jährliche Parallaxe

der Fixsterne zuverlässig nicht 2 Sekunden groß sey. Ist nun SA auf AB senkrecht, so verhält sich SB zu AB wie 1 : sin. ASB. Wenn Sie daher 1 mit 0,00000969 6 als den Sinus von 2 Sekunden theilen, so finden Sie die Entfernung BS 103135 Mal größer, als AB, wenn ASB 2 Sekunden hält. Bradley versichert aber über dieses, aus allen seinen Beobachtungen folge höchst wahrscheinlich, daß die jährliche Parallaxe der Fixsterne nicht einmal eine Sekunde beträgt. Machte sie eine Sekunde, so müßte BS = 206270 AB seyn. Und da AB der doppelten Entfernung der Sonne von der Erde gleich ist, so folgt, daß die Fixsterne höchst wahrscheinlich mehr als 400000 Mal weiter von der Erde abstehen, als die Sonne, wenn es anders gewiß ist, daß die Erde sich um die Sonne bewegt.

Diese Bewegung aber der Erde hat Bradley durch die wichtige Entdeckung von der Abirrung des Lichts, welche er zu gleicher Zeit machte, so außer Zweifel gesetzt, daß sie jetzt als eine ganz ausgemachte Wahrheit angesehen werden muß. In meinem nächsten Schreiben werde ich von jener Entdeckung umständlicher reden.

Funfzehnter Brief.

Indem Bradley mit einer ganz ungewöhnlichen und außerordentlichen Genauigkeit die Fixsterne beobachtete, um ihre jährliche Parallaxe zu bestimmen, wenn sie auch noch so klein wäre, entdeckte

er an ihnen gewisse ganz unerwartete kleine Bewegungen, welche ihrer Parallaxe ganz entgegengesetzt zu seyn schienen. Er bemerkte daß ein Stern, der sehr nahe am Pole der Ekliptik stand, in Zeit von einem Jahre, einen kleinen Kreis, dessen Halbmesser an 20 Sekunden betrug, zu durchlaufen schien; daß alle andre der Ekliptik nähere Sterne, in derselben Zeit, Ellipsen zu beschreiben schienen, deren größere der Ekliptik parallele halbe Axen ebenfalls an 20 Sekunden hielten, die kleinern Axen aber sich zu den größern, wie die Sinus der Breite der Sterne zum Sinus totus verhielten, und daß daher die selbst in der Ekliptik befindlichen Sterne ein halbes Jahr lang bloß an 20 Sekunden vorwärts und ein halbes Jahr lang an 20 Sekunden rückwärts gingen, ohne sich im geringsten, nach Süden oder Norden zu, von der Ekliptik zu entfernen.

Nach vielen vergeblichen Bemühungen die wahre Ursache dieser Bewegungen zu entdecken, war Bradley endlich so glücklich, sie in der allmählichen Fortpflanzung des Lichts zu finden, aus welcher sich alle Erscheinungen aufs vollkommenste erklären lassen. Man wußte schon zu den Zeiten des Bradley, aus den Beobachtungen des Römer, von welchen ich Ihnen gleich in der Folge Nachricht geben will, daß das Licht ungefähr 16 Minuten Zeit braucht, um den ganzen Durchmesser der Erdbahn zu durchlaufen. Außerdem ist es gewiß, daß das Licht auf gleiche Art durch durchsichtige Körper geht, es mögen diese ruhen oder sich bewegen. Denn wir sehen alle Gegenstände mit gleicher Deutlichkeit und auf gleiche Art durch die Luft, es sey nun daß sie ganz ruhig ist, oder durch die heftigsten Stürme bewegt wird. Wenn also ein Strahl nach der

Richtung DCF (Fig. 13), in ein unter AB befindliches Mittel eindringt, und wir indessen die Brechung ganz bey Seite setzen, so geht er nach CF fort, wenngleich das Mittel sich nach CB zu fortbewegt. Ist nun diese Bewegung so stark, daß sie durch CB = EF geht, in derselben Zeit t, da der Strahl aus C nach F gelangt, so ist am Ende dieser Zeit t der zuerst vom Strahle getroffene Punkt C in B, und E in F. Auf eine ähnliche Art kommen, da wir die Bewegung des Lichts und des Mittels als gleichförmig annehmen, während der Zeit t, nach und nach alle Punkte der Linie EC in den Strahl CF, und dieser dringt daher eben so in das Mittel, als wenn dieses ruhte, und er die Richtung BF hätte. Dieser Fall findet aber wirklich bey unserm Auge Statt, wenn die Erde sich um die Sonne bewegt. Denn da es alsdann nach einer gewissen Richtung CB fortgerissen wird, und wir von dieser Bewegung nichts wissen, so sehen wir einen Stern, der wirklich nach der Richtung FCD steht, nach der Richtung FB, oder der mit FB parallelen Linie ECI, also an der Seite des wahren Orts, nach der Gegend zu, nach welcher wir uns selbst bewegen. Der Winkel aber DCI heißt die Abirrung des Lichts. Zwar wird das Licht in unserm Auge gebrochen, aber dennoch immer so, als wenn es nicht nach der Richtung DC sondern nach IC in das ruhende Auge fiele, und wir sehen daher immer jeden Stern, wegen dieser Abirrung des Lichts, an einem falschen Orte.

Wäre die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn CB von gar keiner Bedeutung, oder unendlich klein in Ansehung der Geschwindigkeit des Lichts CF, so würde auch die Abirrung des Lichtes DCI

= CFB ganz unmerklich seyn. Allein da das Licht in 16 Minuten 14 Sekunden den Durchmesser der Bahn der Erde, also in 3060 Sekunden, eine dieser Bahn gleiche Entfernung, durchläuft, und die Erde in einem Jahre durch diese Bahn geht, so findet man leicht, daß die Geschwindigkeit des Lichts nur 10313 Mal größer ist, als die der Erde. Daher verhält CB : CF = 1 : 10313 = sin. CFB : 1 = sin. 20″ : 1, wenn, wie ich hier annehme, EFC, oder BCF ein rechter Winkel ist. Die Abirrung des Lichts CFB oder DCI beträgt also in diesem Falle 20 Sekunden; und die Drehung der Erde um ihre Axe kann hierin nicht die geringste merkliche Aenderung machen, da selbst unter der Linie die Geschwindigkeit der Drehung nur etwa $\frac{1}{65}$ von der Geschwindigkeit, mit welcher die Erde in ihrer Bahn fortgeht, ausmacht, außer der Linie aber jene Geschwindigkeit noch weniger von einiger Bedeutung ist. [1]

Wenn aber der von einem Fixsterne kommende Strahl CF (Fig. 126), mit der Richtung des Mittelpunkts der Erde FD einen schiefen Winkel CFD macht, und FH = CB, die Linie ist, durch welche jener Mittelpunkt in derselben Zeit läuft, da das Licht aus C nach F geht, so ist CB : FC = sin. CFB : sin. CBF. Es ist aber auch CB : FC = 1 : 10313 = sin. 20″ : 1, und CFB die Abirrung des Lichts, der Winkel aber CBF = BFD, wovor man, ohne den geringsten merklichen Irrthum, auch CFD setzen kann. Also wird 1 : 10313 = sin. CFB : sin. CFD = sin. 20″ : 1, und der Sinus der Abirrung ist demnach = sin. 20″ sin. CFD.

Stellen Sie sich daher aus irgend einem Sterne S eine auf die Ebne der Ekliptik (Fig. 127), ge

zogene senkrechte Linie, und durch den Punkt, wo sie jene Ebne durchschneidet, und durch den Mittelpunkt der Sonne C eine gerade Linie BA vor, so ist die Ebne SAB auf die Ebne der Ekliptik senkrecht. Da wir uns nun bey dieser Untersuchung, ohne den geringsten merklichen Irrthum, die Bahn der Erde AEBRA als einen Kreis vorstellen können, in welchem der Mittelpunkt der Erde überall mit gleicher Geschwindigkeit fortgeht, und in dessen Mittelpunkte C sich die Sonne befindet, so wird BA ein Durchmesser des Kreises, und die Richtung der Erde AF, wenn sie sich in A befindet, ist auf die Durchschnittslinie AB der beiden senkrechten Ebnen SAB und RAER, also auch auf die Ebne SAB, und auf die Linie SA senkrecht. *) Folglich macht die Abirrung des Lichts, wenn wir den Stern S aus A sehen, 20 Sekunden aus, und der Stern erscheint uns in der Ebne SAF, parallel mit der Ekliptik, an der Seite der Linie AS, nach F zu. Kommt hierauf die Erde in E, wenn RCE senkrecht auf BCA ist, so sehen wir denselben Stern S in der auf die Ekliptik senkrechten Ebne SEH, unter ES, also nach Süden zu. SEH ist der Neigungswinkel der Linie SE gegen die Ebne der Ekliptik, also die Breite des Sterns S; und die Abirrung in E = sin. 20″ × sin. SEH = sin. 20″ sin. lat. wenn lat. die Breite des Sterns bedeutet. Kommt die Erde hiernächst in B, so sehen wir den Stern wieder, wie in A, bloß nach der Seite gegen I zu von seinem wahren Orte um 20 Sekunden entfernt, und in R erscheint er über seinem wahren Orte, nach Norden zu, in der Weite von sin. 20″ sin. lat.

*) III. Band Einleit. 142.

In jedem mittleren Orte zwischen den Punkten A, E, B, R, z. B. in L, kann man die Bewegung der Erde LM, deren Richtung in L die Bahn der Erde berührt, und deren Geschwindigkeit LM eben so groß ist, als die Geschwindigkeit in A, E, B und R, in die beiden Bewegungen LN und LO zerlegen, deren jene mit AF, diese mit EH, parallel ist. *) Verlängert man NL in P bis auf CA, und LO in Q bis auf CE, so sind die rechtwinklichten Dreyecke CLP, CLQ, OLM und MLN insgesammt einander ähnlich. Es ist aber in L die Geschwindigkeit nach LN kleiner als in A die nach AF. Denn LN verhält sich zu LM oder zu AF wie CP zu CA. Eben so ist LO kleiner als EH, im Verhältnisse PL zu CL. Daher ist in ebendenselben Verhältnissen sowohl die mit der Ekliptik parallele, als auch die auf sie senkrechte Abirrung des Lichts in L kleiner, als in A und E. Denn je kleiner CB oder EF wird (Fig. 13), da CF immer von gleicher Größe bleibt, um desto kleiner ist der Winkel CFB oder DCI. Es folgt hieraus augenscheinlich, daß der Stern S uns eine Ellipse zu beschreiben scheinen müsse, deren große halbe Axe mit der Ekliptik parallel und von 20 Sekunden, die kleine aber auf die Ekliptik senkrecht und von 20 sin. lat. Sekunden ist. [2] Ist der Stern im Pole der Ekliptik, so wird seine Breite 90 Grade und der sin. lat. = 1, die kleine halbe Axe aber = 20 Sekunden. Die Ellipse verwandelt sich also hier in einen Kreis. Ist der Stern in der Ekliptik, so wird sin. lat. = 0, und die Ellipse verwandelt sich in eine in die Ebne der Ekliptik fallende Linie, völ-

*) III. Band zwölfter Brief.

völlig so, wie die Erfahrung es zeigt. Wir sehen ihn alsdann (Fig. 14), wenn er mit der Sonne S im Gegenscheine, und die Erde in A ist, nach AF; aus A, wo er mit der Sonne in Vereinigung ist, nach BE; aus den mitten zwischen A und B gelegenen Oertern der Bahn aber, z. B. aus G, in seinem wahren Orte, nach GH.

Dieser Theorie gemäß haben die Astronomen Tabellen berechnet, nach welchen sie die scheinbaren Oerter der Sterne wegen der Abirrung des Lichts verbessern und auf die wahren Oerter zurückbringen. Da diese Berechnungen mit der Erfahrung beständig aufs vollkommenste übereinstimmen, so ist diese Uebereinstimmung ein unwiderleglicher Beweis der Bewegung der Erde um die Sonne, indem ohne diese Bewegung die Abirrung des Lichts gar nicht Statt finden könnte. Zugleich beweiset sie den ungeheuern Abstand der Fixsterne von der Erde, gegen welche die Entfernung der Sonne von uns nur als ein Punkt anzusehen ist. Denn wäre die jährliche Parallaxe der Fixsterne nur gegen 2 Sekunden groß, so müßte sie nothwendig auf die Abirrung des Lichts einen merklichen Einfluß haben, und diese könnte sich unmöglich so verhalten, als wenn alle von einem Fixsterne, ein ganzes Jahr über, zu uns kommende Strahlen völlig parallel wären.

Den ersten Beweis von der allmählichen Fortpflanzung des Lichts gaben die fortgesetzten Beobachtungen der Finsternisse der Monde des Jupiter. Dieser Planet, der größte unter allen übrigen Planeten, hat nämlich 4 Monde, oder Trabanten, die ihn beständig begleiten, indem sie zugleich, jeder in seinem besondern Kreise, um ihn herumlaufen. Man kann sie selbst durch sehr mittelmäs-

sige Fernröhre sehen, und sie sind auch gleich nach Erfindung der Fernröhre entdeckt worden. Sie sind dunkle von der Sonne erleuchtete Körper, weil sie verfinstert werden, wenn sie durch Jupiters Schatten gehen. Der dritte und vierte von ihnen mag etwa so groß seyn, als unser Mond, die übrigen sind viel kleiner. Sie laufen sehr geschwinde um den Jupiter, und ihre Bahnen sind gegen die Bahn dieses Planeten und gegen die Ekliptik nur sehr wenig geneigt. Daher werden sie sehr oft, und bey jedem Umlaufe ein Mal, verfinstert. Diese Finsternisse sind zur Bestimmung der geographischen Länge der Oerter auf der Erde sehr wichtig, da man besonders für den ersten und zweyten Trabanten, welche dem Jupiter am nächsten sind, sehr genaue Tafeln hat, aus denen sich ihre Finsternisse leicht und ohne alle parallaktische weitläuftige Rechnungen so genau bestimmen lassen, daß man nie um 10, gewöhnlich nur um 5 bis 6, ja oft nur um 2 bis 3 Sekunden irren kann. Zwar sieht man durch ein längeres Fernrohr und bey sehr heiterer Luft die Trabanten später verschwinden oder eher wieder erscheinen, als durch ein kürzeres Fernrohr, oder wenn die Luft nicht sehr rein ist, oder auch wenn Jupiter niedrig am Horizonte steht. Indessen macht auch dieser Unterschied in der Zeit höchstens nur einige Sekunden aus.

Es war eigentlich der erste oder innerste Mond des Jupiter, der zu der Entdeckung der Geschwindigkeit des Lichts Gelegenheit gab. Wenn nämlich die Erde in der Linie ADBEA (Fig. 15), um die Sonne S läuft, und Jupiter I sich in der verlängerten geraden Linie AS befindet, so sehen wir diesen Planeten, wenn die Erde nach A oder B

kommt, aus A in der Zusammenkunft, und aus B im Gegenscheine mit der Sonne. In beiden Fällen verdeckt er seinen eignen Schatten, und die Verfinsterungen seiner Trabanten lassen sich nicht beobachten. Geht aber die Erde von A durch D nach B, und erscheint uns folglich Jupiter des Morgens, so sehen wir in F die Eintritte seiner Trabanten in den Schatten. Denn die Trabanten bewegen sich eben so, wie alle Planeten, von Westen nach Osten, und erscheinen uns daher, wenn sie hinter dem Jupiter fortgehen, rechtläufig; wenn sie aber vor ihm vorbeygehen, wo ihre Schatten oft auf der Scheibe des Jupiters sichtbar sind, rückläufig. Die Austritte aus dem Schatten bey G können wir, wenn sich die Erde zwischen ADB befindet, nur beym dritten und vierten, zuweilen auch beym zweyten Trabanten sehen; der erste Trabant aber ist dem Jupiter so nahe, daß er von ihm unsern Augen alsdann ganz verdeckt wird, wenn er austritt. Geht aber die Erde weiter, von B durch E nach A, so sehen wir wieder bloß die Austritte des ersten Trabanten, nicht aber seine Eintritte. Alsdann scheint Jupiter uns des Abends.

Man fand bald nach der Entdeckung der Trabanten des Jupiter auch ihre Umlaufszeiten, und besonders, daß der erste in etwa $42\frac{1}{2}$ Stunden ins Mittel seine ganze Bahn ein Mal durchläuft. Nachher entdeckte Olof Römer, ein Dänischer Astronom, indem er zu Paris sehr oft die Verfinsterungen dieses Trabanten beobachtete, daß seine Eintritte nach und nach, wenn die Erde von A durch D nach B ging, immer früher, hernach aber die Austritte immer später einfielen, als sie nach der

Rechnung einfallen sollten. Diese Voreilung der Eintritte und Verspätung der Austritte war zwar bey einigen wenigen Umläufen des Trabanten kaum merklich, nahm man aber viele, z. B. 40, 50 oder mehrere Umläufe nach einander in eine Summe, und jeden zu 42½ Stunden an, so wurde sie sehr beträchtlich. Römer war der erste, welcher sie der allmählichen Fortpflanzung des Lichts zuschrieb. Denn da die Erde in A um die doppelte mittlere Weite der Sonne weiter vom Jupiter entfernt ist, als in B, so muß auch das Licht mehrere Zeit anwenden, um vom Jupiter bis zu unserm Auge zu gelangen, wenn die Erde in A, als wenn sie in B, ist; so viel mehrere Zeit nämlich, als es braucht, um den ganzen Durchmesser der Erdbahn AB zu durchlaufen. Diese Zeit setzte man, so genau, als sie sich aus den Finsternissen bestimmen ließ, auf 16 Minuten; aber nach Bradleys Beobachtungen über die Abirrung des Lichts, muß man sie auf 16 Minuten 14 Sekunden setzen. Das Licht durchläuft also in einer einzigen Sekunde mehr als 40000 Meilen und übertrifft die Geschwindigkeit einer Kanonenkugel an 1½ Millionen Mal.

Die Entdeckung der Trabanten des Jupiters war zu ihrer Zeit ein neuer Beweis für die Wahrheit der Kopernikanischen Weltordnung. Denn da ein Planet, der ungleich grösser ist, als die Erde von vier Monden begleitet, die in verschiedenen Kreisen und mit verschiedenen Geschwindigkeiten um ihn herumlaufen, in seiner Bahn um die Sonne fortgeht, mußte man nicht nothwendig schließen, daß die Erde eine ähnliche Bewegung hat, und von ihrem Monde auf eine ähnliche Art begleitet wird?

Anmerkungen.

1. Die Erde durchläuft ihre ganze Bahn in einem Sternjahre, oder in 365 Tagen 6 Stunden 9 Minuten 11,6 Sekunden oder in 31558151,6 Sekunden. Theilt man diese Zahl durch 3060, so erhält man 10313, und um so viel geht das Licht geschwinder, als die Erde in ihrer Bahn. Theilt man 1 durch 10313, so bekommt man 0,00009696. Diese Zahl aber ist der dritte Theil von 0,0002909, dem Sinus von einer Minute. Also bezeichnet sie den Sinus von 20 Sekunden.

Die Erde dreht sich ungefähr in 86000″ ein Mal völlig um ihre Axe, und jeder Punkt unter der Linie durchläuft in dieser Zeit einen Kreis, dessen Halbmesser 1 ist. Aber in 31558151,6 Sekunden beschreibt die Erde um die Sonne einen Kreis, dessen Halbmesser 24000 ist. Beide Kreise verhalten sich wie 1 : 24000, wie ihre Halbmesser. Die Geschwindigkeiten beider Bewegungen sind, wie $\frac{1}{86000} : \frac{24000}{31558151,6} = 31558151,6 : 86000 . 24000 = 1 : 65$. Es ist also die Geschwindigkeit der Bewegung um die Sonne an 65 Mal so groß, als die Geschwindigkeit der Drehung selbst unter der Linie.

2. Die größte mit der Ekliptik parallele Abirrung des Sterns S (Fig. 127) findet offenbar in A und B Statt; 20″ westlich in einem Punkte, und 20″ östlich im andern. Die größte auf die Ekliptik senkrechte Abirrung ist in E und R, hier 20 sin. lat. Sekunden nordlich, dort 20 sin. lat. Sekunden südlich. Man nenne den Winkel ECL, a, so ist die parallele Abirrung in L zu der in A,

oder B, wie sin. a : 1 und die senkrechte Abirrung in L zu der in E oder R = cos. a : 1.

Ist also (Fig. 120) AC = CB ein kleiner der Ekliptik paralleler Bogen am Himmel von 20 Sekunden, der durch eine gerade Linie vorgestellt werden kann, ADEB ein halber Kreis, und DCE = a, CE aber auf AB senkrecht; so ist 1 : sin. a = AC : PC und 1 : cos. a = CE : PD. Man mache CM = 20″ sin. lat. und PN : PD = CM : CE, so ist N der scheinbare Ort des Sterns, der zum Winkel a gehört, weil hier die parallele Abirrung zu der größten, wie PC : AC, und die senkrechte zu der größten, wie PN : CM oder wie PD : CE ist. Da man nun jede Ordinate, als PN, erhält, wenn man PD im Verhältnisse 1 : sin. lat. vermindert, so ist ANMB, der scheinbare Weg des Sterns in einem halben Jahre, offenbar eine halbe Ellipse.

Sechzehnter Brief.

Wenn ein Trabant des Jupiter verfinstert wird, so verschwindet er nahe an ihm bey ganz heiterm Himmel, so wie der Mond zuweilen bey einer gänzlichen Mondfinsterniß. Daß er aber alsdann wirklich verfinstert wird, sieht man daraus augenscheinlich, weil er nur da verschwindet, wo der Schatten des Jupiter seyn muß, wenn man voraussetzt, daß dieser ein dunkler von der Sonne erleuchteter Körper ist, und weil man unter dieser Voraussetzung die Finsternisse seiner Trabanten

ganz genau im Voraus berechnen kann. Dagegen sieht man schwarze Flecken durch die Scheibe Jupiters gehen, wenn sich seine Trabanten zwischen ihm und der Sonne bewegen, die man also für ihre Schatten halten muß. Auf eine ähnliche Art werden auch Saturns Trabanten oft verfinstert. Andre Planeten sieht man durch Fernröhre oft mit vollem Lichte, oft nur zum Theil erleuchtet, wie den wachsenden oder abnehmenden Mond; oder man erblickt sie, als schwarze Flecken, die durch die Sonnenscheibe zu gehen scheinen, wenn sie sich zwischen der Sonne und unserm Auge befinden. Alles dieses zeigt, daß die Planeten überhaupt, so wie ihre Trabanten, dunkle Körper sind, welche zu dem Systeme der Sonne gehören, und von ihr erleuchtet werden.

Dennoch zeichnen sich besonders Venus und Jupiter durch ihren Glanz vor andern Sternen aus. Aber sie leuchten gewöhnlich nur mit einem ruhigen todten Lichte, dahingegen die größern Fixsterne blinkern oder funkeln. Ueberdieses werden alle Planeten, da sie uns unendlich näher sind, als die Fixsterne, durch gute Fernröhre merklich vergrößert. Sie zeigen sich als runde Scheiben, dahingegen die Fixsterne, auch durch die besten Fernröhre, allezeit nur als helle Punkte erscheinen. Sie haben alle gewisse eigne Bewegungen und bleiben beständig im Thierkreise. Man theilt sie in H a u p t p l a n e t e n und N e b e n p l a n e t e n. Jene laufen um die Sonne, so wie die Erde, diese aber begleiten ihre Hauptplaneten, als Trabanten, gehen um sie beständig herum, und sind viel kleiner, als sie. So sind Jupiter und die Erde Hauptplaneten, unser Mond aber ist ein Nebenplanet.

Man theilt ferner die Hauptplaneten in die untern und in die obern. Jene sind der Sonne näher, diese aber sind weiter von ihr entfernt, als die Erde. Die Planeten nämlich Mars, Jupiter, Saturn und Herschel sieht man oft die ganze Nacht hindurch, und sie kulminiren zuweilen um Mitternacht. Sie sind also alsdann im Gegenscheine mit der Sonne, so daß die Erde zwischen ihnen und der Sonne steht. Sie müssen folglich weiter, als die Erde, von der Sonne entfernt und obere Planeten seyn. Venus hingegen und Merkur zeigen sich bloß des Abends oder des Morgens, und nie durch die ganze Nacht. Sie sind also der Sonne näher, als die Erde, und untre Planeten. Die obern, welche ich genannt habe, sind bey ihrem Gegenscheine mit der Sonne allezeit rückläufig; bey ihrer Zusammenkunft aber mit der Sonne gehen sie vorzüglich schnell und rechtläufig fort. Die untern Planeten haben eine gewisse größte Ausweichung, welche sie nie überschreiten. So sehen wir die Venus nie weiter, als höchstens um 47 Grade 48 Minuten, und den Merkur nie weiter, als höchstens um 28 Grade 31 Minuten, von der Sonne entfernt. Beide Planeten sind rechtläufig oder rückläufig, bis sie ihre größte Ausweichung von einer Seite der Sonne erreicht haben, hernach kehren sie, nach einigem Stillstande, mit immer zunehmender Schnelligkeit zur Zusammenkunft mit der Sonne zurück.

Alle diese Erscheinungen lassen sich aus der Bewegung der Erde leicht erklären, wenn man nur annimmt, daß die obern Planeten sich langsamer und die untern schneller um die Sonne bewegen, als die Erde. Denn es sey in S (Fig. 16) die Sonne, in A die Erde und in F ein oberer

Planet. Ist nun SAF eine gerade Linie, so befindet der Planet sich in diesem Augenblicke in seinem Gegenscheine mit der Sonne, die Erde ist genau zwischen ihm und der Sonne, und wir sehen sie daher um 180 Grade von ihm entfernt. Nun geht die Erde nebst dem Planeten hierauf nach einerley Gegend weiter. Weil aber die erstre geschwinder geht, so bleibt der Planet Anfangs immer mehr zurück, und er erscheint uns daher von der Erde, deren Bewegung wir nicht empfinden, rückläufig. Wenn er z. B. in einer gewissen Zeit aus F nach G, und die Erde zugleich, auch nach der linken Hand, aus A nach B, gegangen ist, so sehen wir aus B den Planeten nach der geraden Linie BG unter den Fixsternen, anstatt daß wir ihn, wenn er und die Erde sich nicht bewegt hätten, nach einer der SF parallelen Linie sehen würden. Da nun AB größer ist, als FG, so fällt diese parallele Linie der Linie BG zur Linken. Zieht man daher SH mit BG parallel, so scheint uns der Planet um den Winkel FSH nach der Rechten, also rückwärts, gegangen zu seyn. Denn die beiden parallelen Linien BG und SH gehen nach einerley Fixsterne, da diese Sterne überhaupt keine im geringsten merkliche jährliche Parallaxe haben; und die Zeichen gehen von F gegen G oder L rund am ganzen Himmel herum, also über HL von der Rechten zur Linken, unter ME aber von der Linken zur Rechten.

Je weiter die Erde gegen B fortgeht, um desto mehr ändert sie ihre anfängliche Richtung, um desto weniger entfernt sie sich von der Linie AD nach der Linken, um desto langsamer wird der scheinbare Rückgang des Planeten. Liegt end-

sich B dem Punkte nahe, in welchem eine aus dem Planeten gezogne gerade Linie die Bahn der Erde berührt, so geht diese in der Gegend jenes Punkts eben so langsam nach der Linken fort, als der Planet, und dieser scheint uns daher still zu stehn. Unter dem Berührungspunkte aber fängt die Erde gar wieder an, sich der AD zu nähern und nach der Rechten zu fortzugehen. Wir würden daher, wenn die Erde sich in dieser untern Hälfte ihrer Bahn befindet, den Planeten, wenn gleich er stille stände, immer als rechtläufig sehn; und diese scheinbare Bewegung muß jetzt um desto schneller seyn, da der Planet wirklich rechtläufig fortgeht. In D z. B. erscheint der in F befindliche Planet in seiner Zusammenkunft mit der Sonne. Gesetzt er geht von F in G, während daß die Erde aus D nach E läuft, und SL sey mit GE, so wie SI mit FE parallel, so ist die scheinbare rechtläufige Bewegung des Planeten durch den Winkel FSL gegangen, anstatt daß sie nur durch den Winkel FSI gegangen seyn würde, wenn der Planet ohne wirkliche Bewegung immer in F geblieben wäre.

Geht die Erde in ihrer Bahn über E hinauf immer weiter, so kommt sie nothwendig wieder in einen zweyten Punkt, in welchem eine aus dem Planeten gezogene gerade Linie diese Bahn berührt. Um diesen Punkt herum scheint uns der Planet wieder stille zu stehn, und hierauf bis zu seinem Gegenscheine rückläufig zu werden. [1] Zugleich muß der scheinbare Durchmesser des obern Planeten in seinem Gegenscheine, wo er der Erde am nächsten ist, am größten seyn, hernach aber allmählich immer mehr abnehmen, und bey seiner Zusammenkunft mit der Sonne am kleinsten seyn.

Da nun wirklich alle obere Planeten sich vollkommen auf diese Art verhalten, so sehen Sie augenscheinlich, daß sie insgesammt in kreisförmigen Bahnen rechtläufig um die Sonne fortgehen müssen.

Die untern Planeten können wir nie im Gegenscheine mit der Sonne sehen, aber ihre Zusammenkunft mit der Sonne ist von einer doppelten Art. Denn der Planet kann entweder gerade zwischen der Sonne und Erde, oder die Sonne kann gerade zwischen ihm und der Erde seyn. Jene nennt man seine untre, diese seine obre Zusammenkunft; in jener kehrt uns der Planet seine dunkle, in dieser seine erleuchtete Seite zu. Ist also in A ein unterer Planet, die Erde in F, und in S die Sonne, SAF aber eine gerade Linie, so ist der Planet, indem er in A ankommt, in seiner untern Zusammenkunft mit der Sonne. Er scheint uns alsdann zuweilen als ein dunkler runder Flecken durch die Sonnenscheibe zu gehn. Geht er nun von A nach B; und die Erde in derselben Zeit von F nach G; so sehen wir ihn Anfangs nach der Richtung FAD, hernach nach GB. Ist also SM mit GB parallel, so folgt offenbar, daß der Planet um einen Winkel, der so groß ist, als DSM; von D gegen M gegangen, und also um die Zeit seiner untern Zusammenkunft allezeit rückläufig ist. Diese scheinbare Bewegung wird immer schwächer, bis der Planet gegen den Punkt kommt, wo eine aus der Erde gezogene gerade Linie seine Bahn berührt. Hier, wo er die größte Ausweichung hat, wird er stillstehend, und nachher rechtläufig, bis er wieder an einem ähnlichen Punkt der größten Ausweichung kommt, worauf er stillstehend

und hiernächst rückgängig wird. In D, bey seiner obern Zusammenkunft, geht er am schnellsten rechtläufig fort, weil hier seine Richtung der Richtung der Erde gerade entgegengesetzt ist, und sein ganzer scheinbarer Lauf überhaupt läßt sich vollkommen begreifen, wenn man annimmt, daß er beständig nach der Ordnung der Zeichen in einer kreisförmigen Bahn um die Sonne fortgeht. Selbst der scheinbare Durchmesser der untern Planeten verändert sich dieser Voraussetzung gemäß.*

Die Ausweichung eines untern Planeten, oder seine scheinbare Weite von der Sonne, wird, während jedes Umlaufs um die Sonne, zwey Mal am größten. Dieser Winkel STV (Fig. 17), den die aus dem Mittelpunkte der Erde T nach dem Mittelpunkte der Sonne und des Planeten, S und V, gezogenen geraden Linien mit einander einschließen, ist am größten, wenn die letztre Linie TV die Bahn des Planeten berührt, und diese ein Kreis ist, in dessen Mittelpunkte sich die Sonne S befindet. Denn der Planet mag sich in der einen Hälfte seiner Bahn, außer V befinden, wo man will, so fällt die aus T zu seinem Mittelpunkte gezogene gerade Linie zwischen TS und TV; und eben so verhält sich die Sache auch in der andern Hälfte der Bahn, an welche man ebenfalls unter einem Winkel, der = STV ist, aus T eine Berührungslinie ziehen kann. Beobachtet man nun anhaltend die Ausweichung eines untern Planeten und ihre allmähliche Veränderungen, so kann man aus ihrer Größe, wenn sie am größten ist, die Entfernung des Planeten von der Sonne berechnen, unter der Voraussetzung, daß seine Bahn ein Kreis sey, in dessen Mittelpunkte sich die

Sonne befindet. Denn es ist alsdann bey V ein rechter Winkel, und es verhält sich SV zu ST, wie der Sinus von STV zu 1; oder man erhält die Entfernung des Planeten von der Sonne SV, wenn man die Entfernung der Sonne von der Erde ST mit dem Sinus der größten Ausweichung des Planeten multiplizirt. Dieses Mittels, die Entfernung der untern Planeten von der Sonne zu bestimmen, muß man sich um desto mehr bedienen, da sich hier mit der Parallaxe wenig ausrichten läßt. Denn die Horizontalparallaxe aller Planeten ist, wegen ihrer großen Entfernung von der Erde, mehrentheils so klein, daß sie sich mit keiner Zuverlässigkeit messen läßt, außer bey der Venus und dem Mars, und zwar bloß alsdann, wenn beide Planeten der Erde am nächsten sind.

Wären die Bahnen des Planeten V und der Erde T konzentrische Kreise, in deren gemeinschaftlichem Mittelpunkte S sich die Sonne befände, so sehen Sie leicht, daß die größte Ausweichung des Planeten immer von gleicher Größe seyn müßte. Allein nach der Erfahrung ist die größte Ausweichung eines Planeten bey einem Umlaufe bald größer, bald kleiner, als bey dem andern, und es folgt hieraus, daß die Bahnen der Planeten sich so verhalten müssen, wie die Bahn der Erde. Sie sind weder eigentliche Kreise, noch auch haben sie die Sonne in ihrem Mittelpunkte. Wenn man indessen für die beiden äußersten Grenzen der größten Ausweichung eines Planeten V die Entfernung desselben von der Sonne SV berechnet, und nachher ein Mittel nimmt, so kann dieses wohl von der mittleren Entfernung des Planeten von der Sonne nicht sehr verschieden seyn. So fällt die größte Ausweichung der Venus zwischen 47 Gra-

den 48 Minuten und 44 Graden 57 Minuten. Theilt man nun die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne in 100 gleiche Theile, so wird SV (da sin. 47 Graden 48 Minuten = 0,7408, und sin. 44 Graden 57 Minuten = 0,706489 ist) 74 oder 70, also ins Mittel 72 solchen Theilen gleich, welches der Wahrheit sehr nahe kommt. Beym Merkur ist STV zwischen 28 Graden 31 Minuten und 17 Graden 36 Minuten also SV von 30 bis 48, und daher ins Mittel von 39 solchen Theilen.

Anmerkungen.

1. Es seyn EG, BH zwey parallele gerade Linien (Fig. 128), in A das Auge und in C ein Körper. Das Auge werde, ohne sich dessen bewußt zu seyn, in der Zeit t von A nach B, und der Körper in derselben Zeit, ebenfalls nach der Linken, durch CD gleichförmig bewegt; so sieht das Auge den Körper, im Anfange der Zeit t, nach der Richtung AC, und am Ende derselben nach der Richtung BD. Ist nun BE mit AC parallel, so wird CE = AB, und CE drückt die Geschwindigkeit des Auges, so wie CD die Geschwindigkeit des Körpers aus; ED aber ist der Unterschied beider Geschwindigkeiten. Mit dieser Geschwindigkeit ED scheint der Körper dem Auge, die Zeit t über, von E nach D, also nach der Rechten, oder rückwärts, zu gehen, weil es ihn im Anfange dieser Zeit nach der Richtung BE, und am Ende nach der Richtung BD sieht.

Ist AF zwar = AB, aber nicht mit EG parallel, und man zieht Ff parallel mit AC, so ist die Geschwindigkeit ID, mit welcher der

Körper zurückzugehn scheint, allezeit kleiner, als ED. Ja sie kann gar = 0 werden, und den Körper stillstehend zu seyn scheinen, wenn der Winkel BAF so groß ist, daß FD und AC parallel sind. Man sieht hieraus deutlich, daß ein jeder oberer Planet bey seinem Gegenscheine mit der Sonne rückläufig seyn, und im Gegenscheine selbst, wo seine Richtung der Erde parallel und gleich ist, am schnellsten zu gehen scheinen muß. Je weiter er von beiden Seiten dieses Punkts entfernt ist, um desto langsamer wird seine Bewegung, weil die Richtung der Erde gegen die Richtung des Planeten immer stärker geneigt, oder der Winkel BAF immer größer wird, wenn gleich die Geschwindigkeiten der Erde, wie AB und AF, sich immer gleich sind.

Wird aber das Auge nach der Rechten, durch AH = AB, fortgerissen, während daß der Körper von C nach D geht, und man zieht HG mit AC parallel, wie auch DH, so ist CG = AH die Geschwindigkeit des Auges, CD die des Körpers; dieser aber scheint dem Auge mit der Geschwindigkeit GD oder GC + CD nach der Linken, also vorwärts, gegangen zu seyn. Wäre AH mit EG nicht parallel, so würde die scheinbare Geschwindigkeit des Körpers immer kleiner seyn, als GD. Hieraus folgt, daß jeder obere Planet, um die Zeit seiner Zusammenkunft mit der Sonne rechtläufig ist, und in der Zusammenkunft selbst am schnellsten fortgeht.

2. Wenn in C das Auge und in A der Körper ist, dieser in der Zeit t durch AB, jenes durch CD geht, und man zieht DL mit CA parallel, so ist LB = AB — CD die scheinbare Bewegung des Körpers,

die, so wie CD und AB, nach der Linken geht, also rückläufig ist, weil wir in diesem Falle den Körper auf die unter MDE (Fig. 16) befindlichen Fixsterne beziehn. Die rückläufige Bewegung der untern Planeten, findet also um die Zeit der untern Zusammenkunft Statt, und ist bey ihr selbst am größten. Geht (Fig. 128) der Körper nach AH, so ist seine scheinbare Bewegung LH = DC + AH, und der untre Planet ist rechtläufig, weil er von L nach H zu gehen scheint. Seine Bewegung scheint bey seiner obern Zusammenkunft am größten zu seyn, wo AH und CD parallel sind.

Siebzehnter Brief.

Die Gegenscheine der obern Planeten mit der Sonne verdienen mit einer ganz vorzüglichen Sorgfalt beobachtet zu werden. [1] Denn es lassen sich aus solchen Beobachtungen nicht nur die Umlaufszeiten der Planeten, sondern auch ihre Entfernungen von der Sonne bestimmen. Jupiter z. B. kommt alle Jahre mit der Sonne in Gegenschein, und es verfliesen zwischen zweyen zunächst auf einander folgenden Gegenscheinen ins Mittel ein Jahr und $33\frac{5}{8}$ Tage; oder, da das Jahr an $365\frac{1}{4}$ Tage hält, $398\frac{7}{8}$ Tage. Ist also die Sonne in S (Fig. 18), und Jupiter bey dem ersten Gegenscheine in D, bey dem nächstfolgenden in E, so hat die Erde, während der Zeit, daß Jupiter durch den Winkel DSE fortging, nicht nur ihre ganze Bahn

in

in $365\frac{1}{4}$ Tagen, sondern auch noch dazu denselben Winkel ASB in $33\frac{3}{8}$ Tagen, durchlaufen. Da sie nun ins Mittel täglich durch $59\frac{1}{8}$ Minuten geht, so legt sie in $33\frac{3}{8}$ Tagen $\frac{224}{30}$ Grade zurück. So groß ist demnach der Winkel DSE, den Jupiter in $398\frac{7}{8}$ Tagen beschreibt. Er geht also nach der Regeldetri durch seine ganze Bahn von 360 Graden in 4333 Tagen oder in 12 Jahren weniger 50 Tagen. Ein anderes Beyspiel mag uns Mars geben. Er war den 30 März 1777, und das nächste Mal darnach den 12 May 1779, im Gegenscheine mit der Sonne. Während dieser Zeit von 2 Jahren 43 Tagen hatte die Erde zwey Mal ihre Bahn und noch in 43 Tagen den Winkel ASB durchlaufen. Dieser hielt also ungefähr 42 Grade, und Mars hatte von einem Gegenscheine bis zum andern 360 + 42 oder 402 Grade in 778 Tagen durchlaufen. Folglich würde er seine ganze Bahn, oder 360 Grade, in 690 Tagen durchlaufen, wenn wirklich immer zwischen jeden zweyen seiner nächsten Gegenscheine 778 Tage verflössen.

Bey den untern Planeten muß man die Zusammenkünfte, anstatt der Gegenscheine, beobachten, welches um desto leichter angeht, da man diese Gestirne durch Fernröhre auch bey Tage neben der Sonne sehen kann. Von einer obern Zusammenkunft des Merkur z. B. bis zur nächstfolgenden verfließen ins Mittel etwas weniger, als 116 Tage. Die Erde geht in dieser Zeit durch 114 Grade ins Mittel. Also durchläuft Merkur 360 + 114 oder 474 Grade in 116 Tagen, folglich 360 Grade in 88 Tagen. Man kann aber auch die Umlaufszeit der untern Planeten aus den Beobachtungen ihrer größten Ausweichungen berechnen.

Indessen können dergleichen Berechnungen nie genau seyn, wenn man nicht solche Beobachtungen, die ziemlich weit aus einander liegen, mit einander vergleicht; weil sowohl die Planeten, als auch die Erde, bald schneller, bald langsamer, in ihren Bahnen fortgehen. Nimmt man aber gute Beobachtungen z. B. von Gegenscheinen, die viele Jahre von einander entfernt sind, und weiß man bereits durch einen ungefähren Ueberschlag die Zahl der Gegenscheine, die zwischen jenen Beobachtungen enthalten sind, so darf man nur mit dieser Zahl die von einer Beobachtung bis zur andern verflossne Zeit theilen, um die mittlere Zeit, welche zwischen zweyen zunächst auf einander folgenden Gegenscheinen verfließt, oder das synodische Jahr des Planeten so genau, als möglich, zu finden, aus welchem sich nachher die mittlere Umlaufszeit desselben leicht berechnen läßt. [a]

Wenn man die Umlaufszeit eines Planeten weiß, so kann man daraus auch seine Entfernung von der Sonne finden. Denn man darf nur am Anfange und am Ende einer solchen Zeit die Richtungen, nach welchen man den Planeten von der Erde sieht, wie auch die Punkte der Erdbahn, in welchen sich alsdann die Erde befindet, genau bemerken. Zieht man nun aus diesen Punkten jene Richtungslinien, so laufen sie in dem Orte des Planeten zusammen, und man findet daher die Entfernung dieses Ortes von der Sonne entweder durch Zeichnung oder durch Rechnung.

Es sey z. B. Jupiter (Fig. 19), in der Richtung SA im Gegenscheine mit der Sonne S gewesen. Die Erde E sey hierauf durch den Quadranten ET gegangen, wozu sie ungefähr 91

Tage Zeit braucht, Jupiter aber habe indessen den Winkel ASI zurückgelegt; so muß dieser an $7\frac{1}{2}$ Grade halten, weil Jupiter in etwa 4333 Tagen 360, also in 91 Tagen $7\frac{1}{2}$ Grade durchläuft. Die Erfahrung lehrt ferner, daß Jupiter, nach einem Gegenscheine, in 91 Tagen ungefähr um $3\frac{1}{2}$ Grad rückwärts geht. Ziehen wir also SB mit TI parallel, so muß der Winkel ASB von $3\frac{1}{2}$ Graden seyn. Daher ist der Winkel TIS von 11 Graden. Denn ziehen Sie ID mit AS parallel, so ist offenbar DIS = ASI, und DIT = ASB, weil TI und SB parallel sind, also TIS = ASI + ASB = 11 Grade. Ferner ist AST ein rechter Winkel, weil ET ein Quadrant ist, und daher IST = 90° — ASI = $82\frac{1}{2}$ Grad und ITS = $86\frac{1}{2}$ Grad. Man hat daher, in dem Dreyecke TIS, TS : SI = sin. 11° : sin. $86\frac{1}{2}$° = 1 : 5,2. Wenn man also die Entfernung der Erde von der Sonne TS in 10 gleiche Theile theilt, so enthält IS, die mittlere Entfernung des Jupiter von der Sonne, 52 solche Theile.

Bey dem Saturn ist unter denselben Umständen ASI von 3 Graden und ASB, vermöge der Erfahrung, auch von 3 Graden. Also hält TSI 6, und IST, so wie ITS, jeder 87 Grade. Man hat daher TS : IS = sin. 6° : sin. 87° = 1 : 9,5. Folglich hält die mittlere Entfernung Saturns von der Sonne 95 solche Theile, deren 10 auf die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne gehn.

Bey dem Mars ist unter denselben Umständen ASI (Fig. 20), von etwa $47\frac{2}{3}$ Graden. Allein dieser Planet bleibt nach dem Gegenscheine nur an anderthalb Monate rückläufig, hernach geht er

vorwärts, und ist nach 91 Tagen, schon um $6\frac{1}{3}$ Grade ins Mittel vorgerückt. Also fällt hier SB zwischen SA und SI, und der Winkel ASB hält $6\frac{1}{3}$ Grade. TIS aber ist von $47\frac{2}{3} - 6\frac{1}{3}$ oder von $41\frac{1}{3}$ Graden. IST dagegen hält $90 - 47\frac{2}{3}$ oder $42\frac{1}{3}$ und daher ITS $96\frac{1}{3}$ Grade. Da nun der Sinus von $96\frac{1}{3}^\circ$ so groß ist, als der von $83\frac{2}{3}^\circ$, so wird wieder $IS : TS = \sin. 83\frac{2}{3}^\circ : \sin. 41\frac{1}{3}^\circ = 1,5 : 1$. Es verhält sich also die mittlere Entfernung des Mars von der Sonne zu der mittleren Entfernung der Erde, wie 15 zu 10.

Sie sehen hieraus, wie man im Stande war die Entfernungen der obern und untern Planeten von der Sonne, oder vielmehr ihre Verhältnisse zu der Entfernung der Sonne von der Erde, zu bestimmen, ehe man noch die wahre Größe der letztern Entfernung wußte. Nachdem man sich auf diese Art versichert hatte, daß die Erde selbst mit unter die Planeten gehöret, so nahm man an, daß jeder Hauptplanet, so wie die Erde, sich in einer durch den Mittelpunkt der Sonne gehenden Ebne um die Sonne bewege. Diese Voraussetzung, welche wegen der großen Aehnlichkeit zwischen der Bewegung der Erde und der übrigen Hauptplaneten äußerst wahrscheinlich war, wurde nachher durch die Erfahrung aufs vollkommenste bestätigt, und setzte die Astronomen in den Stand, nicht nur die Bahnen der Planeten nach allen ihren Ausmessungen zu bestimmen, sondern auch die Oerter dieser Sterne am Himmel im Voraus genau zu berechnen.

Da jeder Planet fast allezeit eine gewisse bald nordliche bald südliche Breite hat, obgleich diese nie über die Grenzen des Thierkreises geht, so

überzeugte man sich sogleich, daß die Ebne, in welcher er sich bewegt, nicht in die Ebne der Ekliptik fallen könne, sondern sie in einer gewissen geraden Linie durchschneiden müsse. Diese nannte man, so wie bey der Mondbahn, die Knotenlinie, so wie ihre Endpunkte in der himmlischen Ekliptik, wenn man sie sich bis dahin verlängert vorstellte, die Knoten der Planetenbahn. Der aufsteigende Knoten, den man, so wie bey dem Monde, mit ☊ bezeichnet, ist der, durch welchen der Planet von Süden nach Norden herauf steigt, und der absteigende ☋ der, durch welchen sich seine nordliche Breite in eine südliche verwandelt. Da sowohl die Ebne der Planetenbahn, als auch die der Ekliptik, durch den Mittelpunkt der Sonne geht, so muß auch die Knotenlinie jeder Planetenbahn nach diesem Punkte gerichtet seyn, und ebendeßhalb ist ihre Lage viel schwerer zu bestimmen, als die Lage der Knotenlinie der Mondbahn, welche durch den Mittelpunkt der Erde geht. Zwar kann man die Zeit, in welcher ein Planet in seinen Knoten kommt, und die Richtung, nach welcher er uns alsdann erscheint, wissen, wenn man den Planeten um die Zeit, da seine nordliche oder südliche Breite sehr klein ist, und sich zuletzt in die entgegengesetzte verwandelt, anhaltend und genau beobachtet, weil er im Knoten selbst gar keine Breite hat. Indessen läßt sich dennoch aus einer solchen Beobachtung die wahre Lage der, durch die Sonne gehenden Knotenlinie nicht erkennen. Gesetzt es sey S die Sonne (Fig. 129), ABFA die Erdbahn und FSDE die Knotenlinie irgend einer Planetenbahn, so läßt sich zwar, wenn der Planet D in seinem Knoten und die Erde in A ist, der Winkel

SAD durch Beobachtungen bestimmen; will man aber die Lage der Linie FSE wissen, so muß man den Planeten, wenn er wieder in denselben Knoten D kommt, und die Erde an einem andern Orte B ist, auf eine ähnliche Art beobachten. Denn da ich die Gestalt der Erdbahn als bereits bekannt voraussetze, so sehen Sie leicht, daß auch in dem Dreyecke SAB die beiden Seiten SA und SB, wie auch der zwischen ihnen enthaltne Winkel ASB, als bekannt anzunehmen sind. Hieraus aber lassen sich die Winkel SAB, SBA, nebst der Seite AB finden.[3] Nun sind die Winkel SAD und SBD beobachtet worden; also sind auch BAD (= SAD — SAB) und ABD bekannt. Da man folglich in dem Dreyecke BAD alle 3 Winkel nebst der Seite AB kennt, so ist es leicht AD und DB zu finden. Man kennt also nunmehr in dem Dreyecke SAD oder SBD zwey Seiten SA, AD oder SB, BD und den zwischen ihnen liegenden Winkel. Daraus läßt sich der Winkel ASD oder BSD finden,[c] welcher die Lage der Knotenlinie gegen SA oder SB bestimmt. Ist nun CEG ein Theil der himmlischen Ekliptik, und in C der erste Punkt des Widders, so ist der Bogen CE oder der Winkel CSE die aus der Sonne gesehene Länge des Knoten D. Da die Fixsterne unendlich weit von uns entfernt sind, so sind die Linien AC, BC, SC als parallel anzusehen, und CSE ist = CSA + ASE.

Hat man einmal die Lage der Knotenlinie einer Planetenbahn gefunden, so läßt sich auch die Neigung ihrer Ebne gegen die Ebne der Ekliptik bestimmen. Denn es sey FDE die eine Hälfte einer Planetenbahn (Fig. 130), welche sich über die Ebne der Ekliptik erhebt, und sie in der Knotenlinie ESF durchschneidet. In D befinde sich

der Planet. Man lasse aus D eine senkrechte Linie DB auf die Ebne der Ekliptik, und stelle sich durch sie die Ebne DAB so gesetzt vor, daß FSE auf sie, also auch auf die Linien AB und AD, senkrecht ist, so ist der Winkel DAB der Neigungswinkel beider Ebnen. *) Beobachtet man nun die Breite DGB des Planeten in demselben Zeitpunkte, da sich die Erde in der Knotenlinie, in G, befindet, so läßt sich aus diesem beobachteten Winkel DGB, und aus dem Winkel BGA, den ich, da die Lage der Knotenlinie bekannt ist, als bekannt voraussetze, durch eine leichte Rechnung der Winkel DAB oder die **Neigung der Planetenbahn** finden. 4

Die Bahn eines jeden Planeten fällt also zur Hälfte über und und zur Hälfte unter die Ebne der Ekliptik, und seine Länge und Breite ist entweder **heliozentrisch** oder **geozentrisch**, nachdem man ihn entweder aus dem Mittelpunkte der Sonne oder der Erde betrachtet, und auf die Ekliptik reduzirt. So ist, wenn sich die Erde in B befindet (Fig. 129), und in C der erste Punkt des Widders ist, CSB die heliozentrische Länge oder die **Sonnenlänge** der Erde; CBG aber + 180 Grade ist die geozentrische Länge oder die **Erdlänge** der Sonne. Denn wir sehen aus B die Sonne S nach der Richtung BSH, und H ist von G um 180 Grade entfernt, da GSH eine gerade Linie ist. Wenn aber (Fig. 130), in D ein Planet in H die Erde, in S die Sonne und DB auf die Ebne der Ekliptik senkrecht, SC aber und HC nach dem ersten Punkte des Widders gerichtet ist, so wird CSH + HSB die

*) III. Band Einleitung 137.

Sonnenlänge, DSB die Sonnenbreite; CHI + IHB die Erdlänge und DHB die Erdbreite des Planeten, welche letztre wir auch schlechtweg seine Länge und Breite nennen. SD ist die Entfernung des Planeten von der Sonne und SB seine reduzirte oder verkürzte Entfernung (distantia curtata). Man kann aber auch die Länge eines Planeten auf seine eigne Bahn beziehn. Man stellt sich in diesem Falle die Ebne der Bahn bis an die Fixsterne verlängert vor, wo sie den Himmel in einer der Ekliptik ähnlichen Kreislinie durchschneidet. Auf dieser Linie, deren Hälfte EcP vorstellen mag (Fig. 129), nimmt man aus dem Knoten E, Ec = EC, und macht diesen Punkt c zum Anfangspunkte, von welchem man die Sonnenlänge des Planeten in seiner Bahn zu zählen anfängt. So ist cSE + ESI die Länge des Planeten I in seiner Bahn. Zieht man aber von der eigentlichen ekliptischen Sonnenlänge eines Planeten die ähnliche Sonnenlänge seines Knotens ab, so bleibt ein Bogen übrig, den man das Argument seiner Breite nennt. Ferner heißt (Fig. 130) der Winkel SHB der Winkel an der Erde oder der Elongationswinkel, und HSB der Winkel an der Sonne oder der Kommutazionswinkel. Jener ist der Unterschied der Erdlänge des Planeten CHB und der Sonne CHS; dieser der Unterschied der Sonnenlänge des Planeten CSB und der Erde CSH. Der Winkel SBH ist die Parallaxe der Erdbahn. 5

Anmerkungen.

1. Die Zeit des Gegenscheins der Planeten pflegt in den astronomischen Kalendern allezeit be-

merkt zu werden, damit man verschiedene Nächte vorher und nachher hinter einander den Durchgang der Planeten durch die Mittagsfläche genau beobachten könne. Durch diese Beobachtungen bestimmt man die Abweichung (3 Brief), die Unterschiede in der geraden Aufsteigung (3 Brief) und daraus die Länge der Planeten (5 Brief 1 Anmerk.). So bald die letztre 180 Grade von der Länge der Sonne verschieden ist, so befindet sich der Planet in seinem Gegenscheine. Hat man aber auch den Planeten in diesem Augenblicke nicht beobachtet, so weiß man dennoch, wie viel seine Länge in 24 Stunden vor und nach dem Gegenscheine zugenommen hat, und kann daraus leicht nach der Regel Detri den Zeitpunkt berechnen, da er wirklich im Gegenscheine war. Den Unterschied der geraden Aufsteigungen findet man vermittelst einer recht guten Uhr und kann daher die gerade Aufsteigung selbst für jeden Stern bestimmen, wenn die eines einzigen Hauptgestirns genau bekannt ist. Indessen müssen die Beobachtungen der Durchgänge durch den Meridian, zur Bestimmung der Unterschiede der geraden Aufsteigung, mit der äußersten Genauigkeit gemacht werden, da ein Fehler von 4 Sekunden Zeit, einen Irrthum von einer ganzen Minute in der geraden Aufsteigung verursacht. Die gerade Aufsteigung der Sonne läßt sich aus ihrer beobachteten Abweichung mit der gehörigen Genauigkeit nicht sicher berechnen, als um die Zeit der Nachtgleichen, wo sie ihre Abweichung täglich 23 bis 24 Minuten ändert. Am wenigsten muß man dergleichen Berechnungen um die Zeit der Sonnenwenden trauen, wo oft in 24 Stunden in der Abweichung der Sonne kaum ein Unterschied von 4 bis 5 Minuten ist. Hat man aber einmal

auf irgend eine Art durch die gerade Aufsteigung der Sonne die einiger der vornehmsten Fixsterne genau und sicher bestimmt, so läßt sich hernach durch diese die gerade Aufsteigung eines jeden andern Gestirns finden.

2. Zu diesen Berechnungen muß man sich der Formel $\frac{Tt}{T-t}$ bedienen, die ich oben erwiesen habe (7 Brief 1 Anm.). Ist z. B. T das Sternjahr des Saturn, t das Sternjahr der Erde, so wird $Tt : (T-t)$ dem synodischen Jahre des Saturn gleich. Ist dieses also bekannt und $= S$, so erhält man $T = \frac{St}{S-t}$. Es ist aber $S = 378$ Tage 2 Stunden 8 Minuten 8 Sekunden $= 32666888$ Sekunden, und $t = 365$ Tage 6 Stunden 9 Minuten 11,6 Sekunden $= 31558151,6$ Sekunden, also $S - t = 1108736,4$. Nach diesen Angaben findet man $T = 10761$ Tage 14 Stunden 39 Minuten 15 Sekunden und dieses ist das Sternjahr des Saturn. Sein tropisches Jahr ist natürlich kleiner, wegen des Verrückens der Nachtgleichen, welches man besonders berechnen muß.

3. In jedem Dreyecke ASB von welchem 2 Seiten AS, BS nebst dem dazwischen liegenden Winkel S, gegeben sind, ist $AS + BS : BS - AS = \text{tang.} (\frac{1}{2} SAB + SBA) : \text{tang.} (\frac{1}{2} SAB - \frac{1}{2} SBA)$. Hat man nun auf die Art die halbe Summe und den halben Unterschied der Winkel A und B, so erhält man, wenn man beide addirt, den größern, und wenn man eins von dem andern abzieht, den kleinern Winkel. Denn überhaupt sey $x + y = a$ und $x - y = b$. Addirt man beide Gleichungen, so wird $2x = a + b$ und $x =$

$\frac{a + b}{2}$, also die grössere Grösse dem halben Unterschiede und der halben Summe beider Grössen gleich. Zieht man die zweyte Gleichung von der ersten ab, so wird $2y = a - b$ und $y = \frac{a - b}{2}$, also die kleinere Grösse der halben Summe, weniger dem halben Unterschiede beider Grössen gleich. Hat man aber alle Winkel im Dreyecke ASB nebst 2 Seiten, so ist es leicht die dritte AB zu finden.

Um sich aber von dem obenangeführten Satze zu überzeugen, nehme man das Dreyeck SAB (Fig. 131), dessen 2 Seiten AS, SB nebst dem Winkel S gegeben sind, beschreibe aus dem Mittelpunkte S mit dem Halbmesser SA einen Kreis, verlängere BS in D, und ziehe DA, AE, wie auch EF auf AB mit DA parallel; so ist DB ($= DS + SB$) $= AS + BS$ und EB ($= SB - SE$) $= BS - AS$. Da ferner das Dreyeck ASE gleichschenklig ist, so ist $SAE = SEA$. Aber SEA ist, als der äußere Winkel des Dreyecks AEB, $= SBA + EAB$. Also ist auch $SAE = SBA + EAB$ und $EAB = SAE - SBA$ also $2EAB = SAB - SBA$ und $EAB = \frac{1}{2} SAB - \frac{1}{2} SBA$. Ferner ist DSA, als der äußere Winkel des Dreyecks SAB, $= SAB + SBA$. Da nun der Winkel DEA halb so groß ist, als DSA, so ist $DEA = \frac{1}{2} SAB + \frac{1}{2} SBA$. Weil aber DA und EF parallel sind, so ist $DA : EF = BD : BE$. Nun sind DAE, AEF rechte Winkel. Daher wird $AD : AE = \text{tang. } DEA : 1$ und $AE : EF = 1 : \text{tang. } EAB$; also $\text{tang. } DEA : \text{tang. } EAB = AD : EF = BD : BE$. Setzt man nun die gefundenen Werthe, anstatt DEA,

EAB, BD und BE, so erhält man zuletzt: tang. ($\frac{1}{2}$ SAB + $\frac{1}{2}$ SBA) : tang. ($\frac{1}{2}$ SAB — $\frac{1}{2}$ SBA) = AS + BS : BS — AS.

4. Es ist nämlich: DB : BG = tang. DGB : 1, weil GDB ein rechter Winkel ist. Ferner ist: BG : BA = 1 : sin. BGA, weil bey A ein rechter Winkel ist. Endlich hat man BA : BD = 1 : tang. BAD, weil auch ABD ein rechtwinkliges Dreyeck ist. Setzt man nun alle diese Verhältnisse zusammen, so erhält man BD : BD = tang. DGB : sin. BGA . tang. BAD. Daher wird tang. BAD = $\frac{\text{tang. DGB}}{\text{sin. BGA}}$.

5. Durch den Winkel an der Erde und an der Sonne läßt sich die Erdbreite eines Planeten in seine Sonnenbreite verwandeln. Denn es ist SB : BD = 1 : tang. DSB (Fig. 130), und BD : BH = tang. DHB : 1, also SB : BH = tang. DHB : tang. DSB. Da sich nun SB : BH auch wie sin. SHB : sin. BSH verhält, so wird sin. SHB : sin. HSB = tang. DHB : tang. DSB, oder der Sinus des Winkels an der Erde verhält sich zum Sinus des Winkels an der Sonne, wie die Tangente der Erdbreite zur Tangente der Sonnenbreite des Planeten.

So ist auch dem rechtwinkligen Dreyecke DSB, SB : SD = cos. DSB : 1 oder die reduzirte Entfernung des Planeten verhält sich zur wahren, wie der Kosinus seiner Sonnenbreite zum Sinus totus.

In dem sphärischen rechtwinkligen Dreyecke FOW (Fig. 115), ist cos. FW = $\frac{\text{cos. FO}}{\text{cos. OW}}$

(5 Brief 2 Anm.). Stellt nun AFB die Ekliptik eines Planeten, oder den größten Kreis, in welchem die Ebne seiner Bahn die Himmelskugel durchschneidet, und DE die Ekliptik der Erde vor, so ist F der Knoten, FW das Argument der Breite, OW die Sonnenbreite und FO der Theil der Sonnenlänge des Planeten in seiner Bahn, der zwischen ihm und seinem Knoten liegt. Man erhält also den Kosinus dieses Theils, wenn man den Kosinus des Arguments der Breite mit dem Kosinus seiner Sonnenbreite multiplizirt. Daher kann man die eigentliche Sonnenlänge eines Planeten, die sich allemal auf die Ekliptik bezieht, auf die Sonnenlänge in seiner Bahn reduziren, wenn man von ihr die Länge des Knotens abzieht, um so das Argument der Breite zu erhalten. Aus diesem berechnet man, wie ich gezeigt habe, den Theil der Länge in der Bahn, der zwischen dem Planeten und seinem Knotens liegt und addirt zu ihm die Länge des Knoten EO oder Ec (Fig. 129). Die Summe giebt die Länge des Planeten in seiner Bahn.

Achtzehnter Brief.

Wenn man die Umlaufszeit eines Planeten weiß, so ist man im Stande alle Ausmessungen der Bahn desselben um desto genauer zu bestimmen, je richtigere und genauere Kenntnisse man von der Bewegung der Erde um die Sonne hat. Denn es sey (Fig. 132) S die Sonne, A die Erde und SAD der Unterschied zwischen der Erdlänge der

Sonne S und irgend eines Planeten D. Sind nämlich SC und AC nach dem ersten Punkte des Widders gerichtet, so sind beide Linien parallel und CAD ist die Länge des Planeten, CAS aber die Länge der Sonne. Da nun CAD = CAS + SAD ist, so wird SAD = CAD — CAS; und D ist der auf die Ebne der Ekliptik reduzirte Ort des Planeten. Nachdem dieser nun einen ganzen Umlauf geendigt hat, so wird sich wiederum sein reduzirter Ort in D befinden. Gesetzt die Erde sey alsdann in B, von wo man den Planeten abermals beobachtet; so sind in dem Dreyecke ASB, wie ich aus der Theorie der Erde voraussetze, die Seiten AS und SB, nebst dem Winkel ASB genau bekannt, und es lassen sich daher die Winkel SAB, SBA nebst der Seite AB hieraus genau berechnen. *) Dadurch hat man, in dem Dreyecke ADB, die Seite AB nebst den Winkeln DAB, DBA, indem man, um die letztern zu erhalten, von den beobachteten Winkeln SAD, SBD nur die berechneten SAB, SBA abziehen darf. Also ist es leicht, die Seiten AD und BD zu berechnen. Hat man aber diese, so ist in dem Dreyecke SAD der Winkel SAD durch Beobachtung, nebst den zweyen Seiten AS und AD durch Berechnung, bekannt. Man findet also leicht SD und zwar auf eine doppelte Art, durch das Dreyeck ASD nämlich und durch SBD, wie auch die Winkel ADS und BDS.

Der Winkel SAD oder SBD ist der Winkel an der Erde, und ASD oder BSD der Winkel an der Sonne. Durch diese Winkel läßt sich also die von der Erde beobachtete Breite des Planeten

*) Man sehe die 3 Anmerk. des 17 Briefes.

in die Sonnenbreite verwandeln. *) Eben so dient der Winkel an der Sonne ASD oder BSD, um die Sonnenlänge des Planeten zu bestimmen. Denn diese ist = CSD = CSA + ASD. Man erhält aber CSA, wenn man die aus der Erde A gesehene Länge der Sonne CAS oder CSE von 180 Graden abzieht. Die Sonnenlänge des Planeten kann man auf seine Bahn reduziren, deren Knoten man kennt; und aus der reduzirten Entfernung des Planeten SD läßt sich leicht seine wahre Entfernung von der Sonne berechnen. **) Auf diese Art kann man, wenn man eine große Menge genauer Beobachtungen der Planeten vergleicht, die Längen derselben in ihrer Bahn nebst ihren wahren Entfernungen von der Sonne finden, und ihre Bahnen so zeichnen, daß man dabey die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde zum Maßstabe annimmt. Thut man aber dieses, so sieht man augenscheinlich, daß die Bahnen der Planeten keine Kreise sind, man mag nun die Sonne in ihren Mittelpunkt, oder außer ihn, setzen.

Kepler bemerkte dieses zuerst bey dem Planeten Mars, dessen Bahn vorzüglich stark exzentrisch ist. Wiederholte genaue Untersuchungen des Laufs dieses und der übrigen Planeten bewogen ihn überhaupt anzunehmen, daß jeder Planet in einer Ellipse um die Sonne laufe, in deren einem Brennpunkte F sich die Sonne befindet (Fig. 22); und daß die Zeit, in welcher er einen gewissen Bogen seiner Bahn, z. B. DE, durchläuft, sich allezeit, wie die elliptische Fläche DFE, verhalte. Die Erfahrung hat diese Keplerische Theorie nachher so deut-

*) Man sehe die 5 Anm. des 17 Briefes.

**) Man sehe die 5 Anm. des 17 Briefes.

lich bekräftigt, daß heutzutage kein Sternkundiger weiter ihre Richtigkeit bezweifelt.

Jede Planetenbahn (Fig. 22) hat daher, als eine Ellipse, eine große Axe AB, welche man die Apsidenlinie nennt, weil die Punkte A und B die Apsiden heißen. In dem einen A ist der Planet in seiner Sonnennähe (Perihelium), in dem andern B in seiner Sonnenferne (Aphelium). Wenn aber C der Mittelpunkt der Ellipse ist, so heißt CF die Exzentrizität, und ein Kreis, der aus C mit dem Halbmesser CA oder CB beschrieben wird, der exzentrische Kreis der Planetenbahn. Die gerade Linie FD, welche, wenn in D der Planet ist, die Mittelpunkte der Sonne und des Planeten vereinigt, heißt der Führer (radius vector). Stellt man sich vor, daß der Planet sie, während seines ganzen Umlaufs, immer mit sich führt, und daß sie so wächst und abnimmt, wie des Planeten Entfernung von der Sonne, so verhält sich der Raum, den diese Linie beschreibt, immer wie die Zeit, in welcher der dazu gehörige Bogen durchlaufen wird. Die Bewegung eines jeden Planeten in seiner Bahn ist daher jederzeit mehr oder weniger ungleichförmig, am geschwindesten in der Sonnennähe, und am langsamsten in der Sonnenferne. Denn wenn BE und AD gleiche Bogen sind, so sehen Sie leicht, daß der Ausschnitt EFB größer ist, als der Ausschnitt AFD. Also ist auch die Zeit durch BE größer, als die durch AD, weil sich die eine zur andern, wie der eine Ausschnitt zum andern verhält, und der Planet geht folglich in BE langsamer, wie in AD. Ueberhaupt richtet sich die Zeit, in welcher ein Planet einen gewissen Bogen seiner Bahn beschreibt, weder nach der Größe dieses

Bogens,

Bogens, noch des Winkels, den zwey aus seinen Endpunkten an die Sonne gezogene gerade Linien mit einander machen, sondern bloß nach dem elliptischen Ausschnitte, der zwischen diesen Linien liegt.

Die Astronomen sehen den Zeitpunkt, da ein Planet in seine Sonnenferne kommt, als den Anfang seines Umlaufs an, und setzten daher gewöhnlich voraus, daß die elliptischen Ausschnitte, wodurch die Zeiten seiner Bewegung gemessen werden, in der Sonnenferne anfangen. Wenn ADG (Fig. 133), die halbe Bahn eines Planeten, AG ihre große Axe, C ihr Mittelpunkt, F ihr in die Sonne fallender Brennpunkt; und ABIG ihr halber exzentrischer Kreis, der Planet aber aus seiner Sonnenferne A bereits bis D fortgelaufen ist, so heißt der Winkel AFD seine wahre Anomalie (anomalia vera seu coaequata). Zieht man durch D die BE auf AG senkrecht, so nennt man den Winkel ACB die exzentrische Anomalie. Stellt man sich aber gleichsam einen erdichteten Planeten vor, der ganz gleichförmig in ebenderselben Zeit durch den exzentrischen Kreis läuft, in welcher der wirkliche Planet durch seine Bahn geht, und befindet jener sich in I, indem der wirkliche Planet in D ankommt, so verhält sich der Bogen AI zu seinem ganzen Umkreise von 360 Graden wie die Zeit, in welcher der wirkliche Planet aus A nach D gekommen ist, zu der Zeit seines ganzen Umlaufs. Man nennt diesen Bogen, oder den dazu gehörigen Winkel ACI, die mittlere Anomalie, und Sie sehen leicht, daß sie sich allemal, so wie der elliptische Ausschnitt AFD, verhalten muß. Der Unterschied zwischen der mittleren und wahren Anomalie heißt

die Gleichung des Mittelpunkts (aequatio centri. Prostaphaeresis). Der Winkel CLF ist diese Gleichung, weil die mittlere Anomalie ACI, als der äußere Winkel des Dreyecks CLF, der Summe der Winkel CLF und CFL gleich, der letztre aber die wahre Anomalie ist. Da alle Planeten um die Zeit ihrer Sonnenfernen langsam, und um die Zeit der Sonnennähen, geschwinde fortgehen, so läßt sich leicht begreifen, daß Anfangs wenn der Planet aus A nach der Ordnung der Zeichen fortgeht, ACI immer größer, hernach aber, in der andern Hälfte seiner Bahn, immer kleiner seyn werde, als AFD. Denn wenn Sie sich vorstellen, daß die Linien FD und CI sich zusammen so drehen, daß sie beide zugleich in der Sonnennähe und hernach wieder zugleich in A ankommen, so sehen Sie deutlich, daß durch den halben Kreis ABG der Winkel ACI der äußere und größere, hernach aber durch den andern halben Kreis der innere und kleinere, in Ansehung des Winkels AFD, seyn müsse. Daher ist die Gleichung des Mittelpunkts in den ersten sechs Zeichen, von der Sonnenferne bis zur Sonnennähe, immer negativ, und in den letzten sechs Zeichen positiv.

Wenn man den wahren Ort eines Planeten berechnen will, so muß man zuerst seinen mittleren Ort suchen. Daher sind die mittleren Anomalien der Planeten bey dergleichen Rechnungen ganz unentbehrlich. Die Aufgabe: aus der mittleren Anomalie eines Planeten seine wahre Anomalie zu finden, oder, welches ebendasselbe ist, aus der Zeit, die von dem Augenblicke, da er durch die Sonnenferne ging, bis jetzt verstrichen ist, den wahren gegenwärtigen Ort desselben in seiner Bahn

zu bestimmen, nennt man die Keplerische Aufgabe. Ihre Auflösung ist mit vielen Schwierigkeiten verknüpft, und die Astronomen behelfen sich dabey, so wie in vielen andern Fällen, mit Versuchen und Näherungen. [2]

Außer dem Zeitpunkte, da ein Planet durch seine Sonnenferne ging, den man als die Epoche ansieht, von welcher man seine mittlere Bewegung zu rechnen anfängt, und außer der mittleren Geschwindigkeit desselben, die man aus seiner Umlaufszeit bestimmt, muß man noch die Exzentrizität und Neigung seiner Bahn, wie auch die Lage der Apsiden und der Knotenlinie nothwendig wissen, wenn man sich in den Stand setzen will, seinen Lauf gehörig zu berechnen. Man nennt diese Stücke die Elemente seiner Bahn, weil sie, um die letztere vollkommen zu bestimmen, wesentlich und unentbehrlich sind. Die Lage der Apsiden und den Durchgang des Planeten durch sie, kann man, so wie auch die Exzentrizität, aus der größten und kleinsten Geschwindigkeit des Planeten in seiner Bahn finden, wenn man ihn häufig und genau beobachtet, und die Beobachtungen, die sich aber sehr nahe, und höchstens nur etwa um den 500sten Theil der ganzen Umlaufszeit von einander entfernt seyn müssen, auf die Bahn desselben zurückbringt. So sieht man, wenn er in seiner Bahn am geschwindesten und wenn er am langsamsten fortgegangen ist, wenn er also in der Sonnennähe und in der Sonnenferne war. Das Verhältniß aber seiner größten und kleinsten Geschwindigkeit giebt die Exzentrizität seiner Bahn; nur muß man dabey nicht vergessen, daß die beobachteten und reduzirten Räume der Geschwindigkeiten bloße Winkel sind. [6]

Uebrigens sind die Astronomen gewohnt, die halbe große Axe jeder Planetenbahn durch 1; die kleine Axe aber und die Exzentrizität durch einen Bruch, der sich auf jene Einheit bezieht, auszudrücken.

Wenn man die Umlaufszeit eines Planeten und also seine mittlere Geschwindigkeit kennt, so sind drey gute Beobachtungen, besonders wenn zwey um die Zeiten der mittleren und eine um die Zeit der größten oder kleinsten Entfernung des Planeten von der Sonne, gemacht worden sind, hinreichend, um die ganze Bahn des Planeten zu bestimmen. Man vergleicht nämlich die wahren Geschwindigkeiten des Planeten zwischen den Beobachtungen, oder die Winkel, durch welche er von der einen bis zur andern wirklich gelaufen ist, mit seiner mittleren Geschwindigkeit, oder mit den Bogen, die er in denselben Zeiten hätte durchlaufen müssen, wenn er mit seiner mittleren Geschwindigkeit fortgegangen wäre. Hernach sucht man die Exzentrizität und die Lage der Axen einer Ellipse, in welche diese Verhältnisse der wahren und der mittleren Geschwindigkeit passen. Auch hier behilft man sich mehrentheils mit Näherungen und Versuchen, indem man Anfangs die Lage der Apsidenlinie und die Exzentrizität bloß wahrscheinlich bestimmt, nachher die wahre Anomalie, dieser Voraussetzung gemäß, in die mittlere verwandelt, und sie mit den mittleren Geschwindigkeiten des Planeten vergleicht. Denn so sieht man leicht, ob und wie man geirret hat, und kann dem zu Folge sich der Wahrheit, durch neue Voraussetzungen, immer mehr nähern.

Ueberhaupt hat die Astronomie durch Keplers große Entdeckungen eine ganz neue Gestalt gewonnen, und man ist jetzt im Stande durch sie aus einigen

wenigen guten Beobachtungen, die ganze Bahn eines himmlischen Körpers viel genauer zu bestimmen, als es vordem selbst durch eine grosse Menge derselben nicht möglich war. Auch die Erde bewegt sich in einer Ellipse nach dem Keplerischen Gesetze um die Sonne, und es ist vorzüglich viel daran gelegen, ihre Bahn mit der äussersten Sorgfalt und Genauigkeit zu untersuchen, weil die beobachteten Längen und Breiten der Gestirne unmöglich richtig auf ihre Sonnenlängen und Sonnenbreiten reduzirt werden können, wenn die Ausmessungen der Erdbahn nicht aufs allergenaueste bestimmt sind, so daß man sagen kann, daß unsere Kenntnisse von den Bewegungen der himmlischen Körper um desto zuverlässiger sind, je genauer wir die Bewegung der Erde um die Sonne kennen.

Wenn man weit von einander entfernte Beobachtungen der Sonnenfernen, und der Längen, welche die Sonne in dem Augenblicke hatte, da die Erde am weitesten von ihr war, mit einander vergleicht, so findet man, daß die Apsiden der Erdbahn, nach der Ordnung der Zeichen, allmählich vorwärts rücken. Zum Theil ist diese Bewegung wohl nur scheinbar und dem Vorrücken der Nachtgleichen zuzuschreiben, durch welche auch die Länge der unbeweglichen Fixsterne vermehrt wird. Allein dennoch scheint das Vorrücken der Apsiden der Erde etwas grösser zu seyn, als daß man es ganz allein dem Rückgange der Nachtgleichungspunkte zuschreiben könnte, wiewohl sich, aus Mangel alter guter Beobachtungen, nichts Zuverlässiges hierin bestimmen läßt. Man setzt indessen gewöhnlich das Vorrücken der Apsiden der Erde, in Beziehung auf die Punkte der Nachtgleichen, auf 1 Minute 4 bis 6 Sekunden jähr-

lich, und in Beziehung auf die Fixsterne auf 13½ bis 17 Sekunden. Nach der Newtonschen Theorie beträgt es nur 6 Sekunden 55 bis 57 Terzien jährlich. Die Sonne braucht also, um aus der Erdferne wieder in dieselbe zu kommen, mehr, als ein tropisches Jahr, ja selbst mehr, als ein Sternsjahr, Zeit. Delalande setzt diese Zeit auf 365 Tag 6 Stunden 15 Minuten 20 Sekunden und man nennt sie das anomalistische Jahr, weil die Erde, nach Ablauf dieses Jahres, wieder dieselbe mittlere Anomalie erhält, die sie im Anfange desselben hatte.

Auf eine ähnliche Art rücken auch die Apsiden aller übrigen Planetenbahnen sehr langsam vorwärts, so wie die Knoten derselben rückwärts. Man kann diese Bewegung der Apsiden, in Ansehung der Fixsterne, als eine, besonders durch die Beobachtungen des Mars, unleugbar bestätigte Thatsache ansehen.

Anmerkungen.

1. Wenn man über der großen Axe AB (Fig. 120) einer Ellipse aus ihrem Mittelpunkte C einen Kreis beschreibt, und aus irgend einem Punkte G die Linie GH durch die Ellipse in I auf AB senkrecht zieht, so verhält sich allezeit GH zu IH, wie die große Axe der Ellipse a zu der kleinen b (Brief 7 Anmerk. 2). Ist nun gh der GH unendlich nahe, so kann man GghH, IihH als Rechtecke ansehen, weil wirkliche Rechtecke von der Höhe GH, IH nur unendlich wenig von diesen Streifchen verschieden seyn würden. Also verhalten sich auch diese Streifchen Gh, Ih wie a zu b. *) Man kann aber offenbar den

*) III. Band Einleitung 47.

ganzen Raum BGH, BIH in gleich viele solche Streifchen zerlegen. Also verhalten sich auch diese Räume wie a : b. Eben das kann man von den Räumen GECH, IMCH sagen. Sie sind in demselben Verhältnisse. Ja die ganze Fläche des Kreises ADEB verhält sich zur ganzen elliptischen Fläche wie a : b. Nun verhalten sich die Kreisflächen wie die Quadrate ihrer Durchmesser. Hätte also ein Kreis eine der elliptischen völlig gleiche Fläche, und wäre sein Durchmesser d, so müßte sich $a^2 : d^2 = a : b$ verhalten, weil der Durchmesser des Kreises ADGB, a ist. In diesem Falle nämlich würde die Kreisfläche ADGB sich zu der elliptischen völlig eben so verhalten, als zu der Kreisfläche des Durchmessers d (Einleit. 116 III. Band). Also ist $d^2 = \frac{a^2 b}{a} = ab$, und $d = \sqrt{ab}$ oder der Durchmesser eines der Ellipse gleichen Kreises ist die mittlere geometrische Proporzionallinie zwischen der großen und der kleinen Axe der Ellipse (Einl. 44 III Band).

Stellt man sich also aus dem Brennpunkte F (Fig. 134), einer elliptischen Planetenbahn, mit einem Durchmesser FB oder FD, der die mittlere Proporzionale zwischen den Axen jener Bahn ist, einen Kreis beschrieben vor, so wird dieser die Ellipse in zweyen Punkten B und D durchschneiden, und seine Fläche der elliptischen Fläche gleich seyn. Bewegt sich nun ein Punkt ganz gleichförmig im Umfange dieses Kreises, und durchläuft er ihn genau in derselben Zeit, in welcher der Mittelpunkt des Planeten seinen Umlauf endigt, so hat er offenbar die mittlere Geschwindigkeit des Planeten, und jeder Bogen DH, den er in einer gewissen Zeit durchläuft, verhält sich zum ganzen

Umkreise von 360 Graden, wie jene Zeit zu der ganzen Umlaufszeit. Gesetzt e liege unendlich nahe an D, und Fe durchschneide die Ellipse in d, so verhält sich die unendlich kleine Zeit t, in welcher der Punkt den Bogen De durchläuft, zu der ganzen Umlaufszeit T, wie De zu 360 Graden, oder, welches einerley ist, wie der Ausschnitt DFe zu der ganzen Kreisfläche. Kommt aber der Mittelpunkt des Planeten nach D, so läuft er durch Dd in einer Zeit m, die sich zu seiner ganzen Umlaufszeit, wie der Ausschnitt DFd zu der ganzen elliptischen Fläche verhält. Da nun ed nur ein unendlich kleiner Theil von Fd ist, so kann man ihn als Nichts ansehn, wenn Fe und FD nur nahe genug an einander liegen. In diesem Falle also ist De = Dd, und DFd = DFe. Da es uns nun frey steht, Fe so nahe an FD uns vorzustellen, als wir wollen, und auch die Umlaufszeiten von beiden Seiten gleich sind, so folgt, daß der Planet in B und D seine mittlere Geschwindigkeit hat und t = m ist. Unter diesen Punkten, im Bogen BGD, ist seine Geschwindigkeit allenthalben größer, und über B und D, im Bogen BAD, ist sie allenthalben kleiner, als die mittlere. Jeder Winkel AFM im obern Theile der Ellipse wird langsamer beschrieben, als ein gleicher Winkel HFL im Kreise, weil der Ausschnitt AFM, also auch die Zeit durch AM, größer ist, als der Ausschnitt HFL und die Zeit durch HL. Im untern Theile der Ellipse verhält sich dagegen die Sache umgekehrt, weil hier die Ausschnitte des Kreises größer sind, als die der Ellipse.

Wenn also ein Planet (Fig. 133), aus seiner Sonnenferne A sich zu bewegen anfängt, so ist

Anfangs seine mittlere Anomalie ACI immer grösser, als die wahre AFD, und der Ueberschuß der erstern über die letzte, oder die Gleichung CLF, nimmt täglich mehr zu, weil der wahre Planet immer fortfährt sich langsamer zu bewegen, als der erdichtete. Dies dauert, bis jener in H ankommt, wo sein Fahrer FH die mittlere Proporzionale zwischen den Axen der elliptischen Bahn ist. Von hier an wird die Geschwindigkeit des wahren Planeten grösser, als des erdichteten, und wächst immer mehr, so, daß FLC immer mehr abnimmt. Also ist in H die Gleichung des Mittelpunkts am grössten. In G ist sie = 0, und in der andern Hälfte der Ellipse nimmt der Ueberschuß der wirklichen Geschwindigkeit über die mittlere, also auch die Gleichung, die aber hier negativ ist, immer mehr zu, bis zu einem Punkte, der H gegen über liegt, und eben so weit von F absteht. Hier ist die Gleichung wieder am grössten; weiterhin nimmt sie immer mehr ab, und verschwindet zuletzt in A ganz.

Die beiden Punkte der grössten Gleichung des Mittelpunkts lassen sich durch häufige Beobachtungen ziemlich genau bestimmen. Denn sie liegen da, wo ein Planet sich mit seiner mittleren Geschwindigkeit bewegt. Die Astronomen brauchen sie vorzüglich zu einer genauen Bestimmung der Exzentrizität der Planetenbahnen.

2. Man sucht gewöhnlich zuerst die exzentrische Anomalie aus der mittlern auf folgende Art. Zuerst ist die mittlere Anomalie ACI (Fig. 133), oder vielmehr der Ausschnitt ACI zum ganzen exzentrischen Kreise, wie der Bogen AI zu 360. Eben so verhält sich aber auch der elliptische Aus-

schnitt AFD zur ganzen elliptischen Fläche. Da nun die Kreisfläche sich zur elliptischen, wie ich in der ersten Anmerkung gezeigt habe, wie a : b verhält, so müssen auch die Ausschnitte ACI und AFD sich wie a : b, oder wie die elliptischen Axen, verhalten.

Weiter verhalten sich auch die Abschnitte ABE und ADE, wie ich in der ersten Anmerkung gezeigt habe, wie a : b oder wie BE : DE, und die rechtwinkligen Dreyecke EBF, EDF sind in demselben Verhältnisse. Daher ist auch die Fläche AFB zur Fläche AFD, wie a : b, und also ACI = AFB.

Von diesen beiden gleichen Räumen nehme man ACB weg, so bleibt BCI = BCF. Man verlängere BC und ziehe FO auf sie senkrecht, so ist das Dreyeck BCF = $\frac{1}{2}$BC.FO, und der Ausschnitt BCI = $\frac{1}{2}$BC.BI (III. Band Einl.). Also ist der Bogen BI der geraden Linie FO gleich.

Um nun diese beiden Linien vergleichen zu können, verwandelt man die Exzentrizität CF in einen Bogen, welches leicht angeht, da man sie in einem Bruche ausgedrückt kennt, dessen Einheit CA ist, und CA die Länge eines Bogens von 57 Graden 17 Minuten 44,8 Sekunden des exzentrischen Kreises hat (III. Band Einleitung 124). Nun kennt man AI aus der Zeit, die seit dem letzten Durchgange des Planeten durch seine Sonnenferne A bis zu seiner Ankunft in D verflossen ist. Man nimmt also AB etwas kleiner, als AI und da der Winkel FCO = ACB ist, so berechnet man nach dieser Voraussetzung zum Versuche FO aus CF, indem man letzteres mit sin. ACB vermehrt. Nun sieht man zu, ob FO so groß

wird, als BI nach der Annahme seyn muß. Findet dieses nicht Statt, so sieht man wenigstens gleich, ob man AB zu groß oder zu klein angenommen hat. Man probirt daher aufs neue und setzt das so lange fort, bis FO durch die Rechnung in Graden, Minuten und Sekunden eben so groß wird, als AI — AB nach der Annahme. Hat man dieses erlangt, so ist AB richtig bestimmt, und man kennt nunmehr die exzentrische Anomalie ACB.

Um aber aus der exzentrischen Anomalie ACB die wahre AFD zu finden, beschreibe man (Fig. 135) aus F durch D einen Kreis, der in H die grosse Axe durchschneidet, und ziehe BG und DH. Nennt man nun die grosse Axe der Ellipse a, die kleine b, so ist $FD = \frac{1}{2}a + \frac{2CE.FC}{a}$ und $FC = \frac{1}{2}\sqrt{(a^2 - b^2)}$ (7 Brief 2. Anm.). Nun ist $HE = FD + FC + CE = \frac{1}{2}a + \frac{2CE.FC}{a} + FC + CE = (\frac{1}{2}a + CE).(1 + \frac{2FC}{a})$. Da nun $GE = \frac{1}{2}a + CE$ ist, so wird $HE : GE = 1 + \frac{2FC}{a} : 1 = a + 2FC : a$. Verbindet man mit dieser die Proporzion: $BE : DE = a : b$, so wird $HE.BE : GE.DE = a + 2FC : b$.

Aber dieses Verhältniß ist auch $= \sqrt{FA} : \sqrt{FG}$. Denn FA ist $= \frac{1}{2}a + FC$ und $FG = \frac{1}{2}a - FC$, also, wenn man von beiden Seiten mit $\frac{1}{2}a + FC$ multiplizirt, $FA : FG = (\frac{1}{2}a + FC)^2 : \frac{1}{4}a^2 - FC^2$. Ist nun CM die

halbe kleine Axe und $= \frac{1}{2}b$, so wird $MF = \frac{1}{2}a$, also $\frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}b^2 + CF^2$ und $\frac{1}{4}a^2 - FC^2 = \frac{1}{4}b^2$. Daher wird $FA : FG = (\frac{1}{2}a + FC)^2 : \frac{1}{4}b^2$, und $\sqrt{FA} : \sqrt{FG} = \frac{1}{2}a + FC : \frac{1}{2}b = a + 2FC : b = HE . BE : GE . DE$.

Es ist aber $HE : ED = 1 : \text{tang. } DHE$ und $GE : EB = 1 : \text{tang. } BGE$; also $HE . BE : GE . DE = \text{tang. } BGE : \text{tang. } DHE = \sqrt{FA} : \sqrt{FG}$. Nun sind die Winkel an den Umkreisen BGE und DHE halb so groß, als die Winkel an den Mittelpunkten BCE und DFE. Nennt man also jenen, oder die exzentrische Anomalie, E, diesen, oder die wahre Anomalie A, so wird: $\text{tang. } \frac{1}{2}E : \text{tang. } \frac{1}{2}A = \sqrt{FA} : \sqrt{FG}$.

Rückwärts läßt sich die mittlere Anomalie aus der wahren leichter finden. Denn wenn diese, oder A, bekannt ist, so sucht man die exzentrische Anomalie E durch die Formel: $\sqrt{FG} : \sqrt{FA} = \text{tang. } \frac{1}{2}A : \text{tang. } \frac{1}{2}E$. Hat man E, oder ACB, so berechnet man FO aus der Exzentrizität. Man macht nämlich $FO = FC \sin. ACB$, so hat man den Unterschied $BI = FO$ zwischen der exzentrischen und mittleren Anomalie.

3. Wenn ein Körper sich um eine gewisse Axe dreht, so bewegt sich fast jeder seiner Punkte mit einer verschiedenen Geschwindigkeit. Indessen kann man die Geschwindigkeit aller seiner Punkte bestimmen, so bald man nur ihre Entfernung von der Axe und die Geschwindigkeit eines einzigen Punkts weiß. Um also die Geschwindigkeit des ganzen Körpers auf eine deutliche und bestimmte Art auszudrücken, nimmt man eine gewisse Entfernung von der Axe zur Einheit an, und nennt die Geschwindigkeit, welche ein jeder Punkt hat,

der sich in dieser Entfernung befindet, die Winkelgeschwindigkeit des Körpers. Man drückt sie durch den Kreisbogen p aus, den ein solcher Punkt in einer Sekunde gleichförmig durchläuft, oder durchlaufen kann. Hat ein anderer Punkt, in der Entfernung x von der Axe, die Geschwindigkeit c, so ist die Winkelgeschwindigkeit des Körpers $p = \frac{c}{x}$. Denn es ist $1 : x = p : c$. Was ich von einem Körper gesagt habe, gilt auch von einer jeden Linie, die sich um einen gewissen Punkt dreht.

Bey einem Planeten verhalten sich daher (Fig. 134) die Winkelgeschwindigkeiten seines Führers, wie die Winkel selbst, durch welche der Führer, bey der Bewegung des Planeten, in sehr kleinen und gleichen Zeiten geht. Denn es sey $FH = FI = 1$, und LH der Bogen des mit dem Halbmesser 1 beschriebenen Kreises, durch welchen der Punkt H, so wie IN der Bogen, durch welchen I, in derselben Zeit geht, da der Planet in seiner Bahn die Bogen AM, GO durchläuft; so verhalten sich HL und NI, wie die Winkelgeschwindigkeiten des Führers FA, wenn die Zeiten durch AM und GO gleich und sehr klein sind, weil man alsdann die Bewegung des Planeten in AM und GO als gleichförmig ansehen kann. Sie sind aber offenbar auch die Maße der Winkel AFM, GFO, durch welche der Führer indessen gleichförmig gegangen ist.

Wenn AM und GO sehr klein sind und etwa nur $\frac{1}{600}$ der ganzen Bahn ausmachen, so kann man sie als kleine Kreisbogen ansehen. Die zu den Halbmessern FA und FG gehören. Es

ist alsdann $LH = \frac{AM}{FA}$ und $NI = \frac{OG}{GF}$, also $LH : NI = \frac{AM}{FA} : \frac{OG}{GF}$. Werden nun AM und GO in gleichen Zeiten beschrieben, so sind die Ausschnitte AFM, FOG einander gleich. Also $AM . FA = OG . GF$ und $AM : OG = GF : FA$. Es ist daher auch $LH : NI = \frac{AM}{FA} : \frac{OG}{GF} = \frac{1}{FA^2} : \frac{1}{GF^2}$, oder die Winkelgeschwindigkeiten des Führers verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate seiner Längen.

Wenn man daher die Winkel, welche der Führer eines Planeten in zweyen sehr kleinen gleichen Zeiten durchgegangen ist, durch Beobachtungen gefunden hat, so kann man daraus das Verhältniß der Entfernungen von der Sonne, welche der Planet damals gehabt hat, folglich auch die Gestalt seiner Bahn, bestimmen.

Uebrigens läßt sich die Lage der Apsidenlinie auch dadurch finden, daß man solche Beobachtungen, wo der himmlische Körper in gerade entgegengesetzten Punkten seiner Bahn war, wie in A und G, oder in D und B, unter sich vergleicht. Denn nie, als wenn A und G die Apsiden sind, kann die Zeit seines Laufs von einer Seite, von G nach A, der Zeit von der andern Seite, von A nach G, gleich seyn. In allen übrigen Stellen sind beide Zeiten ungleich; z. B. die Zeit von D nach B ist kleiner, als die von B nach D, weil der Körper um G herum geschwinder läuft, als um A.

Neunzehnter Brief.

Die ganze Götterlehre der Alten scheint von der Sternkunde entsprungen, und nachher mit allerhand Fabeln ausgeschmückt worden zu seyn. Man machte die Planeten zu Bewohnern des Himmels, zu Göttern. Saturn war ein Sohn des Himmels, weil er, nach der Meinung der Alten, den höchsten Platz hatte und zunächst unter dem Himmel der Fixsterne stand. Er war ein abgelebter Alter, weil er sich so sehr langsam bewegte, und ein Gott der Zeit, weil er zu jedem Umlaufe so viele Zeit nöthig hatte. Jupiter war der größte und höchste Gott, weil er unter allen Planeten beynahe der größte, und nächst dem unansehnlichen Saturn, der höchste ist. Mars war der Gott des Krieges, weil er ein röthliches Licht hat, und blutig zu seyn scheint. Venus, der schönste und hellste Stern am Himmel, war die Gottheit der Schönheit, und eine Göttin, weil die Schönheit vorzüglich dem weiblichen Geschlechte eigen ist. Endlich machte man den Merkur zu einem Boten der Götter, weil man ihn allezeit nur nahe an der Sonne sah, um welche er schneller, als irgend ein anderer Planet, herumlief.

Saturn hat den höchsten Rang in unserm Sonnensystem, den er Jahrtausende hindurch behauptet hatte, verloren, nachdem Herr Herschel, der in England lebt, aber ein Deutscher ist, im Jahre 1781 einen neuen bisher ganz unbekannten Planeten entdeckt hat. Dieser Planet, den man nach seinem Entdecker Herschel ♅, sonst auch Uranus, nennt, ist so klein, als ein Fixstern

sechster Größe, und bloßen Augen kaum sichtbar. Er ist ins Mittel 19 Mal weiter von der Sonne entfernt, als die Erde, und braucht fast 84 Jahre Zeit, um seine Bahn ein Mal zu durchlaufen. Die Neigung seiner Bahn gegen die Ekliptik ist sehr geringe und macht etwa $\frac{3}{4}$ Grade aus. Sein Durchmesser hat noch nicht auf eine zuverlässige Art bestimmt werden können. Herr Herschel giebt seinen scheinbaren Durchmesser auf ungefähr 4 Sekunden an, und den wahren 4,31769 Mal so groß, als den Durchmesser der Erde. Ob und wie schnell er sich um seine Axe dreht, weiß man noch nicht. Aber es laufen um ihn zwey Trabanten, die auch Herr Herschel 1787 entdeckt hat. Ihre Umlaufszeit ist von einer bis zwey Wochen, und sie sind ihrem Hauptplaneten so nahe, daß sie sich von ihm nur, der eine auf 33, der andre auf etwas über 44 Minuten entfernen. Aber das sonderbarste ist die ungewöhnlich große Neigung ihrer Bahnen gegen die Ekliptik, die fast an 90 Grade beträgt. [1]

Zwischen 1790 und 1794 hat Herr Herschel vier neue äußerst schwach erleuchtete und selbst durch seine vortreffliche Werkzeuge schwer zu unterscheidende Trabanten um den seinen Namen führenden Hauptplaneten entdeckt. Der erste ist der innerste, und verrichtet seinen Umlauf in 5 Tagen 21 Stunden 25 Minuten. Der zweyte neuentdeckte ist der dritte in der Ordnung, und seine Umlaufszeit beträgt 10 Tage 23 Stunden 4 Minuten. Der dritte neuentdeckte ist der fünfte in der Ordnung, und läuft in 38 Tagen 1 Stunde 49 Minuten um seinen Hauptplaneten. Der vierte neuentdeckte endlich ist der äußerste und sechste. Seine Umlaufszeit beträgt 107 Tage 16

Stunden

Stunden 40 Minuten. Herschel ist also mit 6 Trabanten umgeben, von denen der zweyte und vierte bereits 1787 entdeckt worden sind.

Außerdem scheint dieser Planet, nach den neuesten Beobachtungen seines Entdeckers, um die Pole stark abgeplattet, und mit zweyen Ringen, die rechtwinklig auf einander stehen, umgeben zu seyn. Auch scheinen zwey von seinen Trabanten sich rückläufig in ihren Bahnen zu bewegen, und sich hierin von allen übrigen Planeten zu unterscheiden.

Saturn ♄ erscheint dem bloßen Auge, als ein bleicher unansehnlicher Stern. Er ist ins Mittel 9½ Mal weiter von der Sonne entfernt, als die Erde, und durchläuft seine Bahn in 29½ Jahren. Die Kugel des Saturns ist abgeplattet, und der Durchmesser ihres Aequators verhält sich zum Durchmesser ihrer Axe, nach Herrn Herschel, wie 2281 zu 2061. Nach demselben ist jener 11,29 Mal größer, als der größte Durchmesser der Erdkugel, und sie selbst daher, die Kugel des Saturns, an 1439 Mal größer, als die Erdkugel. Sie dreht sich um ihre Axe, und zwar in 10 Stunden 14 Minuten 4 Sekunden ein Mal, wenn man aus den zahlreichen unmittelbaren Beobachtungen Herrn Herschels ein Mittel nimmt. Man sieht auf ihr veränderliche Streifen. Daraus, und aus den Erscheinungen der Trabanten des Saturns, die, indem sie hinter ihn treten, lange an seiner Scheibe zu hängen scheinen, schließt Herr Herschel auf die Atmosphäre dieses Planeten. [2]

Als man den Saturn durch Fernröhre zu betrachten anfing, entdeckte man bald ganz ungewöhnliche Veränderungen in seiner Gestalt. Denn bald sah man an jeder Seite seiner Scheibe eine

Art von Henkel, bald verwandelten sich diese Henkel in helle Arme, bald verschwanden sie ganz, so daß sich bloß die runde Scheibe ohne allen Anhang zeigte. Huygens, welcher den Saturn mit vorzüglicher Aufmerksamkeit und durch besonders gute Fernröhre anhaltend beobachtete, bewies zuerst, daß Saturn mit einem sehr dünnen, aber breiten, dunkeln und von der Sonne erleuchteten Ringe umgeben sey, daß dieser Ring oder Gürtel um die Mitte seiner Kugel konzentrisch herumgehe, und daß zwischen ihm und der Kugel ein beträchtlicher leerer Raum sey; daß er beständig gleich weit von der Kugel entfernt und sich selbst parallel bleibe, ungeachtet er mit derselben gar nicht zusammen hänge, und daß sich auf diese Art alle Erscheinungen in der Gestalt des Saturns nicht nur vollkommen erklären, sondern auch im Voraus bestimmen ließen. Denn die Ebne dieses ungemein dünnen und sonderbaren Ringes, den man schon durch mittelmäßige Fernröhre, aber nicht mit bloßen Augen, deutlich unterscheiden kann, schneidet die Ebne der Bahn des Saturns unter einem Winkel von 30 Graden. Stellen Sie sich daher eine unendlich große Ebne, welche der Fläche des Ringes parallel ist, durch den Mittelpunkt der Sonne vor, so schneidet diese die Ebne der Ekliptik unter einem Winkel von 31 Graden 23 Minuten, die Linie des Durchschnitts aber, oder die Knotenlinie des Ringes, geht jetzt von einer Seite in 17 Graden 23 Minuten der ♓, von der andern im 17 Grade 23 Minuten der ♍ durch die Ekliptik. Kommt Saturn in diese Knoten seines Ringes, so wird die Sonne von der Ebne desselben gleichsam in 2 gleiche Hälften zerschnitten, und daher erleuchtet sie diese beide Flächen des Ringes auf gleiche Art,

aber beide sehr schief und sehr schwach, so daß wir keine von beiden sehen. Die gerade nach der Sonne gekehrte Kante des Ringes sehen wir auch nicht, weil sie zu dünn, und ihr Sehwinkel zu klein ist. So verschwindet der ganze Ring des Saturns aus unsern Augen, wenn dieser in den Knoten seines Ringes oder nahe dabey ist, und wir sehen bloß seine Kugel, die Erde mag sich in ihrer Bahn befinden, wo man will. Zwischen beiden Knoten ist durch die halbe Umlaufszeit des Saturns, oder fast durch 15 Jahre, die eine, und durch 15 Jahre die andre Fläche des Ringes erleuchtet, und die andre im Schatten. Da der Ring sich selbst immer parallel bleibet, so kehrt Saturn, wenn er mit der Erde in eine Linie kommt, die der Knotenlinie seines Ringes parallel ist, uns die Kante seines Ringes zu. Wir sehen also alsdann den Ring ebenfalls nicht, weil sein Sehwinkel zu klein ist, und schon einige Zeit vorher und nachher ist aus dieser Ursache der Ring unsichtbar. Dieser Fall kann in einem Jahre zwey Mal, und bald hinter einander, Statt finden, weil jede durch die Erdbahn gehende, der Knotenlinie parallele Linie die Erdbahn in zweyen Punkten durchschneidet, und die Erde, wenn sie in diesen Punkten oder nahe an ihnen ist, bloß die Kugel des Saturns sieht. Auch wenn jene parallele Linie zwischen der Erde und der Sonne durchgeht, sehen wir den Ring nicht, weil er uns alsdann seine dunkle Oberfläche zukehrt. Geht sie aber außer der Erdbahn durch die Ebne der Ekliptik, so sehen wir beständig den Ring, weil alsdann immer seine von der Sonne erleuchtete Fläche in unser Auge fällt. Da aber unser Auge in der Ebne der Ekliptik liegt, gegen welche die Ebne des

Ringes unter einem schiefen Winkel geneigt ist, so ist der Strahlenkegel, den das Auge vom Ringe erhält, schief; und da uns dennoch alle Theile des Ringes gleich weit entfernt scheinen, so sehen wir ihn, als in einer auf die Axe des Strahlenkegels senkrechten Ebne. Der senkrechte Durchschnitt aber eines schiefen Kegels ist allemal eine Ellipse, und daher erscheint uns auch der Ring allezeit elliptisch. Nahe bey den Knoten des Ringes ist diese Ellipse sehr schmahl. Daher scheint uns Saturn Arme zu haben, wenn wir ihren innern leeren Raum nicht unterscheiden können. Weiterhin öffnet sie sich immer mehr, und Saturn erscheint mit Henkeln (Fig. 136). Endlich wenn Saturn mitten zwischen den Knoten seines Ringes im 17 Grade 23 Minuten der ♊ oder im 17 Grade 23 Minuten des ♐ ist, hat jene Ellipse ihre größte Oeffnung. Ihre kleine Axe AB (Fig. 137), verhält sich alsdann zur großen CD wie sin. 31° 23′ zum Sinus totus, oder fast wie 1 : 2. Da nun die scheinbare große Axe CD $2\frac{1}{5}$ Mal größer ist, als der scheinbare Durchmesser der Kugel, so erscheint uns alsdann AB etwa um $\frac{1}{10}$ größer, als dieser.

Ich habe bisher nur von einem Ringe des Saturns geredet; Herr Herschel aber hat entdeckt, daß dieser Ring eigentlich aus zweyen konzentrischen und durch einen leeren Raum abgesonderten Reifen besteht, durch welchen man die Fixsterne sehen kann. Wenn man den Halbmesser der Kugel des Saturns zur Einheit annimmt, so hält die Breite des leeren Raums zwischen der Kugel und dem innern Rande des innern Reifen 0,6 die Breite dieses Reifens 0,4, die Breite des leeren Raums zwischen beiden Reifen 0,06, und die Breite des äußern Reifen 0,15, also die Breite

beider Reifen und ihres Zwischenraumes 0,61 nach diesem Maße. Die Reifen drehen sich um eine auf ihre Ebne senkrechte Axe, um welche sich auch Saturn selbst dreht. Sie werfen einen Schatten auf die Scheibe des Saturns der Sonne gegen über, woraus man offenbar sieht, daß sie dunkle Körper und von der Sonne erleuchtet sind. [3]

Außerdem hat Saturn noch sieben Monde oder Trabanten, welche um ihn herumlaufen und auch zuweilen verfinstert werden. Man kann sie aber nur durch sehr gute und sehr stark vergrößernde Fernröhre sehen, und ihre Verfinsterungen sind schwer zu beobachten. Jedoch sieht man den größten, der sonst der vierte in der Reihe war, bey heiterm Himmel verschwinden, wenn er verfinstert wird. Diesen hat zuerst Huygens entdeckt. Nachher entdeckte Cassini nach und nach noch 4, und man glaubte lange, daß Saturn nicht mehr, als diese fünf Trabanten, hätte. Aber Herr Herschel fand 1789 durch seine außerordentlich gute Teleskope, daß Saturn noch zwey Trabanten hat, welche ihm näher, als alle übrigen, sind. Um durch die neue Ordnung der Trabanten keine Verwirrung zu veranlassen, nannte er den innersten von den neu entdeckten Trabanten den siebenten, den entferntern den sechsten, und ließ den übrigen ihre alte Namen des ersten, zweyten, dritten, vierten und fünften. Die Umlaufszeit und den Abstand des innersten und siebenten Trabanten hat Herr Herschel noch nicht ganz zuverlässig bestimmen können, weil er sehr schwer zu beobachten ist. Indessen scheint er in 23 Stunden 45 Minuten ein Mal seinen Umlauf zu vollenden. Die Bahnen aller Trabanten, außer der des fünften und äußersten, fallen in die Ebne des Ringes, der äußerste

Trabant aber der vom Saturne drey Mal so weit entfernt ist, als der nächste nach ihm, oder der vierte, durchläuft eine Bahn, die 15 Grade Neigung gegen die Ekliptik hat, in 79 Tagen 7 Stunden 47 Minuten, und Herr Herschel fand aus seinem periodischen Lichtwechsel, daß er in ebenderselben Zeit von 79 Tagen 7 Stunden 47 Minuten sich ein Mal um seine Axe dreht. Denn dieser Trabant ist auf seiner einen Seite so dunkel, und so voll von Flecken, daß er über einen Monat lang kaum zu sehen ist. Da nun auch unser Mond sich in derselben Zeit um seine Axe dreht, in welcher er um die Erde läuft, so scheinen alle Trabanten, deren eigentliche Umdrehungszeiten man übrigens durch unmittelbare Beobachtungen noch nicht hat bestimmen können, dem Monde hierin ähnlich zu seyn. Der vierte der Trabanten des Saturns scheint unter allen der größte zu seyn, und der fünfte gleich auf diesen zu folgen. Jedoch läßt sich bis jetzt über die eigentlichen Größen dieser kleinen Sterne nichts bestimmtes sagen. *)

Jupiter ♃, welcher auf den Saturn folgt, ist, nächst der Venus, der hellste und glänzendste Stern am Himmel. Er ist ins Mittel 5⅕ Mal weiter von der Sonne entfernt, als die Erde, und braucht gegen 12 Jahre Zeit, um seine Bahn ein Mal zu durchlaufen. Er dreht sich in 9 Stunden 56 Minuten ein Mal um seine Axe, wiewohl sich diese Zeit, bis auf einzelne Minuten, nicht genau bestimmen läßt. Er ist ebenfalls um die Pole abgeplattet, und der Durchmesser seines Aequators verhält sich zur Axe, wie 23 zu 25, wenn man aus den besten Messungen ein Mittel

*) Man sehe die Tabelle des folgenden Briefes.

nimmt. Sein größter Durchmesser verhält sich zum größten Durchmesser der Erde, wie 11,274 : 1, und er ist daher 1433 Mal so groß, als diese. Man sieht auf ihm durch gute Fernröhre dunkle Streifen, die ganz ungemein veränderlich sind, und daher höchst wahrscheinlich aus seiner Atmosphäre entspringen, ungeachtet Herr Herschel sie für Theile der Oberfläche des Planeten hält. Da sie immer in der Gegend des Aequators liegen, so scheint Jupiter hierin der Erde ähnlich zu seyn, auf welcher ebenfalls die Regenzeit und beständige Wolken um den Aequator, ein halbes Jahr diesseits, ein halbes Jahr jenseits herrschen. Außer den Streifen zeigen sich noch andre dunklere und hellere Flecken auf dem Jupiter. [4]

Dieser Planet hat vier Monden oder Trabanten, die durch ihre Finsternisse und durch die Leichtigkeit, mit welcher man sie beobachten kann, für die Erdbeschreibung sehr wichtig sind. Ihre Bahnen sind sehr wenig gegen die Ekliptik und gegen die Ebne der Bahn des Jupiters geneigt. Ihre Knoten fallen zwischen den ♒ und den ♌. Wenn also Jupiter in diesen Zeichen ist, so scheinen die Trabanten durch seinen Mittelpunkt oder doch sehr nahe bey ihm vorbey zu gehen, indem sie mit ihm in Zusammenkunft sind. Befindet sich aber Jupiter um drey Zeichen weiter, zwischen dem ♉ und ♏, so sind die kleinen scheinbaren elliptischen Axen der Bahnen der Trabanten am größten. Sie laufen, so wie alle Planeten und alle Trabanten ohne Ausnahme, nach der Ordnung der Zeichen, oder vorwärts, scheinen aber so wie die untern Planeten, bey ihrer untern Zusammenkunft mit der Sonne, und so wie die Sonnenflecken, rückwärts zu gehn, wenn sie sich zwischen der Erde und ihrem Haupt-

planeten bewegen. Die wahre Größe dieser Trabanten ist unbekannt, weil sich ihr scheinbarer Durchmesser, wegen seiner Kleinheit, mit dem Mikrometer nicht genau messen läßt. Indessen möchte der Durchmesser des vierten etwa ¼ vom Durchmesser der Erde halten. Man hält diesen und den dritten für die größten Trabanten, und ihre Durchmesser für 5 bis 6 Mal größer, als den Durchmesser des zweyten, und für 10 bis 12 Mal größer, als den Durchmesser des ersten. Der Lauf des vierten Trabanten läßt sich übrigens bis jetzt noch nicht so genau berechnen, als der der übrigen.[5]

Zusatz.

Herr Schröter hält es, nach seinen Beobachtungen der Flecken der Trabanten des Jupiters, und nach den genau beobachteten periodischen Lichtwechseln der Trabanten des Saturn, für ausgemacht, daß sich alle diese Trabanten, so wie unser Mond, während eines jeden periodischen Umlaufes, auch ein Mal um ihre Axe drehen.

Anmerkungen.

1. Die Neigung der Bahn des Herschel ist von 46′ 16″; und ihre Exzentrizität nach Delambre 0,0466837, in Theilen ihrer halben großen Axe. Seine kleinste Entferunng von der Sonne ist, nach demselben, 18,28806, seine mittlere 19,18362, und seine größte 20,07918 Mal größer, als die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne. Sein Durchmesser ist so klein, daß er sich mit der gehörigen Genauigkeit nicht messen läßt. Herr Herschel versichert, er sey ins Mittel sehr nahe von 4 Sekunden. So würde er in der mittleren Weite

der Erde von der Sonne 76,73 Sekunden halten. Da nun der größte Durchmesser der Erde in dieser Weite 17,4 Sekunden hält, weil die aequatorische Horizontalparallaxe der Sonne von 8,7 Sekunden ist, so muß der Durchmesser des Herschel 4,4 Mal größer seyn, als der Durchmesser der Erde, und er selbst die Erde 85 Mal an Größe übertreffen. Von seinen beiden Trabanten bewegt sich der erste und innerste in 8 Tagen 17 Stunden 1 Minute 19,3 Sekunden, der andre in 13 Tagen 11 Stunden 5 Minuten 1,5 Sekunden um ihn, und der mittlere Abstand des ersten von ihm erscheint uns unter 33,09", des zweyten unter einem Winkel von 44,23 Sekunden, welches bey dem ersten ungefähr an $16\frac{1}{2}$, und bey dem zweyten 22 Halbmesser des Herschel ausmacht. Sie scheinen nicht kleiner zu seyn, als die Trabanten Jupiters.

2. Der größte Abstand des Saturns von der Sonne ist 10,07147, der mittlere 9,53937, und der kleinste 9,00727 Mal größer, als der mittlere Abstand der Erde von der Sonne. Nach Herrn Herschel ist der scheinbare Durchmesser des Aequators der Kugel des Saturns, aus ihrer mittleren Entfernung von der Sonne gesehen, von 20,6 Sekunden. Dieser Durchmesser erscheint also, in der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne, unter einem Winkel von 196,5 Sekunden. Da nun der scheinbare größte Durchmesser der Erde, in derselben Entfernung 17,4 Sekunden beträgt, so ist er 11,29 Mal kleiner als der Durchmesser des Saturns. Folglich ist dieser an 1439 Mal größer, als die Erde.

3. Der größte Durchmesser des äußersten Ringes erscheint nach Herrn Herschel in der mittleren

Entfernung von der Sonne unter einem Winkel von 46,677 Sekunden. Also verhält er sich zum größten Durchmesser der Kugel des Saturns, wie 46,677 : 20,6 = 2,266 : 1. Wenn man nach diesem Verhältnisse die Ausmessungen, die Herschel für die beiden Reifen und ihren Zwischenraum besonders gegeben hat, reduzirt, so findet man: den Halbmesser des Aequators der Kugel des ♄ = 1, den größten oder äußersten Halbmesser des äußersten Reifen 2,266; die Breite dieses Reifen 0,1528; die Breite des leeren Raums zwischen beiden Reifen 0,0628; die Breite des innern Reifen 0,4397; den größten Halbmesser des innern Reifen 2,0503. Daher macht die Breite des leeren Raums zwischen der Kugel und dem innern Reifen 0,6196. Die Breite hingegen dieses Reifens und des zweyten, wie auch des Zwischenraums zwischen beiden, macht 0,6553; also nur etwas weniges mehr, als die Breite jenes leeren Raums um die Kugel.

4. Jupiters größte Entfernung von der Sonne ist 5,45375, die mittlere 5,20098, und die kleinste 4,94821 Mal größer, als die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne. Wenn man aus einigen Messungen des Jupiter, die vorzüglich genau zu seyn scheinen, ein Mittel nimmt, so verhält sich der Durchmesser seines Aequators zu seiner Axe wie 1 : 0,92 = 23 : 25. Der erste erscheint, in der mittlern Entfernung Jupiters von der Sonne, unter einem Winkel von 37,72″, also in der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne unter einem Winkel von 196,18″. Er verhält sich demnach zum größten Durchmesser der Erdkugel, wie 11,274 : 1 und Jupiter ist daher 1433 Mal größer, als diese.

5. Da die Finsternisse der Jupiterstrabanten zur Bestimmung der geographischen Längen so wichtig sind, so wird die Stellung dieser Trabanten gegen ihren Hauptplaneten jeden Tag in den astronomischen Kalendern angezeigt. Um daher ohne weitläuftige Rechnungen diese Stellung so genau zu finden, als es zu dieser Absicht nöthig ist, bedient man sich eines sogenannten Jovilabium, welches aus verschiedenen Scheiben von Pappe besteht, die sich um ihren gemeinschaftlichen Mittelpunkt, in welchem die Stelle des Jupiters ist, drehen lassen. Ihre Halbmesser verhalten sich, wie die Entfernungen der Trabanten vom Mittelpunkte des Hauptplaneten, und sie sind mit einem Kreise eingefaßt, der die Ekliptik vorstellt. Man sucht erstlich aus den Tafeln die Länge eines jeden Trabanten für einen gewissen Zeitpunkt, so wie sie aus dem Jupiter erscheint, und stellt darnach die einzelnen Scheiben. Hierauf sucht man die Länge, welche Jupiter, von der Erde gesehen, in demselben Zeitpunkte hat, und legt durch den gefundenen Ort der Ekliptik ein um den Mittelpunkt bewegliches Lineal. Mißt man nun hierauf die Entfernungen der bereits gehörig gestellten Trabanten an der Schärfe dieses Lineals, so sieht man, wie weit zur Seite und auf welcher Seite des Planeten jeder Trabant alsdann von der Erde erscheint. Ueberdieses läßt sich aus der Lage der Knotenlinien beurtheilen, ob der Trabant höher oder niedriger erscheinen wird, als der Mittelpunkt Jupiters. Man hat ähnliche Saturnolabia und Planetolabia.

Zwanzigster Brief.

Es ist noch einer von den obern Planeten übrig, nämlich Mars ♂, der vierte in der Ordnung, von oben an gerechnet. Er hat ein feuerrothes Licht, und eine ungemein veränderliche Größe. Denn er ist uns zu gewissen Zeiten gegen $7\frac{1}{2}$ Mal näher, als zu andern, und sieht daher auch zuweilen bey seinen Gegenscheinen vorzüglich groß, und viel größer aus, als wenn er der Sonne nahe ist. Dieses kommt theils daher, daß seine Bahn der Erdbahn so nahe ist, theils auch von der starken Exzentrizität jener Bahn, welche Keplern zuerst auf die Vermuthung brachte, daß alle Planeten in Ellipsen um die Sonne laufen. Denn die kleinste Entfernung des Mars von der Sonne verhält sich zur größten wie 1,381 zu 1,666, und die größte Entfernung der Erde von der Sonne beträgt 1,017 dergleichen Theile. Also verhalten sich die Entfernungen von der Sonne bey beiden Planeten, wenn beide am größten sind, wie 1,63 : 1, und dagegen wie 1,35 : 1, wenn die Entfernung des Mars am kleinsten, und die der Erde am größten ist. Befindet sich nun bey dem ersten Verhältnisse Mars in Zusammenkunft, und bey dem letztern im Gegenscheine mit der Sonne, so sind in beiden Fällen seine Entfernungen von uns, wie $2,63 : 0,35 = 7\frac{1}{2} : 1$. Er durchläuft seine Bahn in einem Jahre und beynahe 11 Monaten, und hat keine Trabanten, aber große dunkle Flecken, aus welchen man seine Umdrehung erkannt und sie

auf 24 Stunden 40 Minuten gesetzt hat. Diese Flecken verändern oft ihre Gestalt und sind nicht immer deutlich begrenzt, welches wahrscheinlich Wirkungen der Atmosphäre des Planeten sind. Die Axe, um welche er sich dreht, neigt sich, nach Herrn Herschel, gegen die Ekliptik unter einem Winkel von 59 Graden 42 Minuten und eine durch sie, senkrecht auf die Ekliptik, gesetzte Ebne würde durch den 18 Grad der ♓ gehn. Die Ebne des Aequators des Mars macht mit der Ebne seiner Bahn einen Winkel von 28 Graden 42 Minuten. Mars ist auch um die Pole abgeplattet, im Verhältnisse von 15 zu 16, nach Herrn Herschel. Nach demselben ist der scheinbare Durchmesser seines Aequators in der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne von 9″ 8‴. Daraus folgt, daß sein größter Durchmesser sich zum größten Durchmesser der Erde wie 0,525 : 1 verhält, und er also nur $\frac{1}{7}$ oder vielmehr 0,1438 von der Erde ausmacht. Die höhern Planeten sind so weit von uns entfernt, daß die Seite, welche sie uns zukehren, von derjenigen, welche nach der Sonne gerichtet und von ihr erleuchtet ist, sich fast gar nicht merklich unterscheidet. Daher scheinen uns ihre Scheiben, selbst durch gute Fernröhre, zu jeder Zeit immer völlig rund zu seyn. Aber Mars ist uns schon so nahe, daß der Unterschied seiner erleuchteten und der uns zugekehrten Seite durch Fernröhre merklich wird, wenn er um etwa 90 Grade von der Sonne absteht. Wir sehen ihn alsdann nicht völlig rund, und seine Scheibe gleicht der des Mondes einige Tage vor oder nach dem Volllichte. Auch daraus sieht man augenscheinlich, daß er ein dunkler von der Sonne erleuchteter Körper ist.[1]

Die Erde ist der fünfte Planet in der Ordnung. Sie dreht sich nach der Ordnung der Zeichen um ihre Axe, und läuft, nebst ihrem Trabanten, dem Monde, nach derselben Richtung um die Sonne. In beiden Stücken ist sie allen übrigen Planeten ähnlich.

Die beiden untern Hauptplaneten, Venus und Merkur, sind rechtläufig, wenn sie hinter der Sonne fortgehen, und weiter von uns entfernt sind, als diese; laufen sie aber zwischen der Sonne und der Erde, so scheinen sie uns rückläufig zu seyn. Stehen sie der Sonne nach Osten, so sind sie des Abends; stehen sie nach Westen, so sind sie des Morgens sichtbar. Von ihrer größten östlichen Ausweichung an, gehen beide rückläufig nach Westen fort durch ihre untere Zusammenkunft mit der Sonne, und erscheinen alsdann zuweilen als schwarze Flecken in der Sonnenscheibe, wenn ihre Breite sehr gering ist. Haben sie ihre größte westliche Ausweichung erreicht, so kehren sie wieder um, werden rechtläufig, gehen durch die obere Zusammenkunft mit der Sonne, und entfernen sich hierauf von ihr nach Osten, bis sie ihre größte östliche Ausweichung erreicht haben.

Betrachtet man sie durch Fernröhre, so sieht man, daß ihr Licht, so wie das Licht des Mondes, wächst und abnimmt. Bey der größten Ausweichung sind ihre Scheiben nur halb erleuchtet; sie stehen in ihren Vierteln. Bey der obern Zusammenkunft haben sie ihr Vollicht, bey der untern ihr Neulicht. Wenn sie des Morgens erscheinen, sind sie in ihrem zunehmenden, und wenn man sie des Abends sieht, im abnehmenden Lichte. Kurz vor und nach ihrer untern Zusammenkunft mit der Sonne sehen sie sichelförmig aus; weil sie

und aber um diese Zeit viel näher sind, als um die Zeit ihrer obern Zusammenkunft mit der Sonne, so glänzen sie zwischen ihren Vierteln und dem Neulichte stärker, als bey ihrem Vollichte. Allemal aber ist der erleuchtete Theil ihrer Scheibe der Sonne zugekehrt, welches aufs deutlichste beweiset, daß beide dunkle Körper sind, die ihr Licht von der Sonne empfangen. [2]

Es ist aber Venus ♀ viel heller, als Merkur, und überhaupt der schönste und hellste unter allen Sternen. Daher nennt man sie vorzüglich den Abendstern, wenn sie die Sonne nach ihrem Untergange in Westen begleitet, und den Morgenstern, wenn sie früh in Osten den Aufgang der Sonne ankündigt. Wenn sie gleich so nahe bey der Sonne steht, daß man sie mit bloßen Augen nicht sehen kann, so erblickt man sie dennoch auch alsdann durch Fernröhre neben ihr. Ihre Entfernung von der Erde verändert sich beynahe eben so stark, wie die des Mars. Denn ihre kleinste Entfernung von der Sonne beträgt 713, und die größte 728 solcher Theile, deren 983 auf die kleinste und 1017 auf die größte Entfernung der Erde von der Sonne gehen. Daher steht sie zuweilen um 983 — 728 oder um 255, zuweilen um 1017 + 728, oder um 1745 solcher Theile von der Erde ab. Daher erscheint uns bey ihrer obern Zusammenkunft mit der Sonne ihr Durchmesser zuweilen unter einem Winkel, der wenig über 9 Sekunden beträgt, und bey der untern unter einem Winkel von mehr als einer Minute. Sie durchläuft ihre Bahn in etwa $7\frac{1}{2}$ Monaten, und ist ungefähr so groß, als die Erde. Man hält sie gewöhnlich für etwas kleiner, allein Herr Herschel macht sie, vermöge seiner Beobachtungen, etwas größer. Sie

hat Flecken, die aber selten sichtbar sind, und sehr hohe Berge von mehr als 4 Meilen Höhe, wie auch eine ansehnliche Atmosphäre, deren Höhe Herr Schröter aus der auf der Venus beobachteten Dämmerung und ihrer Ausdehnung zu bestimmen sucht. Auch hat Herr Schröter durch sehr sorgfältige Beobachtungen gefunden, daß sich die Venus in 23 Stunden 21 Minuten ein Mal um ihre Axe dreht, und daß diese stark gegen die Ebne der Ekliptik geneigt ist. Indessen ist die eigentliche Größe dieser Neigung, wie auch das Verhältniß der Axe zum Durchmesser des Aequators der Venus noch unbekannt. Uebrigens hat dieser Planet keinen Trabanten, und diejenigen, welche einen neben ihm zu sehen geglaubt haben, sind unfehlbar durch eine optische Täuschung hintergangen worden.

Auf die Venus, als den sechsten Planeten in der Ordnung, folgt Merkur ☿, der siebente und nächste an der Sonne. Er hat ein glänzendes weißes Licht, aber dennoch macht seine Kleinheit und seine ungemeine Nähe bey der Sonne, daß man ihn nur selten, nur etliche Mal in jedem Jahre, mit bloßem Auge des Morgens oder des Abends in der Dämmerung, und nur eine kurze Zeit lang, sieht. Seine Bahn ist sehr exzentrisch, indem seine kleinste Entfernung von der Sonne von 307, die größte von 466 solchen Theilen ist, deren die größte Entfernung der Erde von der Sonne 1017, die kleinste 983, und die mittlere 1000 hält. Seine kleinste Entfernung von der Erde beträgt also 983 — 466 oder 517, und die größte 1017 + 466 oder 1483 Theile, daher wir seinen Durchmesser bald unter einem Winkel von 4, bald unter einem von 11 Sekunden sehen. Seine Umlaufszeit hält fast 88 Tage; ob er aber

sich

sich um eine Axe dreht und wie seine Oberfläche beschaffen ist, hat man bis jetzt, wegen seiner grossen Nähe bey der Sonne, nicht genau bestimmen können. Er hat keinen Trabanten und sein scheinbarer Durchmesser hält, in der mittlern Entfernung der Sonne von der Erde, schwerlich mehr, als 5,7 Sekunden. Er ist also zum Durchmesser der Erde, wie 0,388 : 1; oder er hält etwa $\frac{8}{21}$ desselben. Merkur selbst hält 0,0584 oder $\frac{73}{1250}$ der Erdkugel.

Venus und Merkur scheinen zuweilen, bey ihrer untern Zusammenkunft mit der Sonne, als schwarze Flecken durch die Sonnenscheibe zu gehn, und die Astronomen sind auf diese Durchgänge sehr aufmerksam, weil sie das einzige Mittel sind die Parallaxe der Sonne genau und zuverlässig zu bestimmen. Sie sind in der That Sonnenfinsternisse, die aber nicht durch den Mond, sondern durch die untern Planeten bewirkt werden. Daher muß die Breite dieser Planeten, bey ihrer Zusammenkunft mit der Sonne, kleiner seyn, als die Summe ihrer scheinbaren Durchmesser, des scheinbaren Durchmessers der Sonne, und des Unterschieds zwischen der Horizontalparallaxe der Sonne und der Planeten. *) Nach dieser Regel muß Venus weniger, als 17 Minuten Breite haben, folglich weniger als 1 Grad 49 Minuten von ihrem Knoten entfernt seyn, wenn bey ihrer untern Zusammenkunft mit der Sonne ein sichtbarer Durchgang vorfallen soll. Die mittleren Zeiten dieser Zusammenkünfte lassen sich leicht berechnen, **) da man denn nachher diejenigen absondern muß, die nahe genug bey den Knoten einfallen, um nach dem wahren Laufe der Planeten

*) Man sehe den 13 Brief.

**) Man sehe den 7 Brief 2 Anmerkung.

und der Erde zu prüfen, ob sie von Durchgängen begleitet seyn werden, oder nicht. Da z. B. die Knoten der Venus jetzt sich im 14 Grade der II und des ♐ befinden, wohin die Sonne um den 5 Junius und 6 December kommt, so kann Venus nie, als um diese Tage, durch die Sonne gehen. Aus einer ähnlichen Ursache fallen die Durchgänge des Merkur immer auf den 6 May und 8 November, oder nahe an diese Tage. Mehrentheils folgt nach einem Durchgange der Venus in 8 Jahren der zweyte bey demselben Knoten, hernach aber erstlich in [illegible] Jahren, zuweilen aber auch eher, wieder einer. So hatten wir 1761 und 1769 dergleichen Durchgänge, und die nächsten werden 1874 und 1882 seyn. Aehnliche Perioden hat auch Merkur, obgleich er viel öfterer durch die Sonne geht, als Venus, wie er denn z. B. 1786, 1789, 1799 durch die Sonne ging.

Kepler machte die Astronomen zuerst auf diese Durchgänge aufmerksam, die vor ihm niemand beobachtet hatte, und Halley zeigte nachher umständlich ihren großen Nutzen zur Bestimmung der Sonnenparallaxe, wegen des Unterschiedes der Dauer, die sie an verschiedenen Orten der Erde zu haben scheinen. Wenn nämlich die Sonne in S, die Erde in C steht, und Venus in der Linie DE von D nach E geht (Fig. 21), so sieht man aus dem Mittelpunkte der Erde C die Venus zuerst in der Sonne in A, wenn sie nach L gekommen ist; hernach sieht man sie bey ihrem Austritte aus der Sonne in B, wenn sie sich in O befindet. Aus dem Orte I hingegen, auf der Oberfläche der Erde, erscheint ihr Eintritt in A später, wenn sie nämlich in G ist. Der Unterschied der Zeit zwischen dem Eintritte in G und dem Eintritte

in I ist so groß, daß Venus indessen das Stück LG oder den Winkel LCG durchläuft, der = IGC — IAC, oder dem Unterschiede der Parallaxe der Venus und der Sonne gleich ist. So verhält es sich mit allen Punkten auf der Seite INH. Die eine Hälfte sieht den Eintritt später und die andre, unter der Linie CLA früher, als er aus C erscheint. Allenthalben aber verhält sich dieser Unterschied der Zeit, wie der Unterschied der Parallaxen der Venus und der Sonne, der zu der Höhe gehört, in welcher man an jedem Orte diese Gestirne sieht. Dagegen erscheint der Austritt der Venus, in demselben Verhältnisse, in jenen Punkten auch später, und in diesen früher, als im Mittelpunkte der Erde. Möchte sich daher die Erde nicht um ihre Axe drehen, so würde die ganze Dauer des Durchgangs dennoch allenthalben fast gleich groß seyn. Allein Venus ist bey ihrem Durchgange rückläufig, und die Erde dreht sich ihr entgegen, so, daß I durch N nach H geht. Dadurch wird die Dauer des Durchgangs allenthalben zwischen I, N und H verkürzt. Aus I z. B. sieht man den Eintritt, wenn Venus in G ist, also später, als aus C. Kommt nun der Punkt I, während des Durchganges, aus I nach N, so sieht er, zugleich mit dem Mittelpunkte C, den Austritt, wenn Venus in O ist. Also ist die Dauer des Durchgangs in I allemal kürzer, als in O; und um desto kürzer, je schneller I fortgerissen wird. Kommt dieser Punkt, während des Durchganges, bis unter N, wie das immer der Fall ist, wenn Venus sehr nahe beym Mittelpunkte der Sonne vorbeygeht, so sieht er den Austritt früher, als C, und es verhält sich wie der der Unterschied der Zeit in dem Austritte wie

der Unterschied der Parallaxen, und daher der Unterschied der ganzen Dauer in I und der Dauer in C, wie die Summe der Unterschiede der Parallaxen, die zum Anfange und zum Ende des Durchgangs gehören. Wäre aber I, während des Durchganges, nicht einmal bis N gekommen, so würde jener Unterschied der Dauer sich nur wie der Unterschied der Unterschiede der Parallaxen verhalten.

Dagegen wird auf der andern Seite der Erdkugel, in HMI, durch ihre Drehung, die Dauer des Durchgangs durch die Sonne verlängert. Denn setzen Sie, daß in H die Sonne untergeht, indem Venus in die Sonne tritt, so befindet sich dieser Planet alsdann in F, und er muß noch durch den Winkel FCL laufen, ehe man seinen Eintritt aus C sieht. Es ist aber FCL wieder dem Unterschiede der Parallaxen der Venus und der Sonne, CFH — CAH, gleich. Dreht sich nun hierauf H durch M nach I, und sieht jener Punkt hier den Austritt der Venus in der aufgehenden Sonne, so sieht er ihn, wenn der Planet in E ist, also später, als aus C. Die ganze Dauer ist also im Verhältnisse der Summe der Unterschiede der Parallaxen, länger, die zum Anfange und zum Ende des Durchganges gehören, als die Dauer in C. Und wenn man einen Ort unter einem Parallelkreise wählt, dessen Nächte zur Zeit des Durchganges kurz sind, so kann man es allerdings dahin bringen, daß man den Eintritt der Venus in der untergehenden und den Austritt in der aufgehenden Sonne wahrnimmt. So kann der Unterschied in der an verschiedenen Orten beobachteten Dauer des Durchganges der Venus so groß werden, daß sich aus ihm die Parallaxe der Sonne ungemein genau bestimmen läßt, wenn man gleich beym Beob-

achten nur eine oder zwey Sekunden in der Zeit gefehlt haben sollte.

Anmerkungen.

1. Wenn in S die Sonne (Fig. 130), in G die Erde und in C ein obrer Planet ist, so können wir augenscheinlich aus G nicht die ganze erleuchtete und gerade nach der Sonne gekehrte Seite des Planeten sehen. Je grösser der Winkel GCS ist, um desto grösser ist die Phase oder der Bruch des Planeten. Dieser Winkel ist aber, bey übrigens gleichen Umständen, am grössten, wenn CG die Bahn der Erde in G berührt. Alsdann wird $\sin. C = \frac{SG}{CS}$. Je grösser also CS ist, um desto kleiner wird jener größte Winkel. Daher ist er bey den weit entfernten Planeten zu klein, als daß wir an ihnen Phasen bemerken sollten. Beym Mars aber macht er oft über 42 Grade aus, und daher ist der Abgang an der völligen Rundung seiner erleuchteten Scheibe uns merklich.

2. Ist dagegen die Erde in C (Fig. 130), und SH die Bahn eines untern Planeten, so läßt sich leicht einsehen, daß dieser nur voll erscheinen kann, wenn er sich nahe an der verlängerten CS befindet, und in seiner obern Zusammenkunft ist. Befindet er sich zwischen C und S in seiner untern Zusammenkunft, so kehrt er uns bloß seine dunkle Seite zu. Ist er in K, und CK eine Berührungslinie, so erscheint uns der Planet halb erleuchtet. Je weiter er aus K, nach der Linie CS zu, weggeht, um desto mehr nimmt sein Licht ab. Von der andern Seite hingegen in H, ist er um mehr, als die Hälfte, erleuchtet. So kann man

an jedem Orte, wo er sich befindet, als in G, aus dem Winkel SCG seine Lichtgestalt berechnen. Man thut dieses auch in den astronomischen Kalendern wirklich, und die Erfahrung bestätigt die Richtigkeit dieser Berechnungen.

3. Um das ganze Planetensystem besser übersehn zu können, füge ich folgende Tabelle bey:

	Entfernung von der Sonne			Sonnenfernen				Jährliche Bewegung
	größte	mittlere	kleinste	Ort für 1750 Jenner 1				
☿	0,46670	0,38710	0,30750	8 Zeichen	13°	33′	8″	1′ 10″
♀	0,72843	0,72333	0,71318	10 —	8	13	0	2 30
♁	1,01680	1,00000	0,98320	9 —	8	39	9	1 6
♂	1,66587	1,52369	1,38151	5 —	1	28	24	1 7
♃	5,45375	5,20098	4,94821	6 —	10	22	31	1 2
♄	10,07147	9,53937	9,00727	8 —	29	54	30	1 30
♅	20,07918	19,18362	18,28806	11 —	47	6	44	d. 1 Jenner 1784

Wenn man die kleinste Entfernung von der größten abzieht, und den Rest mit 2 theilt, so hat man die Exzentrizität der Bahn eines jeden Planeten. Daher habe ich diese nicht besonders aufgeführt.

	Neigung und Knoten der Bahn			Durchmesser u. Größe	
	Neigung	☊ 1750 Jenner 1	Jährliche Beweg.	Durchmesser	Größe
☿	7° 0′ 0″	1 Zeichen 15° 21′ 15″	0′ 45″	0,388	0,0594
♀	3 23 20	2 — 14 26 18	0 31	ungefähr d.	Erde gleich
♁	— —	— — — —	— —	1	1
♂	1 51 0	1 — 17 36 30	0 40	0,525	0,1438
♃	1 19 10	3 — 8 16 0	1 [illegible]	11,274	1433
♄	2 23 20	3 — 21 31 17	0 30	11,29	1439
♅	0 46 26	2 — 12 46 47	für 1784 Jenner 1	4,4	85

Der Ring des ♄ hat eine Neigung von 31° 23′ zur Ekliptik und sein Knoten liegt im 11

Zeichen 17 Grade 23 Minuten. Wenn der Halbmesser der Kugel des ♄ = 1 ist, so wird der größte Halbmesser seines äußersten Reifen = 2,2660, die Breite desselben = 0,1528, die Breite des leeren Zwischenraums zwischen beiden Reifen = 0,0628, die Breite des innern Reifen 0,4397, der größte Halbmesser des innern Reifen 0,0503, die Breite des leeren Raums zwischen der Kugel und dem innern Reifen 0,6106. Ferner ist die Abplattung des Saturns, wie 2061 : 2281; des Jupiter, wie 23 : 25 und des Mars, wie 15 : 16.

Umlaufszeiten

	Sternjahr				tropisches Jahr				synodisches Jahr			
☿	87 T.	23 St.	15 M.	37 S.	87 T.	23 St.	14 M.	36 S.	115 T.	21 St.	3 M.	28 S.
♀	224	16	49	13	224	16	41	32	583	22	7	6
♁	365	6	9	11,6	365	5	48	48,016	—	—	—	—
♂	686	23	30	43	686	22	18	27	779	22	28	26
♃	4332	8	51	26	4330	8	58	27	398	21	15	48
♄	10761	14	36	45	10749	7	21	50	378	2	8	8
♅	—	—	—	—	30589	8	38	24	—	—	—	—

Der Sonne mittlere äquatorische Horizontalparallaxe ist von 8,7 Sekunden. Ihre mittlere Entfernung von der Erde beträgt 23708 Halbmesser der Erde. Kleinster scheinbarer Durchmesser der ☉ 31′ 28″, größter 32′ 33″, mittlerer 32′ 0,5″. Ihr wahrer Durchmesser verhält sich zum Durchmesser der Erde, wie 110,37 : 1 ihr körperlicher Raum zu dem der Erde, wie 1344476 : 1, ihre Oberfläche zu der Erdfläche, wie 12181,5 : 1. Anomalistisches Jahr 365 Tage 6 Stunden 15 Minuten 20 Sekunden. Schiefe der Ekliptik 23° 28′. Ihre Abnahme in 100 Jahren: 33 Sekunden. Vorrückung der Nachtgleichen: 50¼ Sekunden jährlich. Umwälzungszeit der Sonne: 25 Tage 10 Stunden. Neigung ihrer Axe gegen die Ekliptik 82 Grade 40 Minuten. Knoten ihres Aequators in dem 18 Grade der ♍ und der ♓. Umwälzungszeit der ♀: 23 Stunden 21 Minuten, der ♁ 23 Stunden 56 Minuten 3½ Sekunden, des ♂ 24 Stunden 40 Minuten, des ♃ 9 Stunden 56 Minuten, und des Saturns: 10 Stunden 14 Minuten 4 Sekunden.

Trabanten oder Nebenplaneten.

Trabanten		Periodischer Umlauf				Neigung der Bahn		Abstand in Halbmessern des Hauptplaneten
		T.	St.	M.	S.			
♅	I	8	17	1	19,3	gegen 90 Grade		8½
		13	11	5	1,5			11
♄	VII		23	45	0	31°	23′	1,4
	VI		32	50	0	31°	23′	1,8
	I	1	21	18	27	31°	23′	4,893
	II	2	17	44	22	31°	23′	6,268
	III	4	12	25	12	31°	23′	8,754
	IV	15	22	34	38	31°	23′	20,295
	V	79	7	47	0 *)	15°		59,154

*) Dieser dreht sich in derselben Zeit von 79 Tagen 7 Stunden 47 Minuten ein Mal um seine Axe.

		T. St. M. S.	Neigung	Entfernung
♄	I	1 18 27 33	3° 18′ 38″	5,67 bis 5,965
	II	3 13 13 42	3° 18′ bis 3° 48′	9 — 9,494
	III	7 3 42 33	3° 18′ 38″ bis 3° 25′ 57″	14,38 — 15,140
	IV	16 [illegible] 32 [illegible]	[illegible] 28′ 36″	25,5 — 26,636

Des Mondes größte Horizontalparallaxe 1° 1′ 38″

— — kleinste — — 53′ [illegible]

— — mittlere — — 57′ 24″

— — größter scheinbarer Halbmesser 16′ 5[illegible]″

— — kleinster — — 14′ 38″

— — mittlerer — — 15′ 42″

— — größte Entfernung von der Erde — — 64,066

— — kleinste — — 55,494

— — mittlere — — 59,88

Der Halbmesser des Mondes ist zum Halbmesser der Erde, wie 1 : 3,655

Die Oberfläche des Mondes ist zu der Oberfläche der Erde wie 1 : 13,366

Der körperliche Inhalt des Mondes ist zu dem Inhalt der Erde, wie 1 : 48,869

Die Bewegung der Knoten der Mondbahn macht täglich ins Mittel 3′ 10⅔″

Die Bewegung der Apsiden der Mondbahn 40° 39′ 52″

Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik, größte — 5° 17′ 58″

Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik: kleinste — 5 0 18

Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik, mittlere — 5 9 8

Mittlere Exzentrizität der Mondbahn 0,055

Ein Sternmonat und die Umwälzungszeit des ☾ macht: 27 T. 7 St. 43 M. 11,5069 S.

Ein periodischer Monat beträgt: 27 T. 7 St. 43 M. 4,648 S.

Ein synodischer Monat beträgt: 29 T. 12 St. 44 M. 2,8304 S.

Ein anomalistischer Monat beträgt: 27 T. 13 St. 18 M. 35 S.

Ein Drachenmonat beträgt: 27 T. 5 S. 6 M. 56 S.

Ein und zwanzigster Brief.

Ich habe mich mit Ihnen letzthin von den Durchgängen der untern Planeten durch die Sonne unterhalten, und es ist nöthig, daß wir uns bey dieser Materie noch etwas verweilen. Da der scheinbare Durchmesser der Sonne an 32 Minuten beträgt, und Venus bey ihrer untern Zusammenkunft, mit ihrer relativen Bewegung ungefähr 1 Minute in einer Viertelstunde zu durchlaufen pflegt, so sehen Sie leicht, daß ihr Durchgang durch die Sonne bis 8 Stunden dauern kann, wenn sie durch den Mittelpunkt der Sonne selbst geht. Ihre Entfernung von der Erde verhält sich alsdann zur Entfernung der Sonne von der Erde ungefähr, wie 3 : 10, und daher macht ihre Parallaxe an $\frac{10}{3}$ p aus, wenn p die Parallaxe der Sonne bedeutet. Der Unterschied aber der Parallaxen, von welchem der Unterschied der Zeit abhängt, da man ihren Eintritt oder Austritt von der Erde sieht, ist $\frac{7}{3}$ p, also beträchtlich größer als p. Wäre das, was man unmittelbar aus dem Unterschiede der beobachteten Zeiten findet, kleiner als p, so würde der bey der Beobachtung etwa begangene

Fehler sich, wenn man die Sonnenparallaxe p daraus berechnet, noch vergrößern. So aber wird er wirklich um mehr als die Hälfte vermindert, und eben deßhalb sind die Durchgänge der Venus, bey der Bestimmung der Sonnenparallaxe, den Durchgängen des Merkurs vorzuziehen. Denn die Parallaxe des Merkurs ist so klein, daß ihr Unterschied von der Sonnenparallaxe weniger beträgt, als diese.

Setzen Sie daher indessen die Horizontalparallaxe der Sonne auf 9 Sekunden, so wird $\frac{7}{3}$ p = 21″, und es würden also die Zeiten, in welchen zwey Orte den Eintritt oder den Austritt, der eine bey aufgehender, der andre bey untergehender Sonne sehen, um den Zeitraum verschieden seyn, in welchem Venus den doppelten Bogen von 21″, oder 42″, durchläuft, das ist um 10 bis 11 Minuten, wenn dieser Planet ein bloßer Punkt wäre und keine Breite hätte. Er hat aber einen ansehnlichen scheinbaren Durchmesser, und da seine Breite für einen Ort der Erde durch die Parallaxe vergrößert, für den andern vermindert wird, so macht dieser Umstand in den Zeitpunkten, da man die Berührung der beiden Scheiben des Planeten und der Sonne sieht, einen noch größern Unterschied, so daß derselbe überhaupt auf 15 Minuten und darüber steigen kann, wenn der Planet nicht sehr nahe beym Mittelpunkte durch die Sonnenscheibe gehet. Da 15 Minuten 900 Sekunden ausmachen, so sehen Sie leicht, daß auch ein Fehler von 3 Sekunden Zeit in der Beobachtung nur $\frac{1}{300}$ des Ganzen beträgt, also auch die daraus berechnete Parallaxe nur um $\frac{1}{300}$ ihrer Größe unsicher machen kann. Eben aus dieser Ursache hatte Halley die Beobachtung der Durch-

gänge der Venus den Astronomen so angelegent=
lich empfohlen, weil man kein anderes Mittel
kennt, durch welches die Sonnenparallaxe sich so
genau bestimmen läßt, als durch einen solchen
Durchgang.

Man kann also bloß aus der Vergleichung der
verschiedenen Zeitpunkte, in welchen der Durch=
gang der Venus an verschiednen Orten anfängt
oder sich endigt, die Parallaxe der Sonne sehr
genau finden, besonders wenn der Planet vom
Mittelpunkte der Sonne etwas entfernt bleibt.
Nur muß man alsdann die Verschiedenheit in der
geographischen Länge dieser Oerter genau wissen,
deren richtige Bestimmung mehrentheils sehr schwer
ist. Man kann aber auch die Sonnenparallaxe
aus der Dauer des Durchganges an verschiede=
nen Orten berechnen, und diese zweyte Methode
hat den Vorzug, daß man bey ihr weder die
Breiten noch die Längen der Orte genau zu wis=
sen nöthig hat. Nur muß man die Höhe der
Sonne an jedem Orte beym Eintritte und beym
Austritte genau kennen, um zu wissen, zu wel=
chen Höhen die gefundenen Parallaxen gehören.
Diese Methode ist unfehlbar der ersten vorzuziehn,
wenn der Planet sehr nahe beym Mittelpunkte
durch die Sonnenscheibe geht, weil da der Unter=
schied zwischen der Dauer des Durchganges, nach=
dem er von der Oberfläche der Erde oder aus
ihrem Mittelpunkte betrachtet wird, doppelt so
groß werden kann, als der Unterschied in dem
Anfange oder dem Ende desselben. Hat aber Ve=
nus eine etwas starke Breite, so kann der letztere
Unterschied größer seyn, als der in der Dauer,
weil alsdann oft der Fall eintritt, daß derselbe
Ort den Eintritt sowohl, als den Austritt, früher

oder später sieht, als der Mittelpunkt der Erde, so, daß man, um den Unterschied in der Dauer zu erhalten, die Unterschiede der Parallaxen nicht addiren, sondern von einander abziehen muß, da man denn nothwendig einen Rest erhält, der weniger ausmacht, als diese Unterschiede selbst.

Es ist bey diesen Durchgängen, wenn sie recht brauchbar seyn sollen, ungemein viel daran gelegen die vortheilhaftesten Orte zu ihrer Beobachtung zu wählen. Nach beiden Methoden sind die Zeitunterschiede am größten, wenn der Eintritt und Austritt beym Aufgange oder Untergange der Sonne beobachtet werden kann, weil alsdann die Parallaxen am größten sind. Braucht man die erste Methode, so muß man Orte aufsuchen und mit einander vergleichen, wo entweder die eine, oder die andre Seite des Halbschattens der Venus zuerst die Erde trifft, oder wo sie die Erdkugel verläßt. Denn in zweyen solchen Orten ist der Unterschied in der Zeit des Eintritts oder des Austritts so groß, als möglich. Braucht man die zweyte Methode, so muß man, wo möglich, zwey Orte wählen, deren der eine eine starke nördliche, und der zweyte eine starke südliche Breite hat, damit an dem einen der Tag, und an dem andern die Nacht nicht länger sey, als die Zeit des Durchganges, und also in beiden der Eintritt und Austritt auf den Aufgang und Untergang der Sonne falle. Die Sonne muß zur Zeit der Mitte des Durchganges durch den Mittagskreis beider Orte gehn.

Man rechnet die Dauer eines solchen Durchganges, von der innern Berührung der Ränder des Planeten und der Sonne an, bis wieder zur innern Berührung derselben. Denn die äußere

Berührung läßt sich mit keiner Zuverlässigkeit beobachten, und selbst die Beobachtung der innern Berührung wird durch die Atmosphäre der Venus etwas unsicher. Werden nun dergleichen Beobachtungen wirklich angestellt, so berechnet man den Durchgang, so wie eine Sonnenfinsterniß, indem man dabey die Sonnenparallaxe, so genau man sie kennt, zum Grunde legt. Indem man nachher diese Rechnungen mit den besten und zuverlässigsten Beobachtungen vergleicht, sieht man sogleich, ob man die Sonnenparallaxe, nach den Beobachtungen, noch etwas größer oder kleiner annehmen müsse. Man macht daher immer neue Versuche, bis man endlich diejenige Parallaxe findet, welche mit jenen Beobachtungen am besten übereinstimmt. So verfuhr man bey den Durchgängen der Venus von 1761 und 1769, und setzte dadurch die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde, bis etwa auf $\frac{1}{100}$ ihrer Größe, oder bis auf 237 Erdhalbmessern, wie es scheint, außer Zweifel. Unsern Nachkommen ist es vorbehalten, sie noch genauer zu bestimmen.

Außer den Planeten aber, welche Sie jetzt umständlich kennen, giebt es noch viele andre Himmelskörper, die eben so gut, wie die Planeten, Bürger unsers Sonnensystems sind, ungeachtet sie uns nur selten erscheinen. Man nennt sie Kometen, oder Haarsterne, weil sie mehrentheils mit einem Schweife versehen sind, den man mit den Haaren des Kopfes verglichen hat. Dieser Schweif, ihr blasses Licht, und ihre seltene Erscheinung, machten, daß man diese Sterne für ganz außerordentliche Erscheinungen, und für Vorboten großer Unglücksfälle hielt. Indessen haben nicht alle Kometen Schweife, sondern einige er-

scheinen bloß als runde Scheiben, sind aber den noch wie in einen Nebel gehüllt. Ueberhaupt unterscheidet man durch Fernröhre in ihrem Kopfe, auch wenn sie einen Schweif haben, mehrentheils den Dunstkreis und den inwendigen hellen und undurchsichtigen Kern. Man hat aber auch an einigen, die einen ansehnlichen Schweif hatten, gar keinen eigentlichen Kopf erkennen können. Ihr Licht ist blaß, trübe und weißlich, zuweilen aber auch, wiewohl selten, hell und glänzend. Ihr Schweif befindet sich allezeit an der von der Sonne abgewendeten Seite, und ist mehrentheils gerade, oft aber auch gegen sein Ende etwas gekrümmt, und wohl gar getheilt. Zuweilen ist er klein, zuweilen aber auch ungemein groß, so daß seine Länge bis 70 Grade am Himmel einnimmt; allemal aber so dünn, daß man die Sterne durch ihn hindurch sehen kann. Die meisten Kometen sind wegen ihrer großen Kleinheit bloß durch Fernröhre sichtbar; einige aber werden, indem sie sich der Sonne nähern, viel grösser, als die Planeten, und ihr scheinbarer Durchmesser ist zuweilen dem des Mondes gleich. Sie sind zuweilen nur eine einzige Nacht, überhaupt nur eine kurze Zeit, und höchstens einige Monate lang, dem blossen Auge sichtbar. Im ersten Anfange ihrer Sichtbarkeit sind sie gewöhnlich klein und blaß, und gehen sehr langsam zwischen den Fixsternen fort. Nach und nach werden sie grösser, ihr Licht wird heller, ihr Schweif, wenn sie einen haben, länger, und ihr Lauf schneller. Sie nähern sich indessen der Sonne immer mehr. Sieht man sie nun nachher, wenn sie sich wieder von ihr entfernen, so werden sie wieder nach und nach immer kleiner und langsamer in ihrem Laufe, bis sie in kurzer Zeit uns

ganz

ganz aus dem Gesicht verschwinden. Sie durchkreuzen den Himmel bald nach dieser, bald nach jener Gegend, und gehen nicht so, wie die Planeten, bloß nach der Ordnung der Zeichen. Auch haben sie keinen gewissen Thierkreis, sondern sie zeigen sich bald in diesen, bald in jenen Sternbildern. Niemals aber durchläuft ein Komet, so lange er sichtbar ist, einen ganzen Umkreis von 360 Graden am Himmel, sondern immer nur einen Theil davon.

Die Kometen gehen, so lange sie sichtbar sind, so wie andre Sterne, täglich auf und unter. Sie nehmen also an der Drehung der Erde keinen Theil, und sind Himmelskörper, nicht aber, wie die meisten Alten glaubten, Lufterscheinungen. Newton zeigte zuerst, daß sie sich in länglichen Ellipsen um den Mittelpunkt der Sonne, als ihren Brennpunkt, so wie die Planeten, bewegen; und da seine Theorie mit den Beobachtungen so genau übereinstimmt, daß Halley sogar im Stande war, nach ihr die Wiederkunft eines Kometen, der auch 1759 wirklich erschien, an 70 Jahre voraus anzukündigen, so darf man wohl weiter an ihrer Richtigkeit und Gewißheit nicht zweifeln. Ueberdieses ist auch die Größe der Kometen oft so ansehnlich, als die der Planeten. Der Kern des Kometen von 1744 war länglichrund, und nach den besten Beobachtungen an 1976 Meilen lang und 915 Meilen breit. Er übertraf also den Mond etwa 14 Mal an Größe, und die Höhe seines Dunstkreises über dem Kerne wurde auf 8000 Meilen berechnet. Sein Schweif aber dehnte sich im Anfange des Februars durch eine Länge von 7 Millionen Meilen aus.

Die Kometen haben ihr Licht von der Sonne, weil es um desto stärker wird, je mehr sie sich der Sonne nähern, und weil es an der nach der Sonne gekehrten Seite am lebhaftesten zu seyn pflegt. Ueberdieses ist es auch gewöhnlich zu bleich und zu schwach, als daß es ein ihnen eigenthümliches Licht seyn könnte. Ihr Kern wird oft, wenn sie sich der Sonne sehr nähern, zertheilt, aufgelöst oder entzündet, wenigstens sehr verändert, und man kann wohl nicht zweifeln, daß die Sonnenhitze die wahre Ursache dieser Veränderung ist. So war der Komet von 1680, als er aus seiner Sonnennähe zurückkehrte, viel kleiner, als vorher. So sah man an dem Kometen von 1744 den 5 Februar aus dem der Sonne zugekehrten Theile seines Kerns einen hellen Dampf aufsteigen, und am 27 Februar fast den ganzen Kern dampfen. Man konnte auch durch die ungleichen Stufen des Lichts in seinem Dunstkreise mehrere Schichten von Dämpfen deutlich unterscheiden, die nach und nach aufstiegen und einander folgten. Andre Kometen haben nahe bey der Sonne fast ihren ganzen Kern eingebüßt, indem dieser nach und nach aufgelöst wurde, und den Dunstkreis und den Schweif vergrößerte. Auch der Komet von 1769 war sich fast nicht mehr ähnlich, als er von der Sonne zurückkehrte. Es ist also wohl unläugbar, daß die Kometen, wenn sie sich der Sonne sehr nähern, eine ausserordentlich große Hitze ausstehen, die wahrscheinlich oft bis zur Entzündung geht, ihre ganze Masse durchdringt und verändert, und die sie nachher sehr lange beybehalten, ehe sie sie gänzlich verlieren. Auch läßt sich aus den Beobachtungen über die Kometen schließen, daß ihr Schweif ein Theil ihres Dunstkreises ist, der durch

die eigne Materie des Kerns, wenn sie sich von der Hitze auflöst, vergrößert wird. Der Schweif weicht von der geraden Linie, die durch die Mittelpunkte der Sonne und des Kometen gezogen wird, allezeit nach derjenigen Gegend etwas ab, von welcher der Komet herkömmt, oder er bleibt in seiner Bewegung allezeit etwas zurück, und wird besonders in der Sonnennähe an seinem Ende oft merklich gekrümmt oder gar getheilt. Sie sehen ohne mein Erinnern, daß die geschweiften Kometen sich nicht um eine gewisse Axe drehen. Denn ihr Schweif müßte sonst an dieser Bewegung Antheil nehmen, und um dieselbe Axe herum mit fortgerissen werden.

Es giebt nicht nur Kometen, welche der Sonne nahe kommen, und dennoch keine Schweife haben, sondern auch solche, die weit von ihr entfernt bleiben, und dennoch mit Schweifen erscheinen. Zwar hatten die Kometen von 1729 und 1747, welche der Sonne nicht einmal so nahe kamen, als Mars, keine Schweife; allein es waren unter andern auch die Kometen von 1683, 1706, u. s. w. ohne Schweife, obgleich sie zwischen der Venus, und dem Mercur durchgingen. Dagegen erschienen die Kometen von 1652, 1723, 1742, die der Sonne nicht so nahe kamen, als Venus, mit Schweifen. Einige Kometen bekommen nahe an der Sonne lange Schweife, bey andern bleibt der Schweif kurz, ungeachtet sie sich der Sonne mehr nähern, als jene. Der Komet von 1744 zeigte sich Anfangs ohne Schweif, erhielt aber einen, als er sich der Sonne näherte. Der Schweif wurde hierauf immer größer, und als der Komet von der Sonne zurückkehrte, sah man bloß seinen sehr großen Schweif, der in 5 Streifen zertheilt war.

Zwey und zwanzigster Brief.

Nach der Newtonschen Theorie bewegen sich alle Himmelskörper, die zu unserm Sonnensysteme gehören, in Ellipsen, in deren einem Brennpunkte sich der Mittelpunkt der Sonne befindet. Ich habe Ihnen bereits gesagt, daß die Erfahrung diese Theorie, auch in Ansehung der Kometen, bestätigt hat, und Sie werden sich von ihrer Gewißheit in der Folge noch mehr überzeugen. Die elliptischen Bahnen aber der Planeten und Kometen unterscheiden sich vorzüglich darin, daß jene nur wenig, diese sehr stark, von Kreisen abweichen. Eben deßhalb sind die Kometen nur so kurze Zeit sichtbar. Denn ihr bleiches Licht macht, daß wir sie nur in dem Theile BAH (Fig. 23), ihrer länglichen Bahn sehn, welcher der Sonne F nahe ist, und sie während der ganzen Zeit, da sie den übrigen viel größern Theil derselben durchwandern, und so weit oder weiter von uns entfernt sind, als Jupiter, gar nicht bemerken. Und diese Zeit ihrer Unsichtbarkeit ist um desto länger, da sie sich um desto langsamer bewegen, je weiter sie sich von der Sonne entfernen, und am langsamsten in ihrer Sonnenferne in B; weil auch bey ihnen die Zeiten sich so verhalten, wie bey den Planeten, und z. B. die Zeit des Laufs durch den Bogen AD durch den elliptischen Ausschnitt AFD gemessen wird.

Die Bahnen fast aller Kometen, die man bis jetzt beobachtet hat, sind so ungemein exzentrisch, daß die kleinen Theile derselben, in welchen die

Kometen uns sichtbar sind, sich von Parabeln fast gar nicht merklich unterscheiden. [1] Daher pflegt man, wenn ein Komet erscheint, anzunehmen, daß er sich in einer Parabel bewegt, und unter dieser Voraussetzung seine Bahn zu berechnen. Dadurch wird die Berechnung ungemein erleichtert, weil in einer Parabel ABMN (Fig. 138), deren Axe AD, der Brennpunkt F ist, sich die Ausschnitte AFM, AFN viel leichter bestimmen lassen, als in der Ellipse. Es mag der Punkt M liegen, wo man will, so hält, wenn man aus ihm die Linie MP senkrecht auf die Axe zieht, der Abschnitt APM zwey Drittheile von dem Rechtecke aus AP und PM. [2] Zieht man nun das Dreyeck FMP von diesem Abschnitte ab, so bleibt der Ausschnitt AFM übrig, welcher die Zeit des Laufs durch den Bogen ABM mißt. Ferner findet man, wenn man AF oder die Entfernung der Sonnennähe von dem Mittelpunkte der Sonne weiß, die Entfernung FM sehr leicht in jedem Punkte der Parabel aus der wahren Anomalie, oder umgekehrt diese aus jener. [3] Ja selbst wenn AF unbekannt ist, und man zwey verschiedne Entfernungen FM, FN nebst dem Winkel kennt, den sie einschließen, läßt sich die wahre Anomalie und daher auch der Punkt der Sonnennähe ohne viele Schwierigkeit finden. [4]

Da man auf diese Art von einer Kometenbahn weder die große Axe noch die Sonnenferne kennt, so sieht man die Zeit der Sonnennähe des Kometen, als die Epoche an, von welcher man seine Bewegung rechnet, und setzt den Anfang der wahren Anomalie in A. Ferner betrachtet man den Abstand der Sonnennähe AF, als die Einheit, in Ansehung der übrigen Ausmessungen seiner Bahn,

wiewohl man sie insgesammt auch in Halbmessern der Erdbahn auszudrücken pflegt. Die Elemente einer Kometenbahn sind also folgende: der Zeitpunkt der Sonnennähe; der Punkt der Sonnennähe in der Bahn; der Abstand desselben vom Brennpunkte; die Lage der Knotenlinie, und die Neigung der Bahn gegen die Ekliptik. Sind diese fünf Elemente bekannt, so kann man die Erdlänge und Erdbreite des Kometen für eine jede Zeit berechnen, und hernach untersuchen, ob die Beobachtung mit der Berechnung übereinstimmt.

Ein ansehnlicher scheinbarer Durchmesser und eine große Schnelligkeit der scheinbaren Bewegung sind mehrentheils sichre Merkmahle, daß ein Komet der Erde nahe ist. Ob er schon in seiner Sonnennähe gewesen ist, oder nicht, läßt sich mehrentheils sehr leicht erkennen. Sogar die wahre Richtung seiner Bewegung, aus der Sonne gesehen, läßt sich oft besonders zur Zeit seiner Zusammenkunft mit der Sonne, sehr wahrscheinlich beurtheilen. Denn ist er alsdann der Erde näher, als die Sonne, so muß er rückläufig scheinen, wenn er rechtläufig ist, und umgekehrt; bey einer obern Zusammenkunft hingegen verhält sich die Sache auf die entgegengesetzte Art. Man kann daher bloß durch genaue und anhaltende Beobachtungen eines Kometen verschiedne wichtige Umstände, die sich auf seine Bewegung beziehn, mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit erkennen, und diese Kenntnisse muß man sich vorzüglich alsdann vorläufig zu verschaffen suchen, wenn man die Bahn desselben genauer bestimmen will. Denn die Zeit der Sichtbarkeit der Kometen ist so kurz, und der Theil ihrer Bahn, den sie uns zeigen, in Ansehung des übrigen Theils so ungemein klein, daß wir nicht aufmerksam genug

aufzusuchen können und alle Umstände zu Hülfe nehmen müssen, nur um eine einigermaßen richtige Vorstellung von ihrem Laufe zu machen.

Daher sind auch solche Beobachtungen zur Bestimmung der Bahn eines Kometen die besten, welche, der Zeit nach, so weit als möglich aus einander liegen und bey denen der Komet mit sehr verschiedenen Geschwindigkeiten fortgegangen ist. Jedoch muß überhaupt seine Geschwindigkeit ansehnlich gewesen seyn, und über 20 Minuten täglich betragen haben, weil sonst geringe Fehler, die man in der Beobachtung des Orts des Kometen begeht, große Irrthümer bey Bestimmung seiner Bahn nach sich ziehn. Wenn man zwey gute Beobachtungen von der Art wählt, und durch eine wahrscheinliche Schätzung weiß, ob zur Zeit derselben der Komet der Erde näher, oder weiter von ihr entfernt war, als die Sonne, so muß man auf dieselbe Zeit die Länge der Sonne und ihre Entfernung von der Erde berechnen, und dadurch die Ausweichung des Kometen so genau, als möglich, bestimmen. Es sey T (Fig. 139) der Ort der Erde zu der Zeit der einen Beobachtung, S der Ort der Sonne. Man mache den Winkel STA der beobachteten Ausweichung des Kometen gleich, indem man TA nach Westen oder nach Osten zieht, und in der Ebne der Ekliptik bis in A, gerade unter oder über den Ort C verlängert, in welchem sich wahrscheinlich der Komet befindet, so, daß die Linie CA auf jene Ebne, also auch auf die Linien AT und AS senkrecht ist. So wird offenbar SA die reducirte und CS die wahre Entfernung des Kometen von der Sonne, CSA ist die Sonnenbreite und CTA die Erdbreite des Kometen, CSA aber den Winkel an

der Sonne. Giebt man nun z. B. der reducirten Entfernung SA eine gewisse wahrscheinliche Größe, so läßt sich daraus der Winkel TAS und AST berechnen. Den letztern addirt man zur beobachteten Länge des Kometen, oder man zieht ihn von ihr ab, und erhält auf die Art die Sonnenlänge desselben. Eben so läßt sich der Winkel ASC oder die Sonnenbreite des Kometen nebst dem Führer oder der wahren Entfernung SC finden, da seine Erdbreite CTA bekannt ist.

Sucht man nun aus der zweyten guten Beobachtung, die von der erstern weit genug entfernt ist, auf eine ähnliche Art, durch die willkührliche Annahme einer Linie, wie SA, oder eines Winkels, die Sonnenlänge und Sonnenbreite des Kometen, nebst der wahren Entfernung, so findet man zugleich den zwischen beiden Entfernungen enthaltenen Winkel, oder den Unterschied der wahren Anomalien, und hieraus die Anomalien selbst nebst der Entfernung und der Zeit der Sonnennähe. Zeigt es sich nun, wie das gewiß allemal der Fall seyn wird, daß der Komet in der gefundenen Parabel mehrere oder wenigere Zeit brauchen würde, um den zwischen beiden Beobachtungen enthaltenen Bogen zu durchlaufen, als er nach der Beobachtung wirklich braucht, so muß man neue Versuche machen, und die willkührlich angenommenen Linien oder Winkel so bestimmen, daß die Rechnung mit der Erfahrung immer mehr übereinstimmt. Hat man endlich eine genaue Uebereinstimmung erlangt, so berechnet man aus den beiden gefundenen Sonnenbreiten auch die Neigung und die Knotenlinie der Bahn; und hieraus den Ort des Kometen sowohl aus der Sonne, als aus der Erde gesehen, für einen dritten Zeitpunkt, für welchen man eben-

falls die gute Beobachtung hat. Stimmt die Rechnung mit dieser Beobachtung nicht überein, so nimmt man seine Zuflucht zu neuen Versuchen, bis man es endlich dahin bringt, daß auch die dritte Beobachtung in die gefundne Parabel paßt, da man denn versichert seyn kann, daß sie der wahren Bahn des Kometen überhaupt so nahe kommt, als möglich, und näher, als irgend eine andre Parabel.

Um sich diese weitläuftige und verdrießliche Arbeit zu erleichtern macht man im Anfange nur ungefähr Ueberschläge, bey welchen man in den Winkeln die Sekunden vernachlässigt, und die willkührlich angenommnen Linien oder Winkel nur in grossen Theilen ausdrückt. Je weiter man aber die Versuche fortgesetzt, um desto genauer kann und muß alles bestimmt werden. Will man zuletzt die Genauigkeit so weit treiben, als möglich, so muß man sehr gute Beobachtungen vor sich haben, und diese wegen der Parallaxe und der Abirrung des Lichts verbessern, nach Beschaffenheit der Entfernung des Kometen von der Erde, die man bey den letzten Versuchen schon ziemlich genau kennt. Hat man endlich die Parabel aufs genaueste bestimmt, so bleibt nichts übrig, als eine Ellipse zu suchen, welche ebendenselben Brennpunkt, dieselbe Entfernung der Sonnennähe, dieselbe Neigung und Knotenlinie, und um die Sonnennähe herum dieselbe Krümmung hat, als die Parabel. Denn diese Ellipse ist eigentlich die wahre Bahn des Kometen, durch welche man auch die periodische Umlaufszeit desselben berechnen kann.

Sie sehen leicht, daß wegen der Kleinheit des Stücks der Bahn, in welchem man einen Kometen

beobachten kann, diese Umlaufszeit immer höchst unsicher ist, und der fürchterliche Komet von 1680, welcher der Sonne näher kam, als einer andern, den man kennt, ist ein einleuchtendes Beyspiel dieser Unsicherheit. Halley hatte ihn selbst gesehen und seine Bahn nach den besten Beobachtungen berechnet. Nachdem er seine Berechnung mit der Geschichte verglichen hatte, setzte er die Umlaufszeit desselben auf 575 Jahre, so, daß er erstlich gegen 2255 wieder erscheinen müßte. Er hielt ihn für denselben Kometen, der gleich nach dem Tode des Diktator Cäsar sich 7 Tage lang zeigte, und dem Oktavius einen Tempel baute. Dagegen findet Euler durch seine Berechnung aus denselben Beobachtungen, daß jener Komet in 170,77 Jahren ein Mal herum kommt, und also 1850 oder 1851 wieder erscheinen wird. Ein andres Beyspiel giebt der Komet von 1770, für den die auf eine Menge sehr guter Beobachtungen gegründeten Berechnungen eine Umlaufszeit von $5\frac{1}{2}$ Jahren bestimmten, ungeachtet er seit 1770 nicht wieder erschienen ist.

Man begnügt sich deßhalb damit, bloß die parabolischen Elemente der Kometenbahnen zu berechnen, und hat deren auch wirklich bis jetzt einige und achtzig berechnet. Findet man nachher, daß die Elemente von zweyen zu verschiednen Zeiten erschienenen Kometen völlig oder beynahe einerley sind, so sieht man beide als einerley Kometen an, und bestimmt aus der Entfernung jener beiden Zeiten von einander die Umlaufszeit desselben, woraus sich denn auch die Axen seiner Bahn finden lassen. So machte es Halley mit dem Kometen von 1682, welchen er mit dem, der 1531 und 1607 erschien, für einerley erkannte, und auf das Jahr

1759 voraus ankündigte. Er erschien 1759 auch wirklich und wird 1835 wieder erscheinen, weil seine Umlaufszeit 27937½ Tage beträgt. Aber er ist auch bis jetzt der einzige Komet, den man mit Gewißheit voraus ankündigen kann. Denn auch diese Methode, durch Vergleichung der zu verschiedenen Zeiten erschienenen Kometen ihre Umlaufszeiten zu bestimmen, ist nicht ganz sicher, vorzüglich deßwegen, weil die ältern Beobachtungen größtentheils unzuverlässig sind. Selbst Halley betrog sich mit dem Kometen von 1661, den er auf das Jahr 1789 ankündigte, weil er ihn mit dem von 1532 nach dem Apian für einerley hielt. Denn Apians Beobachtungen waren wahrscheinlich unrichtig, und der Komet erschien nicht. Eben so wenig ist der Komet von 1744, den viele mit dem von 1699 für einerley hielten, 1785 wieder erschienen, und ob der von 1737, der 1556 auch gesehen worden seyn soll, 1917 wieder erscheinen wird, muß die Zukunft lehren. Der Lauf der Kometen scheint überhaupt durch die Wirkung der Planeten, besonders der obern und großen, denen sie oft sehr nahe kommen, sehr gestört und oft ganz verändert zu werden. Vielleicht leiden sie auch noch andre Veränderungen, wenn wir sie weiter nicht sehn, von denen wir keinen Begriff haben; wenigstens sind sie gewiß nicht durchgehends so fest und dicht, als Newton geglaubt hat.

Alle bisher beobachteten Kometen sind der Sonne näher gekommen als Jupiter, und ihre Bahnen hatten ungemein verschiedne Neigungen, bald nur von 2 Graden 19 Minuten wie der von 1743, bald von 88 Graden 36 Minuten, wie der von 1707. Man findet auch nicht, daß diese Neigungen um desto größer seyn sollten, je

mehr die Kometen sich der Sonne nähern. Es ist also auch falsch, daß die Neigungen der Bahnen der Kometen nur deßhalb so groß sind, damit sie den Planeten um desto besser ausweichen können. Denn hätte dieses Vorgeben einigen Grund, so müßten jene Neigungen um desto größer seyn, je näher die Kometen der Sonne kommen. Die Erfahrung aber lehrt unwidersprechlich das Gegentheil.

Anmerkungen.

1. Denn wenn man aus dem Brennpunkte F (Fig. 23), auf den kleinen Theil der uns sichtbaren Bahn HAD irgendwohin nach D eine gerade Linie, und von da eine andre DG nach dem andern Brennpunkte zieht, so ist der Winkel bey G so klein, weil F und G so weit aus einander liegen, daß man DG als parallel mit der Axe AB, also diese als unendlich groß, in Ansehung des Stücks AF, folglich HAD als einen parabolischen Bogen ansehen kann (III. Band Einleitung 220).

2. Denn wenn man pm parallel mit der halben Ordinate PM zieht (Fig. 138), und sich vorstellt daß beide Linien einander unendlich nahe liegen, so ist PpmM als ein Rechteck, und als ein unendlich kleiner Theil des Abschnittes APM anzusehn. Nennt man nun PM, y, AP, x, so ist jenes Rechteck $= y\,dx$ (III Band Einleit. 237). Da aber $px = y^2$ ist (III Band Einleit. 224), so wird $p\,dx = 2y\,dy$ (Einleit. 241) und $\frac{p\,dx}{2y} = dy$. Nun ist von dem Produkte $\frac{2}{3}xy$ das Differenzial $= \frac{2}{3}x\,dy + \frac{2}{3}y\,dx$ (Einleit. 238).

Also ist dasselbe $= \frac{2}{3} x . \frac{pdx}{2y} + \frac{2}{3} y dx = \frac{pxdx}{3y} + \frac{2}{3} y dx = \frac{y^2 dx}{3y} + \frac{2}{3} y dx = \frac{1}{3} y dx + \frac{2}{3} y dx = y dx$, also eben so groß, als das Differenzial des Abschnittes APM. Folglich ist dieser Abschnitt $\frac{2}{3}$ von dem Rechtecke xy gleich.

Da $AF = \frac{1}{4} p$ ist (III Band Einleit. 224), so wird, wenn man AF als die Einheit ansieht, $p = 4$, und $4x = y^2$, also auch $4 . AF = FB^2$, also $FB = 2$, und $AP . PM = \frac{1}{8} y^3$ und $FP = x - 1 = \frac{1}{4} y^2 - 1$, also das Dreyeck $FPM = \frac{1}{8} y^3 - \frac{1}{2} y$ und der Ausschnitt $AFM = \frac{1}{2} y + \frac{1}{24} y^3$.

3. Wenn die Winkelgeschwindigkeit des Kometen oder vielmehr seines Führers, in $A = C$, und in $B = c$ ist, so wird $C : c = \frac{1}{AF^2} : \frac{1}{BF^2}$ (18 Brief 3 Anmerk.) $= BF^2 : AF^2 = 4 : 1$.

Bey den Kometenbahnen ist AFM die wahre Anomalie, welche zu M gehört. Man nenne die Tangente dieses halben Winkels, a, und ziehe MT, die Berührungslinie an M, so ist $TF = FM$ (III Band Einleit. 223) und bey T und M sind im Dreyecke TFM gleiche Winkel. Sind nun FE und MD beide senkrecht auf MT, so wird $MFE = FMD$ und $EFT = MDT$. Da nun auch $MFE = EFT$ ist, so wird $MDT = \frac{1}{2} TFM$. Nun sind die Dreyecke PMD, TPM einander ähnlich. Daher wird $PD : PM = PM : TP$. Ist nun $PM = y$, $AP = x$, $AF = 1$, so wird $4x = y^2$, TP aber ist $= 2x$ (III Band Einl. 222), also $PD : y = y : 2x$, folglich PD

$= y^2 : 2x = a$. Nun ist aber auch $PD:PM = 1 : \text{tang. } D$. Also ist tang. $D = \frac{1}{2} y$. Da nun $D = \frac{1}{2} TFM$ ist, so wird tang. $\frac{1}{2} TFM$ oder tang. $\frac{1}{2} AFM = \frac{1}{2} y = a$.

Daher ist der Ausschnitt $AFM = a + \frac{1}{3} a^3$ (2 Anmerk.) und der Ausschnitt AFB (wo bey F ein rechter Winkel, also $a = \text{tang. } \frac{1}{2} R = \text{tang. } 45° = 1$ ist) $= 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$. Nennt man nun die Zeit des Laufs durch AB, t, durch ABM, T; so ist $t : T = \frac{4}{3} : a + \frac{1}{3} a^3$, also $4T = (a^3 + 3a) t$. Und auf diese Art findet man, wenn man nur die Zeit des Laufs durch AB weiß, aus der Zeit, in welcher irgend ein Bogen ABM durchlaufen wird, die zu ihm gehörige wahre Anomalie, oder umgekehrt aus dieser jene Zeit.

Man setze die halbe wahre Anomalie, oder den Winkel $EFM = o$, $AF = d$, und $FM = r$; so ist $FM = TF = x + \frac{1}{4} p$, weil AF, oder d, $= \frac{1}{4} p$ wird, wenn p den Parameter der Axe bedeutet und $px = y^2$ ist (2 Anmerk.). Also ist $4x . FM$ oder $4rx = 4x^2 + px = 4x^2 + y^2 = TM^2$, weil $TP = 2x$ ist. Ferner ist sin. $FMT = \cos. EFM = \cos. o$ und $1 : \sin. FMT = r : FE$, also $FE^2 = r^2 (\cos. o)^2$. Nun ist $FE^2 = r^2 - \frac{1}{4} TM^2 = r^2 - rx$. Also wird $r (\cos. o)^2 = r - x = d$ und $r = \frac{d}{(\cos. o)^2}$; und so findet man FM aus o, wenn man d weiß.

4. Es seyn M und N zwey Punkte in der Parabel; die zu dem einen gehörige wahre Anomalie $AFM = q$, die zum andern gehörige $AFN = p$, und $\frac{1}{4} q + \frac{1}{4} p = m$ und $\frac{1}{4} q - \frac{1}{4} p = n$, so wird $p = 2m + 2n$, $q = 2m -$

22. Ferner sey $r = MF$ und $s = NF$, so wird

$$r = \frac{d}{(\cos. \frac{1}{2} q)^2} \text{ (3 Anm.) } = \frac{d}{(\cos. (m - n))^2}$$

und eben so $s = \dfrac{d}{(\cos. (m + n))^2}$. Daher ist $\sqrt{r} : \sqrt{s} = \cos. (m + n) : \cos. (m - n) = \cos. m. \cos. n - \sin. m. \sin. n : \cos. m. \cos. n + \sin. m. \sin. n$ (III Band Einl. 186); also auch $\sqrt{r} + \sqrt{s} : \sqrt{s} - \sqrt{r} = \cos. m. \cos. n : \sin. m. \sin. n$. Man dividire beides durch $\sin. m. \cos. n$, so bleibt: $\sqrt{r} + \sqrt{s} : \sqrt{s} - \sqrt{r} = \dfrac{\cos. m}{\sin. m} : \text{tang. } n = \cot. m. \text{ tang. } n$. Es ist aber n dem vierten Theile des Winkels MFN gleich, daher man durch diese Formel aus den Entfernungen FM, FN und dem Winkel MFN, den Winkel m, also auch $m + n$ und $m - n$ das ist: die Anomalien p und q, finden kann.

Drey und zwanzigster Brief.

Sie können sich leicht überzeugen, daß die Zahl der Kometen, die zu unserm Sonnensysteme gehören, sehr ansehnlich seyn müsse. Denn wir sehen unfehlbar die meisten selbst von denen nicht, die der Erde nahe genug kommen, um auf ihr sichtbar zu seyn. Einige haben eine so große südliche Breite, indem sie sich der Sonne nähern, daß man sie alsdann nur jenseit der Linie sieht, und bey ihrer Rückkehr bleiben sie oft unter den Sonnenstrahlen verborgen. Daher hat man zuweilen

bey großen Sonnenfinsternissen Kometen neben der Sonne erblickt, von denen man vorher nichts wußte, und die man nachher auch weiter nicht sah. Andre Kometen gehn bey Tage auf und unter, oder mitten im Sommer bey den hellen Nächten, oder auch im Winter, wenn der Himmel oft ganze Wochen lang immer bewölkt ist. Selbst ein starker Mondschein kann oft die Kometen unsichtbar machen, und da die meisten so klein sind, daß man sie nur durch gute Fernröhre wahrnimmt, so ist ihre Entdeckung mehrentheils ein bloßer Zufall. So fand Halley, da er 1717 den 21 Junius durch ein starkes Fernrohr den Mars beobachtete, nahe bey ihm einen Kometen, von welchem wir, ohne diesen Zufall, gar nichts wissen würden. Es scheint also, daß wir selbst von den Kometen, die der Sonne so nahe oder näher kommen, als Mars, und die allermeisten, welche wir kennen, haben sich in diesem Falle befunden, vielleicht nur den vierten oder fünften Theil wirklich sehn. Nach dieser Voraussetzung müßte man ins Mittel an zwey Kometen, die bis an den Mars, oder noch tiefer, herabsteigen, auf jedes Jahr rechnen.

Aber alle in dem letztverfloßnen Jahrhunderte beobachtete Kometen waren von einander verschieden, und man kennt bis jetzt überhaupt mit Gewißheit noch keinen, der eine kürzere Umlaufszeit hätte, als der von 1759. Die übrigen Kometen haben nach der größten Wahrscheinlichkeit Umlaufszeiten von einigen hundert Jahren. Nehmen wir also an, daß von denen, die bis zum Mars, oder noch tiefer, zur Sonne herabsteigen, die mittlere Umlaufszeit an 300 Jahre beträgt, so müssen wenigstens an 600 dergleichen Kometen vorhanden seyn.

seyn. Nun ist die Entfernung des Mars von der Sonne nur ein Punkt, in Ansehung des Halbmessers unsers ganzen Sonnensystems. Giebt es also eben so gut Kometen, deren Sonnennähe über den Mars fällt, als es deren giebt, die sich der Sonne mehr nähern, als Mars, so müssen viele tausend Kometen zu unsrer Sonne gehören und um sie laufen, die wir nie zu Gesichte bekommen.

Die Verwandlung der Kometen in Planeten, welche einige Naturforscher als sehr wahrscheinlich eingesehen haben, ist nicht nur äußerst unwahrscheinlich, sondern sogar unmöglich. Denn erstlich gehen die Planeten insgesammt von Westen nach Osten, die Kometen aber nach allen möglichen Richtungen. Welch ein erstaunender Zufall, wenn unter so vielen tausenden bloß sieben Kometen von denen, die sich von Westen nach Osten bewegen, zu Planeten gereift seyn sollten? Zweytens sind die Bahnen aller Hauptplaneten und des größten Theils ihrer Monde in einen kleinen Streifen, den Thierkreis, eingeschlossen, dessen Breite kaum den achtzehnten Theil des ganzen Umfanges der Himmelskugel ausmacht. Man kann daher viele Millionen gegen Eins setzen, daß die Planeten, wenn sie aus Kometen entstanden wären, sich nicht bloß im Thierkreise bewegen würden. Fügen Sie noch hinzu, daß auch die Ebne des Aequators der Sonne in diesen Streifen fällt, daß alle Bahnen der Planeten fast kreisförmig sind, und daß diese Himmelskörper sich alle, so weit wir davon unterrichtet sind, nebst der Sonne, von Westen nach Osten um ihre Axen drehen, und Sie werden die Unmöglichkeit der Verwandlung der Kometen in Planeten noch lebhafter fühlen.

Ueberhaupt finden wir die Kometen und Planeten in allen Stücken, in welchen wir sie vergleichen kön-

nen, gänzlich von einander verschieden. Die erstern scheinen höchst locker zu seyn, und ganz aus einem dicken Nebel zu bestehen, der sich kugelförmig zusammengehäuft hat, und ebendeßhalb in der Mitte mit einem dichten Kerne versehen zu seyn scheint. Dieses beweist das matte Licht der Kometen, die Zertheilung oder Auflösung ihres Kerns nahe an der Sonne, ihr Schweif, der Mangel des Kopfes bey vielen, und ihre ungemein geringe Masse. Der Komet von 1540 ging zwischen dem Monde und der Erde durch, ohne beide im geringsten in ihrem Laufe zu stören. Er warf einen Schatten auf den vollen Mond, zum Beweise, daß er ein dunkler von der Sonne erleuchteter Körper war. Und der Komet von 1744 kam dem Merkur so nahe, daß er den Lauf dieses Planeten nothwendig merklich hätte verändern müssen, wenn seine Masse einigermaßen beträchtlich gewesen wäre. Der Komet von 1770 hatte einen sehr unregelmäßigen Lauf, als er der Erde nahe war, ohne daß er in der Bewegung der Erde die geringste merkliche Veränderung verursacht hätte.

Wir stellen uns gemeiniglich, wenn wir uns das Sonnensystem gedenken, unsere Sonne bloß mit Planeten umringt vor, und vergessen die Kometen gänzlich, die doch das ganze Ansehen der zahlreichsten und ältesten Bürger unserer Welt haben. Die Zahl der Planeten ist gegen die ungeheure Menge der Kometen, und der Raum, den jene einnehmen, gegen den ganzen Wirkungskreis unserer Sonne, in welchem wahrscheinlich allenthalben Kometen herumschweifen, so unbeträchtlich, daß die Planeten nur zufällige Theile unsers Systems, vielleicht Stücke, die von der Sonne selbst abgerissen worden sind, zu seyn scheinen. Wenn Sie Sich von dem Wirkungskreise unserer Sonne einigen Begriff machen wollen, so erinnern

Sie Sich nur, daß nach Bradleys Beobachtungen die Sonne, selbst von den nächsten Fixsternen, wahrscheinlich um mehr, als 400000 mittlere Halbmesser der Erdbahn, entfernt ist. Die Fixsterne aber leuchten mit einem ihnen eignen Lichte, und sind folglich selbst Sonnen, die unsrer Sonne an Größe nichts nachgeben, weil diese, in der ungeheuern Entfernung der Fixsterne, uns, so wie sie, bloß als ein heller Punkt erscheinen würde. Unfehlbar sind also auch die Fixsterne mit dunkeln Körpern umgeben, welche um sie laufen, und von ihnen erleuchtet werden. Jede Sonne zieht die Körper, die ihr nahe genug sind, gleichsam an, wie Sie in der Folge sehen werden. Sie hat also einen gewissen Wirkungskreis um sich her, ein gewisses Gebiet, welches man als das ihrige ansehen kann. Theilt man daher die Entfernung der nächsten Fixsterne von der Sonne in zwey gleiche Hälften, so muß man wahrscheinlich die eine Hälfte als den Halbmesser der Wirkungssphäre oder des Gebiets unsrer Sonne ansehen. Diese Hälfte aber macht an 200000 mittlere Halbmesser der Erdbahn aus, eine unermeßliche Weite von mehr als 4 Billionen Meilen, die eine Kanonenkugel nur in etwa 5 Millionen Jahren durchlaufen würde, wenn gleich ihre anfängliche Bewegung durch keinen Widerstand der Luft oder andrer Körper geschwächt würde. Alle unsre gewöhnliche Maße sind bey dieser himmlischen Meßkunst unendlich klein. Selbst das Licht braucht über drey Jahre Zeit, um von der Sonne bis an die äußersten Grenzen ihres Gebiets zu gelangen.

Alle Fixsterne, die einzeln über den Himmel zerstreut sind, sie mögen dem bloßen Auge sichtbar seyn oder nicht, scheinen uns viel näher zu liegen als die,

welche in der Milchstraße oder in den Nebelflecken zusammengehäuft sind. Sie machen also unfehlbar auch mit unsrer Sonne ein besondres System von Sonnen aus. Wie soll man aber die unzählbare Menge dieser Sterne schätzen? da sie sich um desto häufiger zeigen, je besser die Fernröhre sind, durch welche man den Himmel betrachtet. Man hat bloß um den Gürtel und das Schwert Orions an 2000 Fixsterne gezählt. Herr Herschel versichert, er habe in einem Raume von 15 Graden Länge und 2 Graden Breite einmal in Zeit von einer Stunde eine Menge von Sternen deutlich durch sein Teleskop gehen gesehn, die er auf 50000 schätzt. Lambert schätzt den Durchmesser des Systems, zu welchem unsre Sonne gehört, an 150 Mal größer, als den Durchmesser ihres eignen Gebiets. Lassen Sie uns indessen annehmen, daß er nur hundert Mal so groß ist, und Sie sehen leicht, daß das Licht über 600 Jahre Zeit braucht, um von einer Grenze dieses Systems bis zur andern zu gelangen; so daß, wenn wir in dem Mittelpunkte desselben wären, und einer der Sterne des äußersten Umfanges erlöschen möchte, wir ihn noch 300 Jahre lang nachher immerfort in seiner alten Stelle sehen würden. Aber unsre Sonne befindet sich wahrscheinlich nicht in der Mitte jenes Systems. Denn der Himmel scheint in der Gegend des Orions vorzüglich dicht, und an der entgegengesetzten Seite vorzüglich sparsam mit Sternen besetzt zu seyn. Daher ist es glaublich, daß wir uns dem nach dieser Gegend liegenden Theile des Systems näher befinden, als dem, der nach jener Gegend zu liegt.

Dieses System, zu welchem unsre Sonne gehört, ist von der Milchstraße durch einen ungemein

grossen leeren Zwischenraum abgesondert. Man erkennt dieses am deutlichsten daraus, daß die Ränder der Milchstraße so deutlich abgeschnitten sind. Sie selbst besteht aus einer ganz unglaublichen Menge von Sternen, deren Herr Herschel einmal 588 zugleich in dem Felde seines Teleskops zählte. Dieses hielt einige Minuten an, so daß in einer Viertelstunde, nach Herrn Herschels Schätzung, 116000 Sterne durch sein Fernrohr gingen. Und wenn ein gutes Fernrohr die größern Sterne absondert und dem Auge deutlich macht, so blicken doch noch immer aus dem Hintergrunde äußerst entfernte matte Pünktchen hervor, die selbst ein geübtes Auge kaum unterscheiden kann. Diese Beobachtungen beweisen, daß die Milchstraße aus einer großen Menge von Fixsternsystemen besteht, die neben und hinter einander liegen, und durch einen Raum verbreitet sind, der in Ansehung seiner Länge nur schmal ist. Unser Fixsternsystem, welches mit zu diesem Haufen von Systemen gehört, befindet sich nicht in der Mitte desselben, sondern etwas zur Seite, und deßhalb sehen wir die Milchstraße, als einen über den ganzen Himmel verbreiteten schmalen Streifen.

Aber es giebt unfehlbar unzählig viele ähnliche aus Fixsternsystemen zusammengesetzte Systeme, die wie kleine Wolken oder Nebelflecken zu beiden Seiten der Milchstraße durch den Himmel zerstreut zu seyn scheinen. Diese entfernten Milchstraßen, deren besonders durch Herrn Herschels Bemühungen bereits so ungemein viele entdeckt worden sind, bestehen aus Millionen von Sonnen, deren vereinigten Glanz wir wahrnehmen und deren Licht wahrscheinlich Jahrtausende auf dem Wege bis zu unserm Auge zubringt. So sehr aber auch diese Größe des sichtbaren Theils der Welt alle mensch-

liche Einbildungskraft übersteigt, so ist dennoch unfehlbar das ganze Weltgebäude noch unendlich größer.

Herr Herschel glaubt, daß alle diese Sonnen gewisse Bewegungen haben, die uns aber, wegen ihrer ungeheuern Entfernung von uns, ganz unmerklich sind. Selbst von unsrer Sonne behauptet er aus Gründen, daß sie, nebst allen Planeten und Kometen, die zu ihrem Gebiete gehören, sich gegen das Sternbild des Herkules bewege und jährlich einen Weg durchlaufe, der nicht kleiner ist, als der ganze Durchmesser der Erdbahn. Wenigstens läßt sich auf diese Art das scheinbare Fortrücken von 22 Fixsternen, unter den 29, von welchen es ausgemacht ist, daß sie eine eigne Bewegung haben, sehr gut und hinlänglich erklären.

Unterdessen kann man nicht mit Gewißheit behaupten, daß alle Nebelflecken aus zusammengehäuften Sternen bestehen. Denn es giebt unter ihnen einige, welche wahrscheinlich bloß teleskopische Kometen sind; es giebt andre, in welchen selbst die besten Teleskope nicht die geringste Spur einer Auflösung in einzelne Sterne zeigen. Auch bey den stärksten Vergrößerungen erscheinen sie immer als ein schwaches, weißliches, allenthalben gleichförmig vertheiltes Licht, zuweilen von unregelmäßiger Gestalt, wie der große Lichtflecken, welcher einen dreyfachen Stern im Schwerte des Orions umgiebt, zuweilen aber auch regelmäßig und rund, mit einem sehr hellen Sterne im Mittelpunkte, der mit jenem lichten Nebel ein Ganzes auszumachen scheint. Was dieser Nebel eigentlich ist, wissen wir so wenig, als wir jene schwarzen Flecken an der südlichen Halbkugel des Himmels auf eine befriedigende Art zu erklären im Stande sind. Ueberhaupt beurtheilen wir das ganze Weltgebäude bloß nach unserm Sonnensysteme, welches

wie etwas kennen, da doch die Natur gewiß in ihren grossen Werken eben so unendlich mannigfaltig ist, als in den kleinen. Wir sehen bloß die hellen Theile des Weltgebäudes, ob es aber nicht auch dunkle giebt, die aus Mangel einer hinlänglichen Erleuchtung uns unsichtbar sind, wissen wir nicht.

Anmerkung.

Um die Kenntniß der Gestirne und ihrer scheinbaren Bewegungen zu erleichtern, hat man künstliche Himmelskugeln, auf welchen alle Sternbilder und die vornehmsten Kreise des Himmels gehörig gezeichnet sind. Sie bestehen gewöhnlich, so wie die künstlichen Erdkugeln, aus einem Gerippe von dünnen hölzernen mit einer Gypslage überzognen Reifen. Diese hohle und glatte Gypskugel wird mit einem Netze von Papierstreifen überklebt, auf welchen die Sterne und Kreise, in Kupfer gestochen, abgedruckt sind. Jeder Streifen ist der 140 Figur ähnlich, und in die krummen Seiten NAS, NBS eingeschlossen, deren jede die Länge eines Meridians hat, so daß die Spitzen aller Streifen, wie N und S, in den Polen der Kugel zusammenstoßen. In der Mitte wird jeder Streifen durch die gerade Linie AB, welche den Aequator vorstellt, in zwey gleiche und ähnliche Hälften ANB, ASB, getheilt. Und da die gerade Linie ADS auf dem Papiere kürzer ist, als NAS oder NBS, auf der Kugel aber, so gut wie NAS, einen Meridian vorstellen, also den Seiten NAS und NBS gleich seyn muß; so macht man die Streifen überhaupt nur schmal, damit das feuchte Papier, beym Aufkleben, sich gehörig recken könne, nimmt aber schon im Voraus, bey Verzeichnung der Netze, auf diese Ausdehnung des Papiers Rücksicht.

Ein solcher Globus hat über seinen beiden Polen zwey metallne Stifte, als die Enden einer durch ihn gehenden messingnen Axe, die an zweyen Stellen durch einen messingnen gehörig eingetheilten Kreis, welcher den Meridian eines jeden Ortes vorstellt, durchgehn, so, daß die Kugel sich in diesem allenthalben auf ihr fast aufliegenden Kreise frey in die Runde drehen läßt. Der Kreis selbst ruht auf einer kleinen Unterlage in einem hölzernen Gestelle, und wird von beiden Seiten durch die Einschnitte eines breiten hölzernen Reifen gehalten, der den Horizont vorstellt, und die Kugel so umgiebt, daß seine Ebne in jeder Stellung der Kugel, durch ihren Mittelpunkt geht. Der Stift im Nordpole der Kugel hat einen Zeiger über einem kleinen messingnen, auf dem Meridiane befestigten und in 24 gleiche Theile oder Stunden eingetheilten Kreise, so, daß er sich, bey jeder ganzen Umdrehung der Kugel, durch 24 Stunden bewegt. Ueberdieses ist ein messingner in 90 Grade getheilter Quadrant bey der Kugel, den man den Höhenquadranten nennt, und abnehmen, oder auch, wo man will, an den messingnen Meridian festschrauben kann. Er dient die Bogen größter Kreise auf der Kugel, besonders aber die Höhen der Gestirne, zu messen, da er denn im letztern Falle an den höchsten Punkt des Meridians, welcher das Zenit vorstellt, angeschraubt wird. Eine solche Himmelskugel dient das Aufgehn und Untergehn der Sterne zu gewissen Zeiten und an gewissen Orten, ihre Lage gegen einander, die Umstände einer Sonnenfinsterniß, und viele andre Dinge, deutlich und sinnlich zu machen.

Den Himmelskugeln sind die Ringkugeln oder Armillarsphären, in Absicht auf die Axe, den Meridian, das Gestelle und den Stundenkreis, völlig

ähnlich. Sie haben aber keine Sternbilder, und sind auch keine Kugeln, sondern bloß aus verschiednen mit einander verbundnen metallnen Reifen und Ringen zusammengesetzt, deren einer den Thierkreis, ein andrer den Aequator, einer die Ekliptik, einer die Kolnren vorstellt. Auch findet man die Wendekreise und die Polarkreise, und im Mittelpunkte eine kleine Erdkugel mit ihren Kreisen. Die Ringkugel kann, in Ansehung der Sonne, des Mondes und der übrigen Planeten, völlig eben so gebraucht werden, als die Himmelskugel.

Wohlfeiler, als diese, sind hohle Kegel von Pappe, oder Sternkegel, deren hohle Fläche man mit einem in Kupfer gestochnen Netze, welches die Sternbilder vorstellt, überzieht. Man kann sie ebenfalls so einrichten, daß sie einigermaßen die Stelle der Himmelskugeln, auch in Absicht der scheinbaren Bewegungen der Sterne, vertreten. Auf eine ähnliche Art lassen sich auch Polarentwürfe der Himmelskugel einrichten, die man Planiglobien oder Planisphären nennt. Man hat auch andre Sternkarten, welche kleinere Theile des Himmels vorstellen, unter denen die besten und vollständigsten die von Flamstead sind.

Die Bewegungen und Lagen der Hauptplaneten um die Sonne lassen sich, so wie die der Jupiterstrabanten um den Jupiter, durch Scheiben von Pappe, die um einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt beweglich sind, durch Planetolabien, sinnlich machen. Die großen Planetenmaschinen, in welchen alle Planeten nebst ihren Trabanten, als Kugeln, durch künstliche Räderwerke um die Sonne geführt werden, haben schwerlich einen Nutzen, der ihrer großen Kostbarkeit entspricht. Die Engländer nennen eine solche Maschine ein Orrery, so wie eine, die

bloß die Erde, den Mond und die Sonne, nebst ihren Bewegungen gegen einander, vorstellt, ein Tellurium. Wohlfeiler sind solche Planetenmaschinen, in welchen die Himmelskörper, wenigstens zum Theil, nicht durch ein Uhrwerk, sondern bloß mit der Hand, bewegt werden, und die dennoch die Lagen derselben gegen die Sonne mit hinlänglicher Richtigkeit anzeigen.

Vier und zwanzigster Brief.

Wir kommen nunmehr zu demjenigen Theile der Astronomie, der im vorzüglichen Verstande zu der Physik gehört, und deshalb auch der physische genannt wird. Er zeigt uns die Ursachen und die Kräfte der himmlischen Bewegungen. Zwar scheint die Kenntniß dieser Ursachen ganz außer der Sphäre des menschlichen Wissens zu liegen. Allein dennoch hat ein Sterblicher dieses Geheimniß, welches bloß höhern Wesen vorbehalten zu seyn schien, glücklich entdeckt; und dieser große Sterbliche war Newton.

Die Entdeckungen Newtons gründen sich auf die Mechanik, oder die Lehre von der Bewegung und den Kräften, welche diesem außerordentlichen Manne fast eben so viel zu verdanken hat, als die Astronomie. Er entwickelte ihre Grundsätze und erweiterte ihre Grenzen, weil sie ihm in der physischen Astronomie unentbehrlich war. Sie gehört in die Naturlehre, in so fern sie sich bloß mit den Bewegungen und Kräften der natürlichen Körper beschäftigt, und wir würden ohne sie unzählig viele natürliche Erschei-

wungen gar nicht begreifen. Man kann die physische Astronomie als einen Theil der Mechanik ansehen, welcher die Anwendung der mechanischen Grundsätze auf die Bewegungen der himmlischen Körper enthält; und aus diesem Gesichtspunkte werde ich sie auch in der Folge behandeln.

Das Universum ist ein System unendlich vieler Körper, welches sich unaufhörlich verändert. Jede Veränderung aber desselben, jede Veränderung auch eines einzelnen und kleinen Systems von Körpern, ist Bewegung. Dieses ist die wirkliche Seite der Bewegung; lassen Sie uns auch ihre scheinbare Seite betrachten.

Wir könnten uns nie ein ganzes System von Dingen, sondern immer nur einzelne Dinge, auf einmal deutlich vorstellen. Daher gedenken wir uns auch die wirklich vorhandnen Körper nur einzeln, aber wir gedenken sie uns allemal zugleich in einem gewissen Orte, in so fern sie Theile eines gewissen Systems sind. So entspringen in uns die Begriffe von Raum und Zeit. Wenn sich also ein Körper bewegt, wenn sein System sich verändert, so verändert er seinen Ort. Die Bewegung ist also in der That ganz etwas anders, als was wir uns unter ihr vorstellen. Unser Begriff von ihr ist bloß idealisch; er entspringt aber aus einer wirklichen Begebenheit in der Natur, aus der Veränderung des Universum.

Auch ein einzelner Körper ist ein System von physischen Punkten. Wir können uns also seine ganze Bewegung auch nicht auf einmal gedenken, sondern müssen bey der Bewegung der Punkte anfangen. Ein geometrischer Punkt ohne alle Theile kann sich gar nicht bewegen, weil er bloß in unsrer Vorstellung vorhanden ist. Es ist also, nach der geometrischen Strenge zu urtheilen, unrichtig, daß eine Linie durch

die Bewegung eines Punkts entsteht. Denn auf diese Art müßte sie bloß die Oerter enthalten, die der Punkt nach und nach eingenommen hat; sie müßte aus diesen Oertern, das ist: aus Punkten, zusammengesetzt seyn. Aber ein physischer Punkt, das heißt: ein Körper, in welchem wir weiter nicht die geringsten Theile unterscheiden können, kann sich allerdings bewegen, und er beschreibt durch seine Bewegung eine physische Linie, an welcher wir weder einige Breite noch Dicke wahrnehmen. Zuweilen kann ein physischer Punkt ein sehr großer Körper seyn, der aber ungemein weit von uns entfernt ist. So sind die Fixsterne für uns physische Punkte, weil wir nicht vermögend sind in ihnen einige Theile zu unterscheiden.

Wie aber, werden Sie mich fragen, weiß man es, daß ein Körper seinen Ort verändert, da der Ort bloß etwas idealisches ist? Dadurch, antworte ich, daß wir die Körper mit gewissen festen Punkten in der Nähe in ein System zusammenziehn. Ändert sich dieses System, oder die Entfernung jenes Körpers von den Punkten, die wir für fest halten, so sagen wir, der Körper verändre seinen Ort, oder er bewege sich. So urtheilen wir, daß ein Mensch sich bewegt, den wir auf der Gasse sehn, wenn wir bemerken, daß er seine Entfernung von den Häusern ändert. So legen wir den Planeten eine eigne Bewegung bey, weil wir sehen, daß sie ihre Entfernungen von den Fixsternen ändern. Alle feste Körper, die mit der Erde verbunden sind, und deßhalb unbewegliche Körper genannt werden, geben uns eine Menge fester Punkte, auf welche wir die beweglichen Körper beziehn, die uns umgeben. Aber selbst bewegliche feste Körper dienen oft zu diesem Endzwecke,

und überhaupt alle Punkte, von denen wir wissen oder glauben, daß sie ihre Entfernungen unter einander nicht ändern, sind für uns feste Punkte. So beurtheilen wir die Bewegung des Zeigers einer Uhr aus der Veränderung seiner Entfernung von den Zahlen des Zifferblatts, ungeachtet dieses beweglich ist. Glauben wir, daß gewisse feste Punkte ganz ohne alle Bewegung sind, so nennen wir die Bewegung und Ruhe eines beweglichen Punkts, in Beziehung auf jene festen Punkte, eine absolute Bewegung oder absolute Ruhe; haben aber jene Punkte selbst eine gewisse Bewegung, so ist Bewegung und Ruhe, in Beziehung auf sie, nur relativ. In der That sind alle Bewegungen, welche wir kennen, bloß relative Bewegungen.

Jeder bewegte Punkt geht in einer gewissen Zeit durch einen gewissen Raum, er beschreibt eine Linie von einer gewissen Länge. Diese Eigenschaft der Bewegung nennt man ihre Geschwindigkeit. Geht der bewegte Punkt immer in gleichen Zeiten durch gleiche Räume, so bewegt er sich gleichförmig, und seine Geschwindigkeit bleibt immer gleich groß; sind aber die Räume ungleich, die er in gleichen Zeiten durchläuft, so ist seine Bewegung ungleichförmig und seine Geschwindigkeit veränderlich. Man drückt in der Mechanik die Geschwindigkeit gewöhnlich durch den Raum aus, den ein bewegter Punkt in jeder Sekunde zurücklegt, wenn er sich gleichförmig bewegt, oder den er in einer Sekunde durchlaufen würde, wenn seine Geschwindigkeit unverändert bliebe. Geht also ein gleichförmig bewegter Punkt in t Sekunden durch den Raum s, so beschreibt er in einer Sekunde den Raum $\frac{s}{t}$, und

seine Geschwindigkeit c ist also $= \frac{s}{t}$. Folglich ist $s = ct$.

Bey den Bewegungen der himmlischen Körper geschieht es oft, daß uns der eine ohne alle Bewegung zu seyn scheint, ungeachtet er sich eben so gut bewegt, als der andre. In diesem Falle ist die Bewegung, welche wir diesem beylegen, indem wir ihn auf den ersten beziehn, eine relative Bewegung, deren Geschwindigkeit entweder dem Unterschiede oder der Summe der Geschwindigkeiten beider Körper gleich ist, nachdem sich beide nach einerley Richtung oder nach entgegengesetzten Richtungen bewegen. Denn gesetzt es seyn überhaupt zwey Körper da, welche beide nach einerley Richtung, der erste durch einen, der andre durch drey Fuß in einer Sekunde fortgehn, so wird offenbar dieser von jenem sich in jeder Sekunde immer um zwey Fuß weiter entfernen. Ein Auge also, welches im ersten Körper wäre, und diesen für ruhend hielte, würde dem zweyten eine Geschwindigkeit von zwey Fuß beylegen. Hier ist die relative Geschwindigkeit der Unterschied der beiden wirklichen Geschwindigkeiten; aber sie ist ihrer Summe gleich, wenn beide Körper nach entgegengesetzten Richtungen fortgehn, weil in diesem Falle sie sich in jeder Sekunde um vier Fuß weiter von einander entfernen. Unter andern muß man bey den Finsternissen und den Durchgängen der Planeten durch die Sonne immer auf die relativen Geschwindigkeiten der Planeten sehn, weil wir bey solchen Begebenheiten die Sonne und den Schatten der Erde als ruhend ansehn.

Wenn eine Bewegung ganz unverändert fortdauert, so bleibt sie sich beständig gleich und ähnlich. Die Veränderung des Orts ist also immer in gleichen

Zeiten gleich groß, und die Bewegung gleichförmig. Aber außerdem bleibt auch die Linie, welche der bewegte Punkt beschreibt, sich immer völlig ähnlich, die Zeit, in welcher sie durchlaufen wird, mag groß oder klein seyn. Nun aber giebt es, außer der geraden Linie, keine andre, von der ein jeder Theil der ganzen ähnlich wäre. Also beschreibt ein jeder Punkt, dessen Bewegung ganz unverändert fortdauert, eine gerade Linie, und diese heißt die Richtung seiner Bewegung. Jede Bewegung hat also eine gewisse Geschwindigkeit und Richtung; das heißt: sie geht, wenn sie unverändert fortdauert, allemal nach einer gewissen geraden Linie in einer gegebnen Zeit durch einen gewissen Raum. Es giebt gleichförmige Bewegungen, die nicht geradlinicht sind, wie die Bewegung eines Punkts in dem Umfange eines Wasserrades, wenn die Mühle im Gange ist. Solche Bewegungen bleiben sich nicht ähnlich, weil sie ihre Richtung beständig ändern.

Eine ungleichförmige Bewegung ist entweder beschleunigt oder verzögert, nachdem ihre Geschwindigkeit entweder wächst oder abnimmt. Eine solche Bewegung kann in jedem folgenden Zeitpunkte eine andre Geschwindigkeit haben, als in dem vorhergehenden, wenn sie in Eines fort beschleunigt oder verzögert wird. Die Geschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung läßt sich nicht durch den Raum messen, der in einer Sekunde beschrieben wird. Denn ist sie während dieser Zeit beschleunigt worden, so war der beschriebne Raum größer, als er gewesen seyn würde, wenn die Bewegung gleichförmig geblieben wäre; und ist sie verzögert worden, so muß der beschriebne Raum kleiner gewesen seyn. Weiß man aber wie groß der Raum ist, den der bewegte Punkt, von einem gewissen Zeitpunkte an, in einer

Sekunde, mit ganz unveränderter Bewegung beschreiben möchte, so kann man diesen Raum mit Recht als das Maß derjenigen Geschwindigkeit ansehn, welche der Punkt in jenem Augenblicke gehabt hat.

Unter denen in Eines fort beschleunigten Bewegungen ist vorzüglich die gleichförmig beschleunigte sehr merkwürdig, weil sie sich bey dem freyen Falle schwerer Körper findet. Ihre Geschwindigkeit nimmt beständig zu, eben so, wie die Zeit ihrer Dauer. Gesetzt Sie theilen diese Zeit t in so viele gleiche Theile, als Sie wollen, z. B. in 4; so ist die Geschwindigkeit des gleichförmig beschleunigten Körpers am Ende des zweyten Zeittheils zwey Mal, am Ende des dritten drey Mal, und am Ende des vierten vier Mal so groß, als am Ende des ersten Zeittheils. Ist also die letzte Geschwindigkeit, am Ende der ganzen Zeit t, $= c$, so läßt sich leicht übersehn, daß der Körper mit der mittleren Geschwindigkeit $\frac{1}{2}c$, in ebenderselben Zeit t, einen eben so großen Raum s gleichförmig durchlaufen würde, als er mit seiner gleichförmig beschleunigten Bewegung wirklich durchläuft. In der ersten Hälfte der Zeit nämlich durchläuft er weniger als $\frac{1}{2}s$, weil seine Geschwindigkeit beständig kleiner ist, als $\frac{1}{2}c$; in der zweyten Hälfte von t aber durchläuft er mehr, als $\frac{1}{2}s$, weil seine Geschwindigkeit hier immer größer ist, als $\frac{1}{2}c$. Und da die Geschwindigkeiten beständig ganz gleichförmig zunehmen, da ihre Unterschiede von $\frac{1}{2}c$ zu beiden Seiten und in gleichen Entfernungen vom mittleren Zeitpunkte einander gleich sind, so müssen auch die Unterschiede der durchlaufnen Räume in beiden Zeithälften einander gleich seyn; der Körper muß in der einen um so viel mehr durchlaufen, als $\frac{1}{2}s$, als er in der andern weniger durchlaufen hatte. Er muß

also

also in der ganzen Zeit t denselben Raum s wirklich zurücklegen, den er in derselben Zeit, mit der mittleren Geschwindigkeit $\frac{1}{2}$ c, gleichförmig beschrieben haben würde.

Es ist aber bey einer gleichförmigen Bewegung von der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}$ c, wie ich Ihnen vorhin gezeigt habe, $\frac{1}{2} c = st$, also $ct = 2s$, und $c = \frac{2s}{t}$. Sie können also sehr leicht die Geschwindigkeit finden, die ein gleichförmig beschleunigter Körper in einem gewissen Zeitpunkte hat, wenn Sie nur wissen, durch wie einen großen Raum s vom Anfange seiner Bewegung an bis zu dem angenommnen Zeitpunkte er gegangen ist. Denn Sie dürfen jenen Raum s nur doppelt nehmen, und ihn mit der Zeit t theilen, in welcher er durchlaufen worden ist.

Gesetzt ein gleichförmig beschleunigter Punkt geht, vom Anfange seiner Bewegung an zu rechnen, in der Zeit t durch s, in der Zeit T durch S; und seine Geschwindigkeit ist, am Ende der Zeit t, $= c$; am Ende der Zeit T, $= C$; so ist $ct = 2s$ und $CT = 2S$; also $s : S = ct : CT$. Nun ist aber bey jeder gleichförmig beschleunigten Bewegung allemal $t : T = c : C$; also auch $tc : TC = c^2 : C^2$, und $t^2 : T^2 = ct : CT$. Folglich wird auch $s : S = c^2 : C^2 = t^2 : T^2$. Es verhalten sich also die Räume, die ein gleichförmig beschleunigter Körper in verschiednen Zeiten durchläuft, wie die Quadrate dieser Zeiten, oder wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, welche der Körper am Ende jener Zeiten besitzt. Nur müssen sowohl die Räume, als die Zeiten, vom Anfange der Bewegung an gerechnet werden. Hat der Körper z. B. in der ersten Minute, oder in den ersten 60 Sekunden, weil hier

die Zeit immer in Sekunden gerechnet wird, 1 Fuß zurückgelegt, so ist er in den ersten 2 Minuten durch 4 Fuß, in den ersten 3 Minuten durch 9 Fuß, in den ersten 4 Minuten durch 16 Fuß u. s. w. gegangen; also in der ersten Minute durch 1; in der zweyten durch 3; in der dritten durch 5, in der vierten durch 7 Fuß u. s. w. nach der natürlichen Ordnung der ungeraden Zahlen, weil diese, wenn man sie nach und nach summirt, die natürliche Reihe der Quadrate 1, 4, 9, 16, 25 u. s. w. geben. Finden Sie daher daß bey einer gewissen Bewegung sich die Räume wie die Quadrate der Zeiten, vom ersten Anfange der Bewegung an gerechnet, verhalten, so können Sie gewiß seyn, daß diese Bewegung gleichförmig beschleunigt ist.[4]

Anmerkungen.

1. Man theilt die Astronomie gewöhnlich in die sphärische, theorische und physische. Die erstre betrachtet die himmlischen Körper und ihre Bewegungen, so wie sie uns am Himmel erscheinen; die zweyte entwickelt die wahre Beschaffenheit und Größe beider; und die dritte erforscht die Ursachen dieser Bewegungen.

Auch die Mechanik hat verschiedne Theile: die Statik, die eigentliche Mechanik, die Dynamik. Die erste handelt vom Gleichgewichte, die zweyte von der Bewegung, die dritte von den Ursachen der Bewegung und ihren Kräften überhaupt. Ferner handelt die Hydrostatik von dem Gleichgewichte, die Hydraulik von der Bewegung, und die Hydrodynamik von den Kräften des Wassers und andrer flüssiger Materien, die dem Wasser ähnlich sind. Endlich be-

trachtet die Aerostatik das Gleichgewicht und die Pnevmatik die Bewegungen und Kräfte der Luft und luftähnlicher Materien insbesondre. Die Maschinenlehre verhält sich zu diesen Wissenschaften, wie die Feldmeßkunst zur Geometrie.

2. Man kann den Raum, den ein gleichförmig bewegter Punkt beschreibt, durch ein Rechteck von unveränderlicher Höhe, und die Zeit, in welcher er ihn beschreibt, durch die Grundlinie des Rechtecks vorstellen. Man theile die Grundlinie in so viele gleiche Theile, als man will, so gehören zu allen auch gleiche kleine Rechtecke, die Theile des großen sind; und eben so gehören zu allen gleichen Zeittheilen der Bewegung auch gleiche Theile des durchlaufnen Raums. Da sich nun alle Rechtecke von gleichen Höhen wie ihre Grundlinien verhalten, so müssen auch die durchlaufnen Räume immer im Verhältniß der Zeiten seyn. Hat also der gleichförmig bewegte Punkt in einer Sekunde den Raum c, und in t Sekunden den Raum s, zurückgelegt, so ist $1 : t = c : s$, also $ct = s$. Die Geschwindigkeit aber des Punkts wird durch den Raum c gemessen, den der Punkt in einer Sekunde beschreibt. Sie bleibt bey jeder gleichförmigen Bewegung beständig von gleicher Größe. Denn es sey T eine andre Zeit, und S der ihr zugehörige Raum, so ist auch hier $1 : T = k : S$, also $k = \frac{S}{T}$, wenn k die zu der Zeit T gehörige Geschwindigkeit bedeutet. Da nun auch $t : T = s : S$, also $\frac{S}{T} = \frac{s}{t}$ ist, so wird $c = k$.

3. Jede ungleichförmige Bewegung verändert ihre Geschwindigkeit. Zu einer solchen Verände-

rung aber gehört eine gewisse Zeit, und daher können in einem sehr kleinen Zeittheile auch die Geschwindigkeiten nur sehr wenig verschieden seyn. Da wir nun uns einen Zeittheil so klein vorstellen können, als wir wollen, so folgt, daß in einem unendlich kleinen Zeittheile jede auch noch so ungleichförmige Bewegung ihre Geschwindigkeit nur unendlich wenig verändert hat. Man kann daher überhaupt jede Bewegung, während eines unendlich kleinen Augenblicks, als gleichförmig, ansehn. Ist also während der Zeit t durch sie der Raum s beschrieben worden, und hat sie am Ende jener Zeit die Geschwindigkeit c gehabt, so blieb diese, während des unendlich kleinen Zeittheils dt, da der Raum ds beschrieben wurde, unverändert. Daher ist $c = \frac{ds}{dt}$ oder $cdt = ds$.

Ist nun die ungleichförmige Bewegung gleichförmig beschleunigt, und T eine andre Zeit, welche, so wie t, vom Anfange der Bewegung an gerechnet wird, S der in der Zeit T beschriebne Raum, und C die Geschwindigkeit am Ende der Zeit T, so ist $c : C = t : T$ weil die Bewegung gleichförmig beschleunigt wird, also $c : t = C : T$. Setzt man also $c = nt$ so wird $n : 1 = C : T$ und $C = nT$, daß also n eine beständige und unveränderliche Zahl ist. Da also $cdt = ds$ ist, so muß hier auch $ntdt = ds$, folglich $\frac{1}{2}nt^2 = s$ seyn. Denn das Differenzial von $\frac{1}{2}nt^2$ ist $ntdt$, (III. Einleitung 241) und man darf hier keine beständige Größe hinzufügen, weil $s = 0$ ist, wenn $t = 0$ wird. Also ist auch $\frac{1}{2}ct = s$. Wenn daher ein Körper z. B. mit einer gleichförmig beschleunigten Bewegung in den ersten 4 Sekunden 8 Fuß durchläuft, so ist $4c = 2 . 8$, also $c = 4$; man muß

nämlich den durchlaufnen Raum verdoppeln, und sodann mit der Menge von Sekunden theilen, die seit dem Anfange der Bewegung verflossen sind. So erhält man einen deutlichen und bestimmten Begriff von der Geschwindigkeit des Körpers am Ende dieser Zeit. Sie ist nämlich so groß, daß der Körper so viel Fuß, als man durch jene Theilung erhalten hat, in einer Sekunde durchlaufen würde, wenn er, ohne weiter beschleunigt zu werden, gleichförmig fortgehn möchte.

4. Bey einer jeden ungleichförmigen Bewegung ist $c\,dt = ds$. Verhalten sich nun bey ihr, wie hier angenommen wird, die Räume, wie die Quadrate der Zeiten, so ist $s = mt^2$ und m eine beständige unveränderliche Zahl. Also wird $ds = 2mtdt$, und daher $cdt = 2mtdt$, und $c = 2mt$. Es verhalten sich also bey dieser Bewegung die erlangten Geschwindigkeiten immer, wie die Zeiten, in welchen sie erlangt werden, weil m, also auch $2m$, eine beständige Zahl ist. Folglich ist die Bewegung gleichförmig beschleunigt.

Fünf und zwanzigster Brief.

Es können unstreitig in einem Körper mehrere Bewegungen zugleich erzeugt werden, und dennoch kann dieser sich nicht zugleich nach verschiednen Richtungen bewegen. Vielmehr entsteht in ihm aus zweyen vereinigten **einfachen** Bewegungen allemal eine dritte **zusammengesetzte**, deren Beschaffenheit Sie am deutlichsten und leichtesten begreifen werden, wenn Sie sich den Körper auf einer Ebne mit der einen

Bewegung fortgehend gedenken, während daß die Ebne selbst die andre Bewegung hat, und den Körper mit sich fortreißt. In der That findet dieser Fall, wenn wir auf einem fortsegelnden Schiffe gehn, und bey vielen andern Gelegenheiten Statt. Einen bloßen Punkt, der zwey Bewegungen zugleich hat, können Sie sich auf einer beweglichen Linie gedenken, und dieser die eine, dem Punkte aber auf ihr bloß die andre Bewegung geben.

Wenn also in einem Punkte zwey Bewegungen nach der gemeinschaftlichen Richtung AE (Fig. 24) vereinigt sind, so stellen Sie sich in dieser Richtung eine bewegliche gerade Linie AE vor, welche gegen F die eine Bewegung hat, während daß der Punkt auf ihr bloß mit der andern fortgeht. Setzen Sie, die Geschwindigkeit der ersten Bewegung sey EF, und der zweyten AB; so würde, wenn beide Bewegungen eine Sekunde lang unverändert fortgesetzt werden möchten, jeder Punkt der Linie AE durch einen Raum, der $= EF = AC$ ist, also die ganze Linie AE in CF, fortrücken, der Punkt aber auf der Linie sich zugleich von dem Endpunkte A um das Stück AB entfernen. Nun aber ist, am Ende der Sekunde, A in C. Macht man also $CD = AB$, so würde der bewegte Punkt mit beiden Bewegungen zusammen in einer Sekunde gleichförmig durch AD gehn. Also ist seine Geschwindigkeit $AD = AC + CD = AC + AB$. Man erhält daher die Geschwindigkeit der zusammengesetzten Bewegung, wenn man die Geschwindigkeiten der einfachen Bewegungen summirt. Eben dieses gilt, wie Sie leicht sehn, auch von dreyen und mehreren einfachen Bewegungen, die alle einerley Richtung haben. Die aus ihnen zusammengesetzte Bewegung hat immer dieselbe Richtung, und ihre Geschwindigkeit in jedem

Augenblicke ist der Summe der Geschwindigkeiten der einfachen Bewegungen für denselben Augenblick gleich. Denn daß der Raum AD gleichförmig beschrieben wird, und also die Geschwindigkeit der zusammengesetzten Bewegung ausdrückt, wenn AC und AB gleichförmig durchlaufen werden, habe ich wohl nicht nöthig zu erweisen. Wenn die eine einfache Bewegung, in $\frac{1}{2}$ Sekunde, durch $\frac{1}{2}$ AC, die andre durch $\frac{1}{2}$ AB, geht, so muß die zusammengesetzte, in derselben Zeit, durch $\frac{1}{2}$ AD gehn, und so müssen sich überhaupt bey der zusammengesetzten Bewegung die Räume wie die Zeiten verhalten, wenn die beiden einfachen Bewegungen unverändert fortgesetzt werden.

Wären die beiden einfachen Bewegungen einander gerade entgegengesetzt; das ist: fielen ihre Richtungen beide in dieselbe gerade Linie FA, (Fig. 25.) die eine aber ginge von F nach A, die andre von A nach F; so stellen Sie sich wieder auf jener Linie eine andre Linie EA vor, die sich von E nach F bewegt, und auf ihr nehmen Sie einen Punkt an, der aus E nach A geht. Mag die Geschwindigkeit der ersten Bewegung = EF, die der zweyten = FD seyn. Da der Anfangspunkt E der Linie EA in einer Sekunde aus E nach F kommt, so sehen Sie offenbar, daß der bewegte Punkt, wenn die einfachen Bewegungen eine Sekunde lang unverändert fortdauern, am Ende dieser Zeit, in D seyn muß, weil er sich, in dieser Zeit, um die Weite FD, von dem jetzt in F befindlichen Anfangspunkte der Linie EA entfernt hat. Die Geschwindigkeit also der zusammengesetzten Bewegung ist = ED = FD — FE. Also ist in diesem Falle jene Geschwindigkeit dem Unterschiede der Geschwindigkeiten beider einfachen Bewegungen gleich.

Wäre EF = FD, so würde die zusammengesetzte Bewegung = o seyn, oder ein Punkt, in welchem zwey gleiche einander gerade entgegengesetzte Bewegungen vereinigt sind, bleibt, in Ansehung der festen Punkte, auf welche seine zusammengesetzte Bewegung bezogen wird, immer an demselben Orte und bewegt sich gar nicht. Ist aber FD grösser oder kleiner als EF, so sehn Sie die eine Richtung als positiv, die andre als negativ an. So wird FD — EF entweder positiv oder negativ, nachdem EF grösser oder kleiner ist, als FD, und Sie erkennen die Richtung der zusammengesetzten Bewegung sogleich aus dem Zeichen + oder —. Ist sie positiv, so geht sie zur Rechten, wie FD; ist sie negativ, zur Linken, wie EF.

Wenn endlich die Richtungen der in einem Punkte vereinigten einfachen Bewegungen in verschiedne Linien AD und AB (Fig. 26) fallen; so sey AD die Geschwindigkeit der einen, und AB die Geschwindigkeit der andern Bewegung. Ziehn Sie BE mit AD, und DE mit AB parallel; so wird die Diagonale AE des Parallelogramms ABED die Richtung und Geschwindigkeit der zusammengesetzten Bewegung ausdrücken. Denn geben Sie einer auf AB liegenden beweglichen Linie die eine Bewegung nach AD, oder lassen Sie jeden Punkt dieser Linie die Geschwindigkeit und Richtung AD haben; und Sie sehen leicht, wenn die Bewegung eine Sekunde lang unverändert bleibt, und AD durch die Punkte F, G und H z. B. in vier gleiche Theile getheilt wird, daß jene Linie längs der AD immer parallel mit sich selbst fortgehn, und nach $\frac{1}{4}$ Sekunde in FP, nach $\frac{1}{2}$ Sekunde in GQ, nach $\frac{3}{4}$ Sekunde in HR, und am Ende der Sekunde in DE seyn wird. Nehmen Sie ferner an, daß zugleich auf dieser Linie

ein Punkt aus A mit der unveränderten Bewegung AB eine Sekunde lang fortgeht, und daß AB durch die Punkte C, I und L ebenfalls in 4 gleiche Theile getheilt wird; so wird der bewegte Punkt sich in $\frac{1}{4}$ Sekunde um AC, in $\frac{1}{2}$ Sekunde um AI, in $\frac{3}{4}$ Sekunde um AL, und in einer ganzen Sekunde um AB, von A entfernen. Ziehn Sie also auf FP, GQ, HR die Linien CM, IN, LO mit AD parallel, so muß der bewegte Punkt, wegen der Bewegung der Linie AB, am Ende von $\frac{1}{4}$ Sekunde in M, am Ende von $\frac{1}{2}$ Sekunde in N, am Ende von $\frac{3}{4}$ Sekunde in O, und am Ende der ganzen Sekunde in E seyn. Alle diese Oerter aber, als A, M, N, O, E liegen, Sie mögen AD und AB in so viele gleiche Theile theilen, als Sie wollen, allezeit in einer und ebenderselben geraden Linie AE, weil sich immer AC: CM, AI : IN, AL : LO, so wie AB : BE verhält. Da nun auch die Stücke AM, MN, NO, OE einander gleich sind, und also die Bewegung durch AE, die eine Sekunde dauert, gleichförmig ist, so drückt AE nicht nur die Richtung, sondern auch die Geschwindigkeit der zusammengesetzten Bewegung aus. Diese Geschwindigkeit ist also allezeit kleiner, als die Summe der Geschwindigkeiten der einfachen Bewegungen. Denn die Diagonale AB ist immer kleiner, als die Summe der Seiten AB + BE. Sind z. B. die Winkel AEB und ABE gleich, so ist sie so groß, als AB. *

So kann man, wenn in einem Körper mehrere Bewegungen vereinigt sind, in allen Fällen, die Geschwindigkeit und Richtung der zusammengesetzten Bewegung, für einen gewissen Zeitpunkt, bestimmen. Verändern sich aber nachher

die einfachen Bewegungen, so müßte man ihre Zusammensetzung für jeden folgenden Zeitpunkt, nach Beschaffenheit der Richtungen und Geschwindigkeiten, die sie nach und nach haben, wiederholen, wenn man die Veränderungen der zusammengesetzten Bewegung bestimmen wollte. Indessen kann man auch ohne dieses Mittel den Einfluß erkennen, den die Veränderungen der einfachen Bewegungen auf die zusammengesetzte Bewegung haben, wenn jene nur immer einerley Richtung behalten. Denn in diesem Falle sey AD (Fig. 26) der Raum, der bloß mit der einen Bewegung in einer gewissen Zeit, und AB derjenige, welcher bloß mit der andern einfachen Bewegung in derselben Zeit beschrieben werden würde; und Sie sehen leicht, daß ein Punkt, der beide Bewegungen zugleich hat, am Ende jener Zeit, in E seyn müsse. Wissen Sie nun die Räume AF und AC, AG und AI, AH und AL, die zugleich in gleichen Zeittheilen beschrieben werden, so lassen sich die Punkte M, N, O auf eine ähnliche Art bestimmen, es mögen nun die Stücke AF, FG, GH, HD, und die ähnlichen Theile von AB, einander gleich seyn, oder nicht.

Wenn die beiden einfachen geradlinichten Bewegungen nach AD und AB sich auf eine ähnliche Art verändern, das heißt: wenn die Räume, durch welche beide zugleich gehen, wie AF und AC, FG und CI, GH und IL, HD und LB, immer einerley Verhältniß unter einander haben, so liegen die Punkte M, N, O allezeit in der geraden Linie AE, weil alsdann AC zu AF oder zu CM so ist, wie AI : IN, wie AL : LO, wie AB : BE, u. s. w. es mögen übrigens die Stücke AF, FG, GH, HD, und die ähn-

lichen Stücke von AB, einander gleich seyn, oder nicht.[5] Verändern sich aber beide einfache Bewegungen auf eine unähnliche Art, wird die eine stärker beschleunigt, als die andre, oder wird nur die eine beschleunigt, die andre aber nicht, u. s. w. so ist der Weg der zusammengesetzten Bewegung nie eine gerade, sondern gewöhnlich eine krumme Linie.

Unter den Bewegungen, die sich auf eine ähnliche Art verändern, sind vorzüglich die gleichförmig beschleunigten merkwürdig. Wenn Sie sich zwey solche Bewegungen vorstellen, die zugleich anfangen, und deren die eine im ersten Augenblicke durch den Raum n, die andre durch r geht; so geht jene im zweyten gleichen Augenblicke durch 3 n, diese durch 3 r; im dritten gleichen Augenblicke geht jene durch 5 n, diese durch 5 r; u. s. w. mit einem Worte: die Räume, durch welche beide zugleich gehn, verhalten sich immer, wie n : r, und die Bewegungen verändern sich also auf eine ähnliche Art. Wenn daher zwey gleichförmig beschleunigte Bewegungen, die geradlinicht, und nach AB und AD gerichtet sind, zugleich in einem Punkte A anfangen, so geht dieser immer in der geraden Linie AE fort. Und da AM zu AC sich, wie MN : CI, wie NO : IL, wie OE : LB, verhält; so verändert sich auch die zusammengesetzte Bewegung auf eine ähnliche Art, wie die einfache nach AB. Sie ist also ebenfalls gleichförmig beschleunigt, und es bewegt sich daher ein Punkt, in welchem zwey gleichförmig beschleunigte Bewegungen nach den Richtungen AB und AD zugleich entstehn, eben so, als wenn er nur eine einzige gleichförmig beschleunigte geradlinichte Bewegung nach der Diagonale AE erhielte, die in derselben Zeit durch AE geht, in welcher die eine einfache Bewegung AB, die andre AD, beschreibt.

Wenn aber z. B. eine geradlinichte gleichförmige Bewegung, die nach AD geht, (Fig. 27) mit einer geradlinichten gleichförmig beschleunigten, die nach AB gerichtet ist, verbunden wird, so geht die erstre in gleichen Zeiten durch die gleichen Räume AF, FG, GD, die andre aber zugleich durch ungleiche Räume AC, CI, IB. Es ist nämlich $CI = 3AC$, $IB = 5AC$ u. s. w. Der Punkt geht also mit der zusammengesetzten Bewegung in einer krummen Linie AMNE fort. Wenn man die Zeit, in welcher AC oder AF beschrieben wird, t, und die zu irgend andern zweyen übereinstimmenden Räumen, als AI und AG, gehörige Zeit T nennt, so ist bey der gleichförmigen Bewegung $AF : AG = CM : IN = t : T$, und bey der gleichförmig beschleunigten $AC : AI = t^2 : T^2 = CM^2 : IN^2$. Nennt man daher das beständige Verhältniß $AC : CM^2$, $1 : p$; so wird überhaupt $1 : p = AI : IN^2 = AB : BE^2$, und daher $IN^2 = p \cdot AI$ und $BE^2 = p \cdot AB$. Durch diese Gleichung läßt sich jeder Punkt der krummen Linie AMNE bestimmen, welche eine Parabel ist [4] (III. Einleit. 224).

Anmerkungen.

1. Man hat Maschinen mit großen Treträdern, in welchen Menschen gehn, um auf diese Art die Räder zu drehn. Ist nun eine solche Maschine gehörig im Gange, so geht der Umfang des Rades so geschwinde herunter, als die Menschen darin heraufsteigen. Daher scheinen diese, in Ansehung der festen Theile des Gebäudes, in welchem die Treträder hängen, sich gar nicht aus ihrem Orte zu bewegen, weil sie zwey gleiche einander gerade entgegengesetzte Bewegungen zugleich haben.

2. Wenn AB und AD (Fig. 141) zwey ähnliche Bewegungen vorstellen, das ist: solche, die sich entweder gar nicht, oder auf eine ähnliche Art verändern, und man beschreibt das Parallelogramm ABED nebst der Diagonale AE, so stellt diese die Richtung und Größe der zusammengesetzten Bewegung vor, welche allemal den beiden einfachen AB und AD ähnlich ist. Es sey $AB = a$, $AD = b$ und der Winkel BAD oder $EDC = p$. Man ziehe EC senkrecht auf die verlängerte AD, so ist $AE^2 = AC^2 + CE^2 = AD^2 + 2AD.DC + DC + CE^2 = AD^2 + 2AD.DC + DE^2$. Nun ist $AD = b$, $DE = AB = a$, $\sin. DEC = \cos. EDC = \cos. p$, und DC zu DE oder AB, wie $\cos. p . 1$. Also wird $AE = \sqrt{(a^2 + b^2 + 2ab . \cos. p)}$. Nennt man nun den Winkel BAE, n, und DAE, m, so hat man auch $AE : b = \sin. p : \sin. n$ und $AE : a = \sin. p : \sin. m$, also $\sin. n = \frac{b.\sin.p}{AE}$, und $\sin. m = \frac{a . \sin. p}{AE}$. Es wird folglich $\cos. n = \sqrt{(1 - \frac{b^2.(\sin.p)^2}{AE^2})} = \sqrt{(1 - \frac{b^2(1 - (\cos.p)^2}{AE^2})}$ $= \sqrt{\frac{a^2 + 2ab . \cos. p + b^2 (\cos. p)^2}{AE^2}}$ $= \frac{a + b . \cos. p}{AE}$. Daher ist $\tang. n = \frac{\sin. n}{\cos. n}$ $= \frac{b . \sin. p}{a + b . \cos. p}$. Eben so findet man $\tang. m = \frac{a . \sin. p}{b + a . \cos. p}$.

3. Hierauf gründet sich das in der 29 Figur abgebildete Werkzeug, durch welches man die Zusam-

mensetzung der Bewegung sinnlich zu machen sucht. Es besteht aus einem glatten lothrechten Brete mit seinem Fußgestelle. In A ist ein Faden befestigt, der über eine Rolle B geht, und an seinem Ende ein Gewichtchen D trägt. Die Rolle B ist auf zweyen horizontal gespannten Messingdräthen beweglich, und man zieht sie bey E, von A nach C, durch einen besondern Faden, der über die Rolle C geht. Indem man aber zieht, steigt das Gewichtchen D, welches eine lothrechte und wagrechte Bewegung zugleich hat, in der Diagonale DC herauf. Es wird nämlich durch den Faden EC wagrecht, und durch den festen Punkt bey A und die Rolle B zugleich lothrecht gezogen, beide Bewegungen aber sind so verbunden, daß die Räume, durch welche sie zugleich gehn, immer einerley Verhältniß gegen einander haben. Daher steigt D in einer geraden, und nicht in einer krummen Linie hinauf, wenn gleich seine Bewegung sehr ungleichförmig ist.

4. Wenn von der Spitze des Mastes eines schnell fortsegelnden Schiffs eine Kugel gerade herunter fiele, so würde sie, in Ansehung des Schiffes, eine gerade lothrechte, in Ansehung aber der festen Körper an den Küsten, eine parabolische Linie beschreiben, weil sie zugleich die gleichförmige Bewegung des Schiffes und die Bewegung des freyen Falles haben würde, die letztre aber gleichförmig beschleunigt ist. Auf eine ähnliche Art sind alle Bewegungen auf unsrer Erde beschaffen, insofern die Erde sich selbst bewegt. Eine Kanonenkugel, die man vollkommen lothrecht in die Höhe schießt, fällt nach einiger Zeit völlig auf denselben Punkt wieder zurück, aus welchem sie aufstieg, ungeachtet die Erde indessen weiter fortgegangen ist. Denn sie hat, so wie alle Körper auf der

Erde, die Bewegung derselben, und nicht bloß diejenige, mit welcher sie aufsteigt oder niederfällt.

Sechs und zwanzigster Brief.

Die Zusammensetzung der Bewegungen, von welcher ich in meinem letztern Schreiben geredet habe, kann unter andern dazu dienen, Sie zu überzeugen, daß in jedem bewegten Körper wirklich eine neue Bewegung entsteht, so oft er seine Bewegung auf irgend eine Art verändert. Denn bleibt seine Richtung ebendieselbe, seine Geschwindigkeit aber hat in einer gewissen Zeit um einen gewissen Theil c zugenommen oder abgenommen, so ist wirklich in ihm in der gedachten Zeit die Geschwindigkeit c, entweder nach derselben Richtung, die er schon hatte, oder nach der gerade entgegengesetzten, entstanden. Hat aber der Körper im Anfange einer gewissen Zeit die Richtung ABC und die Geschwindigkeit BC, (Fig. 28) am Ende derselben hingegen die Richtung und die Geschwindigkeit BD gehabt, so ziehe man CD und beschreibe das Parallelogramm BEDC. Da die Bewegung BD aus BC und BE zusammengesetzt ist, so sehen Sie offenbar, daß in der gedachten Zeit in dem Körper die Bewegung BE nach und nach entstanden seyn, und sich mit der Bewegung, die er schon im Anfange jener Zeit hatte, vereinigt haben müsse.

Es wird Ihnen also auch jetzt leicht seyn zu begreifen, daß ein bewegter Körper seine einmal erhaltne Bewegung, ohne eine äußerliche Ursache,

eben so wenig zu ändern vermögend ist, als ein ruhender Körper sich von selbst zu bewegen anfangen kann. In beiden Fällen müssen neue Bewegungen entstehen, welche nothwendig eine gewisse äußerliche Ursache voraussetzen. Da diese allgemeine Eigenschaft der Körper, welche man ihre Trägheit (inertia) nennt, von sehr großer Wichtigkeit ist, und da man sich von ihr mehrentheils nicht ganz richtige Begriffe macht, so werde ich mit Ihrer Erlaubniß bey ihrer Entwickelung etwas umständlich seyn.

Die unbelebten Körper, von welchen eigentlich hier bloß die Rede ist, unterscheiden sich dadurch von den belebten, daß die letztern sich von selbst bewegen, in den erstern dagegen keine Bewegung, ohne eine äußere Ursache, entsteht. Wenn Sie ein Blatt Papier oder ein Buch irgendwo hingelegt haben, und es hernach an demselben Orte nicht wieder finden, so fällt es Ihnen gewiß nie ein, zu vermuthen, daß es sich von selbst wegbewegt habe, sondern Sie sind überzeugt, daß es durch einen Menschen, oder eine andre äußere Ursache, weggeschafft worden sey. Ein Automat kann zwar einige Bewegungen der Menschen und Thiere nachahmen, aber nur wenn es aufgezogen wird, und also durch eine äußere Ursache. Eine Stahlfeder bewegt sich nicht, als wenn sie durch eine äußere Ursache zusammengedrückt oder zusammengezogen worden ist. Eine Magnetnadel bewegt sich, wenn man ihr Eisen oder einen Magnet nähert, also durch eine äußere Ursache. Bey dem Stoße bringt der stoßende Körper in dem gestoßnen, und dieser in jenem, Bewegung hervor. Allemal also ist die Ursache der Bewegung von dem bewegten Körper verschieden. So verhält sich auch die Sache, wenn

wenn Körper einander auf irgend eine Art anziehn. Selbst fallende Körper werden eigentlich von der Erde angezogen, und ihre Richtung wird durch die Erde, vermittelst der Ziehkräfte ihrer Theile, also durch eine äußere Ursache, bestimmt.

Kann aber in einem ruhenden Körper, ohne eine äußere Ursache, keine Bewegung anfangen, so kann sich auch in einem bewegten, ohne eine äußere Ursache die Bewegung nicht verändern. Daraus fließt der wichtige Grundsatz: daß ein jeder Körper die Bewegung, welche er einmahl erhalten hat, so lange ohne die allergeringste Veränderung beybehält, und sich also immerfort nach einerley Richtung gleichförmig bewegt, bis eine äußere Ursache in ihn wirkt und seinen Zustand ändert. Dieser Grundsatz ist eine nothwendige Folge des andern Grundsatzes: daß nämlich kein ruhender Körper, ohne die Wirkung einer äußern Ursache, anfangen kann sich zu bewegen. Er ist aber nicht so einleuchtend, wie dieser, weil man ihn durch keine Versuche erläutern oder sinulich machen kann. Denn wenn wir einen Körper bewegen, so stoßen wir ihn entweder auf der Oberfläche eines andern Körpers fort, oder wir werfen ihn durch die Luft. In beiden Fällen wirken beständig verschiedne äußere Ursachen auf ihn, so lange er sich bewegt. Die Reibung oder der Widerstand der Luft schwächen seine Bewegung beträchtlich, und die Schwere verändert nicht nur seine Geschwindigkeit, sondern oft auch die Richtung. Mit einem Worte: wir können auf der Erde einen bewegten Körper nie in die Umstände setzen, daß nicht äußere Ursachen, während seiner Bewegung, auf ihn wirken sollten. Nur bey den himmlischen Körpern kommt weder Reibung noch Widerstand des Mittels in einige Betrachtung und

daher bleiben ihre Bewegungen auch immer von gleicher Stärke.

Newton hat die Eigenschaft der Körper, von welcher ich hier rede, zuerst deutlich entwickelt, und ihr den Namen der Trägheit gegeben, dadurch aber verschiedne Mißdeutungen veranlaßt. Denn bald glaubte man, daß die Körper, als träge Wesen, mehr zur Ruhe als zur Bewegung geneigt wären; bald hielt man die Trägheit für eine Kraft, mit welcher die Körper jeder Veränderung widerständen, so wie etwa ein Gewicht der Bewegung nach oben zu widersteht. Aber alle dergleichen Vorstellungen sind unrichtig, und ein Körper ist gegen Ruhe und Bewegung ganz gleichgültig. Er ist zu der einen nicht mehr geneigt als zu der andern, und widersteht durch seine Trägheit der einen so wenig als der andern. Im Grunde ist die Trägheit der Körper nichts weiter, als eine nothwendige Folge jenes allgemeinen Naturgesetzes, welches auch zuerst Newton in die Mechanik eingeführt hat, daß nämlich eine jede Wirkung mit einer gleichen und entgegengesetzten Gegenwirkung verbunden ist. Denn kann in der Natur keine Veränderung in einem Körper ohne eine gleiche und entgegengesetzte Veränderung in einem andern Körper entstehn, so ist die eine die Ursache der andern, die Größe der einen richtet sich nach der Größe der andern, und es hat also jede Veränderung, die in einem Körper anfängt, eine äußere Ursache.

Von den beiden Körpern, deren Zustand zugleich und gleich stark, aber auf eine entgegengesetzte Art, verändert wird, gedenken wir uns den einen als wirkend, den andern als leidend; und die Eigenschaft des erstern, daß er wirken, daß er Bewegung hervorbringen kann, nennen wir die Kraft. Ein jeder Körper wirkt mit einer gewissen Kraft, das

heißt: er bringt in einer gewissen Zeit eine gewisse Bewegung hervor. Es giebt also keine stoßende, ziehende oder sonst auf irgend eine Art wirkende Kräfte. Denn ein Ding, welches zieht, stößt, oder sonst wirkt, muß wirklich vorhanden seyn; die Kraft aber ist bloß eine Eigenschaft wirklich vorhandner Dinge. So zieht das Pferd den Wagen mit einer gewissen Kraft, der Mensch wirft einen Stein mit einer gewissen Kraft fort, u. s. w. Man kann aber nicht sagen: die Kraft des Pferdes ziehe den Wagen, oder die Kraft des Menschen werfe den Stein. Hätte man auf diesen Unterschied zwischen der wirkenden Ursache und ihrer Kraft in der Mechanik allezeit die gehörige Rücksicht genommen, so würde man sich viele Irrthümer und manche unnöthige Streitigkeiten erspart haben.

Je länger eine gewisse Ursache wirkt, um desto größer wird die Bewegung, welche sie hervorbringt, wenn sie anders immer nach einerley Richtung wirkt. Denn in diesem Falle geht der leidende Körper mit der Summe der erzeugten Bewegungen fort. Nehmen Sie also an, daß die Kraft der wirkenden Ursache eine gewisse Zeit hindurch ganz unverändert bleibt, daß sie folglich immer einerley Größe und Richtung behält, so muß der bewegte Punkt, nach 2 Sekunden der Wirkung, zwey Mahl, nach 3 Sekunden drey Mahl, nach 4 Sekunden vier Mahl u. s. w. so viele Geschwindigkeit haben, als er nach der ersten Sekunde hatte, weil wirklich in ihm in jeder Sekunde eine neue und gleiche Bewegung entsteht, alle diese Bewegungen aber gleiche Richtungen haben, und der Punkt sich daher, vermöge seiner Trägheit, mit ihrer Summe bewegt. Seine Bewegung muß also gleichförmig beschleunigt seyn, wenn sonst, wie ich hier immer annehme, keine andere äußere Ursache da ist,

wodurch sie geschwächt oder sonst verändert wird. In diesem Falle sagt man, daß jene Ursache gleichförmig oder mit gleichförmiger Kraft wirke. Eine gleichförmige Kraft muß also immer eine gleiche Richtung und Größe behalten, und jede gleichförmig beschleunigte Bewegung, die immer in einer geraden Linie fortgeht, setzt eine gleichförmige Kraft voraus, durch welche sie erzeugt wird.

Je größer die Bewegung ist, welche in einer gewissen Zeit erzeugt worden ist, um desto größer muß auch die zu ihrer Erzeugung nöthige Kraft gewesen seyn. Gleichförmige Kräfte also, die ihre Größe nie ändern, verhalten sich beständig, wie die Bewegungen, welche durch sie in gleicher Zeit, z. B. in einer Sekunde, erzeugt werden. Wenn daher in einem Punkte, während einer Sekunde, durch die gleichförmige Kraft 1, die Geschwindigkeit 1, und durch die gleichförmige Kraft f die Geschindigkeit k erzeugt wird, so ist $1 : f = 1 : k$, und $f = k$. Erhält nun der Punkt durch die Kraft f, in t Sekunden, die Geschwindigkeit c; so hat man, weil seine Bewegung gleichförmig beschleunigt ist, $1 : t = k : c$, also $k = \frac{c}{t}$. Daher ist überhaupt die Kraft $f = \frac{c}{t}$.

Ein bewegter Punkt, in welchen gar keine äußere Ursache wirket, geht immer in gerader Linie gleichförmig fort, weil er seine Bewegung von selbst nicht im geringsten ändern kann. Aendert er sie aber, es sey in Ansehung der Geschwindigkeit, oder der Richtung, so ist das der sicherste Beweis, daß äußere Ursachen in ihn wirken. Alle ungleichförmige Bewegungen setzen daher gewisse Kräfte voraus, ohne welche sie nicht bestehen können, aber bloß bey den gleich-

förmig beschleunigten, die immer einerley Richtung behalten, sind diese Kräfte gleichförmig.

Man kann die gleichförmigen Kräfte eben so zusammensetzen, wie die Bewegungen. Wenn sie einerley Richtung haben, und durch die eine f die Geschwindigkeit k, durch die andere F die Geschwindigkeit K, in einer Sekunde erzeugt wird, so hat der bewegte Punkt, am Ende der ersten Sekunde, die Geschwindigkeit $k + K$, am Ende der zweyten $2k + 2K$, der dritten $3k + 3K$ u. s. w. mit einem Worte, er bewegt sich gleichförmig beschleunigt in einer geraden Linie, als wenn er durch eine gleichförmige Kraft V die $= f + F$ ist, fortgetrieben würde. Denn da $f = k$ und $F = K$ ist, so muß auch $V = k + K = f + F$ seyn. Eben so läßt sich zeigen, daß man den Unterschied zweyer gerade entgegengesetzter gleichförmiger Kräfte nehmen müsse, um die zusammengesetzte Kraft zu erhalten, und daß also zwey gleiche gerade entgegengesetzte gleichförmige Kräfte einander gleichsam vernichten.

Hat aber die eine gleichförmige Kraft f die Richtung AD (Fig. 26) die andere F die Richtung AB, und gehn die durch beide besonders erzeugten Bewegungen in einer Sekunde durch AD und AB; so ist $k = 2AD$, und $K = 2AB$, wenn AD und AB in einer Sekunde durchlaufen werden. *) Nun geht alsdann der bewegte Punkt, wenn beide Bewegungen in ihm vereinigt sind, in einer Sekunde gleichförmig beschleunigt durch AE; eben so, als wenn er bloß mit einer nach AE gerichteten gleichförmigen Kraft V, die sich zu f, wie $AE : AD$ und zu F, wie $AE : AB$ verhält, getrieben würde. Denn da die durch V in einer Sekunde erzeugte Geschwindigkeit $= 2AE$ ist,

*) Man sehe den vier und zwanzigsten Brief.

so ist auch $V = 2AE$ und $V : f = 2AE : 2AD = AE : AD$. Man kann also in allen Fällen, anstatt der vereinigten Kräfte nach AB und AD, die einzige Kraft nach der Diagonale AE setzen. [a]

Anmerkungen.

1. Man nennt die gleichförmige, und überhaupt eine jede Kraft, die, wie die Kraft der Schwere und jede andre gleichförmige Kraft, immer gleich groß bleibt, der Körper, welcher durch sie bewegt wird, mag ruhen oder in Bewegung seyn, eine absolute Kraft, und setzt sie der relativen Kraft entgegen, die sich, nach Beschaffenheit der Bewegung des Körpers, verändert. So ist die Kraft, mit welcher wir einen Körper fortschieben oder fortstoßen, relativ. Denn sie wird um desto kleiner, je stärker der Körper sich fortbewegt und dem Stoße ausweicht.

Uebrigens ist die Formel $f = \frac{c}{t}$ vollkommen richtig, wenn man annimmt, daß durch die gleichförmige Kraft 1, in 1 Sekunde, die Geschwindigkeit 1 erzeugt wird. Da wir aber den deutlichsten Begriff von der Kraft der Schwere haben, welche gleichförmig ist, so thut man am besten, wenn man diese 1 nennt, und jede andre gleichförmige Kraft mit ihr vergleicht. Es treibt aber die Schwere auf der Erde alle Körper, wenn ihrer Bewegung nichts widersteht, oder wenn sie in einem leeren Raume fallen, in der ersten Sekunde durch einen gewissen Raum g, der sich durch Versuche genau bestimmen läßt. Sie bringt also in dieser Zeit in ihnen die Geschwindigkeit 2 g hervor. Daher ist $2g : k = 1 : f$, und $f = \frac{k}{2g} = \frac{c}{2gt}$ oder

$2gtf = c$. In einem unendlich kleinen Zeittheile dt wird mit der Kraft f die unendlich kleine Geschwindigkeit dc hervorgebracht. Daher ist auch $2gfdt = dc$.

Wenn a die Höhe ist, durch welche ein schwerer Körper aus der Ruhe im leeren Raume fallen muß, um die Geschwindigkeit c zu erlangen, so ist $4g^2 : c^2 = g : a$. Denn $2g$ ist die in einer Sekunde durch den Raum g, und c die in einer andern Zeit, durch den Raum a erlangte Geschwindigkeit, die Räume aber verhalten sich bey allen gleichförmig beschleunigten Bewegungen, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Also wird $\frac{c^2}{4g} = a$. Es ist aber auch, wenn durch die gleichförmige Kraft f die Geschwindigkeit c in der Zeit t erlangt, und der bewegte Körper durch den Raum s getrieben wird, $\frac{1}{2}ct = s$, oder $ct = 2s$. Also wird auch $\frac{s^2}{gt^2} = a$ oder $\frac{s^2}{a} = gt^2$. Nun ist $2gtf = c$. Also wird $\frac{2s^2f}{at} = c$ oder $2s^2f = act$ folglich $fs = a$; oder wenn s der Raum ist, durch welchen ein Punkt mit der Kraft f getrieben werden muß, um die Geschwindigkeit c zu erlangen, und a die Höhe, durch welche ein schwerer Körper fallen muß, um dieselbe Geschwindigkeit c zu erhalten, so verhalten sich beide Räume umgekehrt, wie die beiden gleichförmigen Kräfte, nämlich f und die Kraft der Schwere 1. Ist also die Geschwindigkeit c unendlich klein, so sind auch s und a nur Differenziale, und man erhält $fds = da$.

2. Wenn daher eine gleichförmige Kraft nach AB (Fig. 141) = a, die andre nach AD = b, und der Winkel BAC, den beider Richtungen einschließen,

$= p$ ist, so ist die zusammengesetzte gleichförmige Kraft $AE = \sqrt{(a^2 + b^2 + 2ab. \cos. p)}$, und die Winkel, welche ihre Richtung mit den Richtungen der einfachen Kräfte einschliesst, erhält man durch die Formeln: $\text{tang. } n = \frac{b. \sin. p.}{a + b. \cos. p}$; $\text{Tang. } m = \frac{a. \sin. p.}{b + a. \cos. p.}$, indem n den Winkel B A E, und m den Winkel D A E bedeutet. (25. Brief 2. Anmerkung.)

Sieben und zwanzigster Brief.

Ich habe bisher bloß von Kräften geredet, durch welche einzelne Punkte oder Elemente der Körper in Bewegung gesetzt werden. Man nennt dergleichen Elementarkräfte, sie mögen gleichförmig seyn oder nicht, auch Beschleunigungskräfte (vires acceleratrices). Die Totalkräfte hingegen, durch welche ganze Körper bewegt werden, heißen auch Bewegungskräfte (vires motrices). Die Größe der erstern hängt lediglich von der in einer gewissen Zeit erzeugten Geschwindigkeit ab; es mögen übrigens die bewegten Punkte zu dichten oder zu lockern Körpern gehören. So verhält sich die Elementarkraft der Schwere, welcher alle andre Elementarkräfte ähnlich sind. An jedem Orte der Erde fallen, wie Sie wissen, die lockersten und die dichtesten Körper in einer gleichen Zeit gleich tief und mit gleichen Geschwindigkeiten. Wenn bloß gleich dichte Körper von verschiedner Größe und Masse

gleich geschwinde fielen, so würde daraus noch nicht folgen, daß die Dichtigkeit und Lockerheit der Körper, in Ansehung der Elementarkräfte, etwas ganz Gleichgültiges wäre. Denn verschiedne gleich dichte Stücke von Bley z. B. müßten unfehlbar an jedem Orte der Erde, wo die Schwere immer mit gleichen Elementarkräften wirkt, gleich geschwinde fallen, auch wenn sie nicht zusammenhingen, sondern in viele Theile getrennt wären, wenn gleich die Größe der Bewegung der körperlichen Elemente, und folglich auch die Größe der Kraft, durch welche jene Bewegung erzeugt wird, von ihrer Dichtigkeit abhinge. Da aber die Erfahrung lehrt, daß nicht bloß gleich dichte Körper, sondern die lockersten so gut, wie die dichtesten, an jedem Orte der Erde gleich geschwinde fallen, so ist dieses ein augenscheinlicher Beweis, daß die Elemente aller Körper sich gegen die Bewegung auf gleiche Art, und so, als wenn sie alle gleich dicht wären, verhalten. Wird in der Zeit t die Geschwindigkeit c erzeugt, so ist der Quozient $\frac{c}{t}$ bey allen Körpern immer von einerley unveränderlichen Größe. Da nun auch die Elementarkraft der Schwere, durch welche jene Geschwindigkeit erzeugt wird, sich immer gleich bleibt, so kann man jenen Quozienten mit Recht als das richtige Maß dieser Kraft ansehn; und daher finden alle in meinem letztern Schreiben gegebne Formeln und Gleichungen allemal Statt, wenn von gleichförmigen Elementarkräften die Rede ist.

Aber ganz anders verhalten sich die Totalkräfte; und die Dichtigkeit der Körper hat auf ihre Größe einen sehr starken Einfluß. Um dieses deutlich einzusehn, müssen wir die Bewegung ganzer Körper etwas umständlich betrachten. Die einfachste Bewe-

gung, welche überhaupt ein ganzer Körper haben kann, ist die, wenn alle seine Punkte immer in parallelen Linien und mit gleicher Geschwindigkeit fortgehn, oder, welches einerley ist, wenn alle seine Theilchen in jedem Zeitpunkte einerley Richtung und Geschwindigkeit haben; weil man parallele Richtungen mit Recht als einerley ansieht. Eine solche Bewegung heißt eine fortgehende (motus progressionis), und wir finden sie sehr häufig besonders bey allen festen Körpern, wenn sie z. B. frey fallen oder fortgeschoben werden. Sie ist so einfach, daß man die Bewegung des ganzen Körpers kennt, sobald man die Bewegung irgend eines seiner Punkte weiß. Je größer die Geschwindigkeit eines und ebendesselben Körpers ist, um desto stärker verändert er seinen Ort in einer gewissen Zeit, um desto größer ist seine Bewegung. Vergleichen Sie aber die Bewegungen verschiedner Körper, die mit gleicher Geschwindigkeit fortgehn, so müssen Sie nothwendig auf die Menge der körperlichen Theile Rücksicht nehmen, die jeder von ihnen enthält. Sie macht dasjenige aus, was man die Masse des Körpers nennt. Da jedes dieser Theilchen sich wirklich bewegt, so ist die Veränderung des Orts des ganzen Körpers, bey einer gleichen Geschwindigkeit, in einer gewissen Zeit, offenbar um desto größer, je mehrere Theilchen er in seinem Umfange enthält, oder je größer seine Masse ist. Folglich verhält sich in diesem Falle die fortgehende Bewegung, wie die Masse. Stellen Sie sich verschiedne gleiche Massen vor, die alle mit gleichen Geschwindigkeiten fortgehn, so werden unstreitig die Bewegungen aller dieser Massen einander völlig gleich seyn. Die Summe also der Bewegung zweyer Massen ist zwey Mal, dreyer drey Mal u. s. w. so groß, als wie die Bewegung einer einzelnen Masse. Da

es nun, wenn verschiedne Körper neben einander gleich geschwinde fortgehn, darauf gar nicht ankommt, ob die Körper zusammenhängen oder getrennt sind, so folgt, daß bey gleichen Geschwindigkeiten die fortgehende Bewegung der doppelten Masse zwey Mal, die der einfachen drey Mal u. s. w. größer ist, als die der einfachen, und daß also überhaupt sich die fortgehende Bewegung, wie das Produkt aus der Masse in die Geschwindigkeit des bewegten Körpers, verhält. [1]

Sie sehen hieraus, wie viel bey der Bewegung der Körper auf ihre Dichtigkeit ankommt. Wenn Sie einen Kubikfuß Luft in einen halb so großen Raum zusammendrängen, so wird sie noch einmal so dicht, und dagegen noch einmal so locker, wenn Sie dieselbe Masse in einen noch einmal so großen Raum ausdehnen. Ueberhaupt ist jeder Körper, so wie die Luft, um desto dichter, je mehrere Theilchen er enthält, oder je größer seine Masse, und je kleiner zugleich sein Umfang ist. Daher verhält sich überhaupt die Dichtigkeit gerade wie die Masse, und umgekehrt, wie der Umfang der Körper, und Sie sehen hieraus augenscheinlich, daß ein großer, aber lockrer Körper, bey einer gleichen Geschwindigkeit, oft eine kleinere Bewegung haben kann, als ein kleiner und dichter. Da nun die gleichförmige Kraft, durch welche eine gewisse Bewegung erzeugt wird, sich überhaupt allemal gerade wie die erzeugte Bewegung, und umgekehrt wie die Zeit verhält, in welcher sie erzeugt wird, oder mit andern Worten: da sie um desto größer ist, je größer die erzeugte Bewegung, und je kürzer die Zeit ist, in welcher sie erzeugt wird, so sehen Sie leicht, in wiefern die Größe einer gleichförmigen Totalkraft von der Masse und der Dichtigkeit des bewegten Körpers abhängt.

Hat dieser die Masse m, und ist in ihm in der Zeit t eine fortgehende gleichförmige beschleunigte Bewegung von der Geschwindigkeit c erzeugt worden, so ist erstlich die erzeugte Bewegung $= mc$, und zweytens die gleichförmige Totalkraft F, durch welche jene Bewegung in der Zeit t erzeugt worden ist, $= \frac{mc}{t}$. Um sich hiervon noch mehr zu überzeugen, nennen Sie die Geschwindigkeit, welche durch die Totalkraft F in einer Sekunde erzeugt wird, k, so ist $1 : t = k : c$, weil die erzeugte Bewegung gleichförmig beschleunigt ist. Dadurch wird $k = \frac{c}{t}$. Ist nun eine andre gleichförmige Totalkraft 1 vorhanden, durch welche in einer Sekunde die Geschwindigkeit 1 in der Masse 1 entsteht, so verhalten sich offenbar beide Totalkräfte, wie die durch sie in gleicher Zeit erzeugten Bewegungen. Also ist $1 : F = 1 : mk$, und $F = mk = \frac{mc}{t}$. [2]

Die Kraft, mit welcher die Erde alle Körper anzieht, die uns umgeben, die Kraft der Schwere, ist eine gleichförmige Kraft, und ich behalte mir vor Ihnen in der Folge die Erfahrungen mitzutheilen, welche dieses beweisen. Ueberdieses haben alle frey fallende feste Körper fortgehende Bewegungen. Folglich ist die Totalkraft, mit welcher jeder von ihnen heruntergetrieben wird, $= \frac{mc}{t}$, wenn m die Masse des fallenden Körpers, und c die Geschwindigkeit ist, die er in der Zeit t durch den freyen Fall erhält. Da nun alle Körper im leeren Raume gleich geschwinde fallen, und daher $\frac{c}{t}$ eine beständige und unverän-

derliche Grösse ist, so folgt, daß die Totalkraft der Schwere F, welche man auch das Gewicht der Körper nennt, sich allemal wie m, oder wie die Masse der Körper, verhält.

Wenn wir einen schweren Körper auf der Hand halten, so fühlen wir es, daß er in jedem Augenblicke zu fallen anfängt, und daß wir gegen ihn wirken müssen, um seinen Fall zu verhindern, mit einem Worte: wir fühlen seinen Druck. Dieser Druck verhält sich allemal, wie sein Gewicht, weil wir den Fall des ganzen Körpers verhindern oder vernichten, weil wir in dem ganzen Körper eine Bewegung hervorbringen müssen, die der durch die Schwere erzeugten Bewegung gerade entgegengesetzt und gleich ist. Da wir nun den Druck verschiedner Körper, folglich auch ihr Gewicht, vergleichen können, so giebt uns diese Vergleichung ein leichtes Mittel an die Hand um uns auch von den Massen der Körper, und von ihren Dichtigkeiten oder vielmehr von den Verhältnissen der Massen und Dichtigkeiten, deutliche Begriffe zu machen. Denn es ist, wie ich Ihnen gezeigt habe, gewiß, daß die Masse eines jeden Körpers sich immer, wie sein Gewicht, verhält.

Die Alten glaubten, daß ein Körper von einem grössern Gewichte, nach dem Verhältnisse, in welchem er schwerer ist, auch schneller fallen müsse, als ein leichtrer. Sie sahen nämlich bey der Schätzung der fortgehenden Bewegung bloß auf die Geschwindigkeit, und vergaßen die Masse. Sie erwogen nicht, daß die fortgehende Bewegung eines Körpers von zweyen Pfunden doppelt so groß ist, als die von einem Pfunde mit gleicher Geschwindigkeit; daß viel mehrere Kraft dazu gehört, einen schweren Stein, wenn gleich langsam, fortzubewegen, als ein leichtes Stückchen Holz fortzuwerfen. Hätten sie hierauf

Rücksicht genommen, so würden sie leicht eingesehen haben, daß ein Gewicht von zweyen Pfunden im leeren Raume nicht schneller fallen kann, als eins von einem Pfunde.* Denn eben weil zwey Pfunde doppelt so viele Masse haben, als eines, so gehört auch doppelt so viele Kraft dazu, um in zweyen eben dieselbe Geschwindigkeit in gleicher Zeit zu erzeugen, als in einem.

Wenn Sie den Ausdruck, den wir für die Totalkraft F gefunden haben, mit dem Ausdrucke für die Elementarkraft f vergleichen, so werden Sie finden, daß jener sich in diesen verwandelt, wenn man $m = 1$ setzt. Dieses kommt daher, daß die Elemente aller Körper, wie ich schon oben bemerkt habe, sich vollkommen eben so verhalten, als wenn sie alle gleich dicht oder von gleichen Massen wären. Indessen müssen Sie das, was ich hier von den Elementen oder den ersten Bestandtheilen der Körper sage, nicht auf ihre kleinern Theilchen ausdehnen, die immer schon aus unzähligen Elementen zusammengesetzt sind, also sich auch durch ihre Massen von einander unterscheiden, und sich deßhalb gegen die Bewegung eben so verhalten, wie die größern Körper.

Jede Totalkraft ist unendlich größer, als die Elementarkraft. Denn sie ist die Summe aller Elementarkräfte, deren es so viele giebt, als Elemente, das ist: in jedem Körper unendlich viele. Wenn man eine Totalkraft kennt, so erhält man bey fortgehenden Bewegungen die Elementarkraft aus ihr, wenn man sie durch die Masse theilt. Da man aber diese nicht anders, als durch das Gewicht des Körpers ausdrücken kann, so theilt man die Totalkraft eines Körpers mit seinem Gewichte, um die Elementarkraft zu erhalten. So wird, wie Sie leicht sehn, die

Elementarkraft der Schwere die Einheit, auf welche man alle andre ähnliche Kräfte bezieht.[3]

Wenn eine Ursache nicht immer nach einerley Richtung, oder bald stärker bald schwächer in einen Körper wirkt, so ist ihre Kraft ungleichförmig, und die Bewegung des Körpers, wenn sie immer in gerader Linie fortgeht, nicht gleichförmig beschleunigt. Da aber eine jede merkliche Veränderung eine merkliche Zeit erfordert, und man die Zeit ohne Ende fort theilen kann, so ist auch die Veränderung einer Kraft in einem unendlich kleinen Augenblicke nur unendlich klein. Man kann also ohne den allergeringsten Irrthum annehmen, daß eine jede wenn gleich noch so ungleichförmige Kraft, während eines unendlich kleinen Augenblicks, ganz unverändert oder gleichförmig bleibt.[4]

Anmerkungen.

1. Gesetzt es haben zwey Körper, von einer gleichen Masse m, die fortgehenden Bewegungen N und O; der erste gehe mit der Geschwindigkeit c, der andre mit k fort, so ist $N : O = c : k$, weil die Massen gleich sind. Gesetzt ein dritter Körper von der Masse M gehe mit der Geschwindigkeit k fort, und seine Bewegung sey P, so ist, wegen der gleichen Geschwindigkeiten, $O : P = m : M$. Folglich wird $N : P = mc : Mk$ (III. Einleit. 62). Bey dieser Schätzung ist es gleichgültig ob die fortgehenden Bewegungen gleichförmig sind, oder nicht. Denn die angeführten Verhältnisse finden Statt, so lange die Körper die Geschwindigkeiten c und k haben. Sobald sie aber diese verändern, so verändern sich zugleich auch ihre Bewegungen N, O, P. Ein gleichförmig beschleunigter Kör-

per hat keinen Augenblick lang weder dieselbe Geschwindigkeit noch dieselbe Bewegung; aber dennoch verhält sich in dem Zeitpunkte, da er die Geschwindigkeit c oder k hat, seine Bewegung, wie das Produkt aus dieser Geschwindigkeit in seine Masse.

2. Hier ist eben dasselbe zu erinnern, was ich oben in der 1 Anmerk. des 26 Briefs gesagt habe. Man kann auch die Totalkraft F am besten durch $\frac{mc}{2gt}$ ausdrücken.

3. Wenn man den Ausdruck für die Totalkraft F mit m theilt, so erhält man die Elementarkraft f, und wenn man f mit m vermehrt, so bekommt man F. Es bedeutet aber m die Masse des Körpers, welche durch sein Gewicht ausgedrückt wird. Ist also von der Schwere die Rede, so wird F selbst dem Gewichte des Körpers gleich. Wenn man daher in diesem Falle F mit dem Gewichte theilt, so erhält man für die Elementarkraft der Schwere 1, welches auch mit den andern allgemeinen Ausdrücken für die Elementarkräfte übereinstimmt (26 Brief 1 Anmerk.)

4. Bey den ungleichförmigen Kräften gelten daher die oben gefundnen Ausdrücke: $2gfdt = dc$, und $fds = da$ (26 Brief 1 Anmerk.). Hat der Punkt die Geschwindigkeit c auf irgend eine Art in dem Zeitpunkte bereits erlangt, da er mit der Elementarkraft f beschleunigt oder verzögert zu werden anfängt, und würde er mit c den Raum dx in der Zeit dt zurücklegen, so ist $c = \frac{dx}{dt}$ und $dt = \frac{dx}{c}$, also $2gfdx = cdc$. Es ist aber auch $cdt = dx$,

$= dx$, und daher $dcdt = dds$, wenn man dt als beständig ansieht (III. Eipl. 244). Daher wird $dds = 2gfdt^2$. Es ist aber dc entweder positiv oder negativ, nachdem die Bewegung des Punkts durch f entweder beschleunigt oder verzögert wird.

Acht und zwanzigster Brief.

Wenn an einem Punkte E zwey gleichförmige Kräfte (Fig. 141), die sich wie EB : ED verhalten, nach den Richtungen EB und ED angebracht werden, und Sie beschreiben das Parallelogramm EBAD, so wissen Sie bereits, daß die Diagonale dieses Parallelogramms EA die Größe und Richtung der zusammengesetzten Kraft vorstellt; daß der Punkt E sich eben so verhält, als wenn er bloß mit dieser einzigen gleichförmigen Kraft EA nach EA getrieben würde. Verlängern Sie also die AE in K, und bringen Sie in E nach der Richtung EK, eine dritte gleichförmige Kraft an, die = EA ist, so muß diese mit den Kräften EB und ED im Gleichgewichte seyn, so, daß der Punkt E sich gar nicht bewegen kann. Denn es ist augenscheinlich, daß zwey völlig gleiche einander gerade entgegengesetzte Bewegungen, wenn sie in einem Punkte vereinigt werden, sich gänzlich vernichten und aufheben. Dieser Fall aber findet hier Statt, da in dem Punkte E, durch die Wirkung der Kräfte EB und ED, beständig eine gewisse Bewegung nach EA, und zugleich, durch die Wirkung der dritten Kraft, eine gleiche und gerade entgegengesetzte Bewegung nach EK anfängt.

Man kann dieses Gleichgewicht der Kräfte durch Gewichte sinnlich machen. Denn nicht nur die Totalkräfte, mit welchen die Schwere die Körper zur Erde treibt, heißen ihre Gewichte, sondern man nennt auch die Körper selbst so, insofern die Schwere mit gewissen Totalkräften in sie wirkt, weil man sich gewöhnlich diese Körper selbst als die Ursachen des Drucks, den sie ausüben, vorstellt. Wenn man also in E drey Schnüre zusammenbindet, sie nach den Richtungen EB, ED, EK über sehr bewegliche Rollen zieht, und hernach an ihren Enden Gewichte befestigt, die sich wie EB, ED, EA verhalten, so bleibt der Punkt E beständig in Ruhe, und bewegt sich weder auf die eine noch die andre Seite. Denn die Gewichte verhalten sich vollkommen, wie gleichförmige Kräfte; und die Kraft, mit welcher die Schwere alles zur Erde treibt, ist bey jedem Körper beständig ganz unveränderlich. Hiervon überzeugt uns nicht nur der gleichförmig beschleunigte freye Fall der Körper, sondern selbst die allergemeinsten Erfahrungen setzen diese Wahrheit ganz außer Zweifel, da ein jeder Körper beständig gleich stark und auf gleiche Art drückt. Indessen können auch Menschen oder Thiere, anstatt der Gewichte, an den Schnüren ziehn; wenn sie nur in dem gehörigen Verhältnisse ziehn, so bleibt E in Ruhe. Beobachtet man aber die vorgeschriebnen Verhältnisse nicht, sondern nimmt z. B. größere oder kleinere Gewichte, als man nach jenem Verhältnisse nehmen sollte, so bewegt sich E auf diese oder jene Seite. Ueberhaupt nennt man jeden Körper, es sey ein Gewicht, oder ein Mensch oder ein Thier u. s. w. insofern man ihn zum Ziehen, Stoßen u. s. w. gebraucht, um dadurch ein Gleich-

gewicht oder auch eine Bewegung in Maschinen hervorzubringen, eine Potenz.

Nennen Sie das Gewicht nach EB, P; das nach ED, Q und das nach EK, R, so daß sich P : Q = EB : ED und P : R = EB : EA verhält, und stellen Sie sich eine steife, unbiegsame aber bewegliche, immaterielle Ebne vor, in welcher die Punkte E, B, A, D liegen. Verlängern Sie in derselben die ED in H, und die EB in G, so sehen Sie leicht, daß der Punkt E auf gleiche Art gezogen wird, Sie mögen das Gewicht P in B oder G, oder in welchem Punkte der Linie EG Sie wollen, anbringen, weil alle diese Punkte zusammenhängen, und wegen der Unbiegsamkeit der Ebne weder auf die eine noch auf die andre Seite ausweichen oder sich trennen können. Etwas ähnliches kann man auch von den Gewichten Q und R sagen, und es ist also erlaubt, P in F, nach der Richtung FG; Q in I, nach der Richtung IH; und R in A, nach der Richtung AE, anzubringen. Die ganze Ebne muß offenbar, auch bey dieser Einrichtung, völlig im Gleichgewichte bleiben. Richten wir aber die Sachen auf diese Art ein, lassen wir auf BG und DH aus A die senkrechten Linien AF, AI fallen, und bringen wir P nach F, Q nach I, und R nach A; so sehen Sie leicht, daß wir die übrige unbiegsame Ebne gar nicht weiter brauchen, und daß es genug ist, wenn die Punkte F, A und I mit geraden oder krummen, steifen, unbiegsamen und immateriellen Linien verbunden sind. Solche vereinigte Linien, an welchen zwey Potenzen um einen gewissen Punkt A im Gleichgewichte sind, nennt man einen Hebel, und AF, AI sind die Arme desselben. Da DH mit BA, und DA mit BF

parallel, bey F aber und I rechte Winkel sind, so sind die Dreyecke BAF, DAI einander ähnlich. Daher ist AI : AD = AF : AB oder AI : AF = AD : AB = EB : ED = P : Q. Wenn sich also die Gewichte am Hebel umgekehrt wie die Entfernungen ihrer Richtungslinien vom Punkte A verhalten, so bleibt der ganze Hebel im Gleichgewichte, wenn anders der Punkt A nur, wie ich hier annehme mit der Kraft R in der gehörigen Richtung AE gezogen wird. Denn da AI, AF auf die Richtungslinien IH, FG der Kräfte Q und P senkrecht sind, so drücken sie die Entfernungen jener Linien von A aus *). Man nennt sie auch, der Kürze wegen, schlechthin die Entfernungen der Potenzen von A.

Der Punkt A pflegt an den Hebeln fest zu seyn, und alsdann ist es gar nicht nöthig, ihn nach AE zu ziehn, weil er der vereinigten Wirkung der Gewichte P und Q durch seine Unbeweglichkeit hinlänglich widersteht. Gewöhnlich nennt man in der Mechanik eine jede steife mathematische Linie, die sich um einen ihrer Punkte drehen kann, einen Hebel. Wenn A fest ist, wie ich künftig immer voraussetzen werde, so hat man bloß nöthig auf P und Q zu sehen. Verhält sich P : Q = AI : AF, so ist der Hebel im Gleichgewichte und kann sich nicht drehen. Sind AI und AF gerade Linien, die einen gewissen Winkel FAI einschließen, so heißt FAI ein Winkelhebel. Indessen gilt das, was ich von diesem erwiesen habe, auch vom geraden und jedem andern Hebel. Denn wenn Sie sich um E (Fig. 53), als um einen Mittelpunkt, zwey steife kreisförmige vereinigte Scheiben vorstellen, deren Umkreise durch die Endpunkte F und G des Winkelhebels GEF gehn,

*) III. Band. Einleit. 20.

so sehen Sie leicht, daß die Richtungslinien GA, FI der Kräfte P und Q, weil sie auf EG und EF senkrecht sind, jene Umkreise in G und F berühren. Es ist aber gleichviel, wenn Sie eine Scheibe um ihren Mittelpunkt drehen wollen, welchen Punkt ihres Umfanges der an ihr befestigte Faden berührt. Wenn also durch E eine wagrechte gerade Linie BC gezogen wird, und EB = EG, EC aber = EF ist; so können Sie das eine Gewicht P aus G in B, und das andre Q aus F in C versetzen, ohne daß dadurch das Gleichgewicht der Scheiben gestört wird, wenn nur die Richtungen der Kräfte auf BC senkrecht sind, und sie selbst sich, umgekehrt wie ihre Entfernungen von E, verhalten. Hängen also an dem geraden horizontalen Hebel die Gewichte P und Q, so bleibt der Hebel im Gleichgewichte, wenn P : Q = EC : EB ist.

Man sieht an jedem Hebel die eine Potenz Q gewöhnlich als eine Last an, welche die andre Potenz P erhält, daß sie nicht fallen kann. In diesem Verstande nennt man C den Ort der Last, und B den Ort der Kraft. Der dritte wesentliche Punkt eines jeden Hebels, der Drehpunkt E, ist oft bloß durch eine Unterlage (hypomochlium) befestigt. Indessen muß er immer fest seyn, wenn er nicht mit einer besondern Kraft R in die Höhe gezogen wird. Fest aber oder vielmehr unbeweglich wird ein Punkt dadurch, daß man ihn auf irgend eine Art mit der Erde verbindet, so daß er sich nicht bewegen kann, ohne der Erde seine Bewegung mitzutheilen. Denn da die Masse der Erde, in Ansehung der Masse aller Körper, die uns umgeben, unendlich groß ist, so wird auch von jeder endlichen Bewegung, die wir hervorbringen können, so bald sie sich der Masse der Erde mittheilt, die Geschwin-

digkeit unendlich klein, das heißt: sie verschwindet gänzlich, und der Körper, der sich, ohne den Zusammenhang mit der Erde, oft sehr schnell bewegt haben würde, bleibt gänzlich in Ruhe.

Bey dem Hebel hat man nicht sowohl auf die Kräfte selbst, also vielmehr auf ihre Momente zu sehn. Man nennt das Moment einer Kraft, die am Hebel angebracht ist, das Produkt aus der Kraft und aus ihrer Entfernung vom Drehpunkte. Jeder Hebel ist im Gleichgewichte, wenn die Momente der Kraft und der Last einander gleich sind. Denn wenn in A und B (Fig. 54) zwey Gewichte sind, die sich wie CB : CA verhalten, so ist, wie Sie gesehen haben, der gerade Hebel, so wie der Winkelhebel, im Gleichgewichte. Alsdann aber ist A . CA = B . CB, oder die Momente beider Gewichte, wovon das eine die Last vorstellt, sind einander gleich. Dies gilt bey beiden Arten der Hebel. Denn wenn der Drehpunkt zwischen der Kraft und Last liegt, wie ich bisher immer angenommen habe; so ist der Hebel von der ersten Art (Vectis heterodromus). Liegen aber Kraft und Last beide von einer, und der Drehpunkt von der andern Seite, so ist der Hebel von der zweyten Art (Vectis homodromus). Bey dem letztern (Fig. 55), dessen Drehpunkt in A fällt, müssen die Kraft und Last in C und B, wenn er im Gleichgewichte seyn soll, entgegengesetzte Richtungen haben, z. B. die eine nach CD, die andre nach BE. Stellen Sie sich vor, der Punkt A wäre nicht fest, sondern man hätte daselbst ein Gewicht P angebracht, welches mit dem Gewichte p in B nach einerley Richtung zöge und im Gleichgewichte wäre, indem zugleich der Punkt C nach CD, der Richtung AF oder BE entgegen, mit der Kraft P + p gezogen würde. So hätten Sie einen Hebel der ersten

Art, und es müßte, wegen des Gleichgewichts, $P . AC = p . BC$, also auch $P . AC + p . AC = p . BC + p . AC$, oder $(P + p) AC = p . AB$ seyn. Befestigen Sie nun wieder den Punkt A, und nehmen Sie sein Gewicht ab, so wird durch diese Veränderung die Ruhe des Hebels nicht gestört, und er ist jetzt ein Hebel der zweyten Art. Soll er aber im Gleichgewichte bleiben, so muß C mit der Kraft $P + p$ nach CD gezogen werden, und $(P + p) AC = p . AB$ seyn, das heißt: auch im Hebel der zweyten Art müssen die Momente der Kraft und Last, im Falle des Gleichgewichts, einander gleich seyn.

Diese Gleichheit der Momente beym Gleichgewichte findet auch alsdann noch Statt, wenn die Richtung der Kraft oder Last, oder auch beider, nicht senkrecht sondern schief auf die Arme des Hebel ist. Denn es sey (Fig. 56) ACB ein gerader Hebel, der in A nach einer auf seinen Arm AC schiefen Richtung AE gezogen wird, und in B das auf seinen andern Arm CB senkrechte Gewicht Q hat. Verlängern Sie die Linie EA in D, und ziehn Sie CD senkrecht auf sie; so ist DCB ein Winkelhebel, an welchem, wie Sie gesehen haben, das Gewicht P, nach der Richtung DAE, mit dem Gewichte Q in B im Gleichgewichte seyn wird, wenn sich $P : Q = CB : CD$ verhält. Nun sehn Sie aber leicht, wenn Sie sich wieder eine steife geometrische Ebne vorstellen, die um C gedreht werden kann, und in welcher die Linien CA, CD, CB, DE liegen, daß es ganz gleichgültig ist, in welchem Punkte der Linie DE das nach dieser Richtung ziehende Gewicht P angebracht wird. Setzen Sie es also nach A, so wird der Hebel ACB im Gleichgewichte seyn, wenn sich die Gewichte $P : Q$, wie $CB : CD$, oder umgekehrt

wie ihre Entfernungen von C, verhalten, und es sind also auch hier die Momente der Kraft und Last $P . CD$ und $Q . CB$ einander gleich, wenn der Hebel im Gleichgewichte ist.

Bemerken Sie bey dieser Gelegenheit, daß es allemal am vortheilhaftesten ist, wenn man einen Hebel im Gleichgewichte erhalten, oder ihn drehen will, der Kraft eine auf den Arm des Hebels AC senkrechte Richtung zu geben. Denn ein Gewicht p, welches in A den Hebelarm CA senkrecht nach Ae herunterzöge, würde, wenn es mit Q im Gleichgewichte wäre, immer kleiner seyn, als P, und zwar im Verhältnisse von $CD : CA$. Denn es ist $P . CD = Q . CB$, also $P = \frac{Q . CB}{CD}$. Wäre aber das nach Ae ziehende Gewicht p mit Q im Gleichgewichte, so würde $p = \frac{Q . CB}{CA}$ seyn. Also würde sich $p : P = \frac{1}{CA} : \frac{1}{CD}$ oder $= CD : CA$ verhalten; und überhaupt sehen Sie hieraus, daß die zum Gleichgewichte oder zum Drehen eines Hebels nöthige Kraft allemal am kleinsten ist, wenn sie auf den Hebelarm CA senkrecht ist.

Ein krummer Hebel läßt sich allezeit als ein gerader oder als ein Winkelhebel behandeln. Denn da er steif ist, so verhalten sich seine drey Hauptpunkte, nämlich der Drehpunkt und die Punkte der Last und Kraft eben so, als wenn sie mit geraden steifen Linien vereinigt wären. So ist der krumme Hebel AGCHB (Fig. 56) als ein gerader anzusehn, weil die Punkte A, C und B in einer geraden Linie liegen. Die Krümmung der Theile zwischen diesen

Hauptpunkten kann in den Momenten der Kraft und Last nichts verändern.

Anmerkung.

1. Wenn die eine Kraft am Hebel = a, die andre = b, und p der Winkel ist, den die Richtungen beider Kräfte mit einander einschließen, so muß, in dem Falle des wagrechten Hebels AB (Fig. 55) der in A und B lothrecht heruntergezogen wird, der Punkt C lothrecht heraufgezogen werden. Denn da hier p = o, also sin. p = o und cos. p = 1 ist, so wird tang. n und tang. m = o (25 Brief 2 Anm.), also CD mit AF und BE parallel. Die Größe der Kraft in C ist $\sqrt{(a^2 + b^2 + 2ab)} = a + b$. Aber selbst ohne Rechnung sieht man offenbar, daß der ganze Hebel mit der Kraft a + b, oder P + p, heruntergezogen wird, also mit einer gleichen Kraft heraufgezogen werden muß, wenn er in Ruhe bleiben soll.

Neun und zwanzigster Brief.

Man kann an einem Hebel viele Gewichte zugleich und überhaupt viele Potenzen anbringen, aber auch in diesem Falle muß die Summe der Momente der Kräfte der Summe der Momente der Lasten gleich seyn, wenn der Hebel im Gleichgewichte bleiben soll. Denn Sie können sich einen solchen Hebel allezeit als aus verschiednen einfachen auf einander liegenden Hebeln zusammengesetzt gedenken. Sind nun z. B.

verschiedne Kräfte da, durch welche eine Last erhalten wird, so können Sie die letztre sich in so viele Theile, als Kräfte da sind, und zwar so zerlegt gedenken, daß das Moment eines jeden Theils dem Momente einer Kraft gleich wird. Stellen Sie sich nun jede Kraft mit dem ihr zugehörigen Theile der Last an einem besondern Hebel vor, so muß ein jeder dieser einfachen Hebel also auch der ganze aus ihrer Verbindung zusammengesetzte Hebel im Gleichgewichte seyn, weil bey jedem die Momente der Kraft und Last gleich sind. Sind aber an einem Hebel auch mehrere Lasten, so stellen Sie sich Anfangs nur eine einzige vor, die mit den sämmtlichen Kräften im Gleichgewichte und deren Moment also der Summe der Momente der Kräfte gleich ist. So können Sie diese an die Stelle der Kräfte setzen, die Lasten als Kräfte ansehn, und eben so verfahren, als vorher. So werden Sie sich deutlich überzeugen, daß der ganze Hebel im Gleichgewichte bleiben muß, wenn die Summe der Momente der Kräfte der Summe der Momente der Lasten gleich ist.

Die Unterlage, welche den Drehpunkt eines Hebels hält, wird unter gleichen Umständen von einem Hebel der ersten Art allemal stärker gedrückt, als von einem Hebel der zweyten Art, weil bey jenem die Potenzen nach gleichen, bey diesem aber nach entgegengesetzten Richtungen wirken. Hängen an einem Hebel der ersten Art Gewichte, so muß der Drehpunkt allezeit von unten mit einer Kraft unterstützt werden, die der Summe dieser Gewichte gleich ist. Hängt aber an einem Hebel der zweyten Art (Fig. 55) z. B. in B ein Gewicht, und wird daher der Punkt C nach D in die Höhe gezogen, so muß man den Drehpunkt A nicht von

unten stützen, sondern mit einem Nagel oder einem andern unbeweglichen Körper von oben zurückhalten, weil im Stande des Gleichgewichts die Kraft bey C grösser ist als die bey B, und also A stärker herauf als herunter gezogen wird.

Es ist oft selbst in den gemeinsten Vorfällen des Lebens nöthig, den Druck zu kennen, den die Unterlage eines Hebels leidet. Wenn z. B. an einer Stange AB (Figur 57) eine Last P in C hängt, und von zweyen Personen in A und B auf den Schultern getragen wird, so muß man dieselbe allezeit der stärkern Person um so mehr nähern, als diese stärker ist als die andre. Denn man kann AB als einen geraden Hebel der ersten Art ansehn, der in A und B gerade herauf gehoben, im Drehpunkte C aber mit dem Gewichte P gerade herunter gezogen wird. Ist nun die Kraft in A $= V$, in B $= v$, und $V + v = P$, das Moment aber von V, nämlich $V.AC$, dem Momente $v.BC$ gleich, so bleibt der Hebel im Gleichgewichte. Folglich wird alsdann $V : v = BC : AC$. Ist daher der eine Mensch zum Tragen z. B. noch ein halbmal so stark als der andre, so muß der schwächre in B, der stärkere in A tragen, und $CB : CA = 3 : 2$ seyn. Wäre alsdann das in C hängende Gewicht von 50 Pfunden, so würde der eine Mensch in B nur 20, der andre aber in A 30 Pfunde tragen, beide würden ihren Kräften gemäß beschwert seyn, und diese Beschwerde länger aushalten können, als wenn die Last nicht auf diese Art unter sie vertheilt worden wäre.

Der physische materielle Hebel gehört zu den einfachen Hebezeugen, oder zu den einfachen Maschinen, die man zum Heben braucht, besonders wenn man große Lasten mit einer geringen Kraft in die Höhe bringen will. Zwey andre einfache Maschi-

nen: die Rolle und das Rad mit der Welle gründen sich ebenfalls auf den Hebel, oder man kann ihre Wirkung begreifen, wenn man die Theorie des Hebels kennt. Ueberhaupt kann man sich in allen Maschinen und festen Körpern, die sich um gewisse feste Punkte drehen lassen, Hebel oder steife Linien mit gewissen Drehpunkten vorstellen. Selbst die Knochen der Thiere gehören zu solchen Körpern, da sie steif und durch Gelenke zusammengefügt sind, um welche sie sich bewegen lassen. An solche durch Gelenke verbundne Knochen findet man die Sehnen oder Flechsen gewisser Muskeln befestigt, und diese bewegen, indem sie sich bald verkürzen, bald verlängern, die Knochen auf mancherley Art gegen einander. Denn alle dergleichen Muskeln haben in der Mitte einen fleischichten, bauchichten, reizbaren Theil, und endigen sich zu beiden Seiten in harte und dünne Theile, welche man Sehnen oder Flechsen nennt. Die letztern sind nahe bey den Gelenken, als den Unterlagen, und noch dazu sehr schief, an den Knochen befestigt, so, daß die Kraft, mit welcher sich die Muskeln zusammenziehn, gewöhnlich mehr als sechzig Mahle grösser ist, als die Last, welche dadurch gehoben wird. Aber dagegen werden auch alle Bewegungen der Thiere mit einer fast unbegreiflichen Geschwindigkeit hervorgebracht. Denn je näher am Drehpunkte C (Fig. 54) die Potenz in den Hebel wirkt, um desto weniger darf sie sich selbst bewegen, wenn der Hebel gedreht wird, und dennoch erhält die Last eine ansehnliche Geschwindigkeit. Wenn sie z. B. in A wirkt, so geht die Last B durch den Bogen BE, während daß sie selbst nur den Bogen AD durchläuft.

Ueberhaupt verhalten sich, wenn sich ein Hebel AB um den Punkt C dreht, die Geschwindigkeiten seiner äußersten Punkte A und B allemahl, wie

AC:BC. Denn dreht sich der Hebel gleichförmig, so ist die Sache an sich klar, weil die Geschwindigkeiten gleichförmiger Bewegungen sich immer verhalten, wie die in gleicher Zeit durchlaufnen Räume. Dreht er sich aber ungleichförmig, so kann man die Zeit, in welcher B durch den Bogen BE geht, in unendlich kleine Theilchen zerlegen, und die Bewegung, während eines jeden solchen Zeittheilchens, als gleichförmig ansehn. So klein aber auch ein solches Theilchen ist, so verhalten sich dennoch die in ihm von den Punkten A und B durchlaufnen Bogen allemal wie AC:BC. Also verhalten sich auch die Geschwindigkeiten, welche A und B in jedem möglichen Zeitpunkte zugleich haben, eben so. Wenn z. B. AB eine steife um den Punkt C sehr leicht bewegliche Stange ist, und CB ist 20 Mal größer als CA, so kann ich zwar 20 Pfunde, die in A liegen, mit einem in B aufgelegten Pfunde erhalten, und mit einem kleinen noch dazu gelegten Gewichte sogar in die Höhe bewegen: allein der Vortheil, daß ich eine so große Last mit einer so kleinen Kraft heben kann, ist immer mit dem Nachtheile verknüpft, daß die Last um desto langsamer aufsteigt, je kleiner die Kraft ist, durch welche sie steigt. In unserm Falle z. B. ist die Potenz fast 20 Mal kleiner als die Last; allein jene muß auch 20 Mal schneller laufen als diese, wenn sie sich bewegen soll, und daher sagt man mit Recht, daß man bey dem Hebel das an der Geschwindigkeit der Bewegung der Last verliert, was man an der Kraft gewinnt, mit welcher man sie bewegt. Aber dagegen wird auch umgekehrt das, was man an der Kraft verliert, durch die Geschwindigkeit der Last ersetzt.

Es gehört eben so viel Kraft dazu, um ein kleines Gewicht mit einer großen Geschwindigkeit, als

um ein grosses langsam in die Höhe zu heben. Daher können an einem ungleicharmigen Hebel sich ungleiche in A und B aufgelegte Gewichte, die sich, umgekehrt wie ihre Entfernungen von C verhalten, eben so wenig bewegen, als zwey gleiche Gewichte, die an den Endpunkten eines gleicharmigen Hebels hängen, einander in die Höhe zu heben im Stande sind.

Die einfachen Maschinen lassen sich so, wie man sie sich in der Mechanik gedenkt, freylich nicht darstellen, indessen giebt es dennoch verschiedne zum Theil sehr gemeine Werkzeuge, die gleichsam physische Hebel sind: den Hebebaum, die Brechstange, die Kurbel, die Wage; und so hat man auch andre Hebezeuge, auf welche sich die mechanische Theorie der übrigen einfachen Maschinen sehr leicht anwenden läßt. Eine jede Stange, die stark genug ist, und mit dem einen Ende unter eine Last geschoben, nahe an dieser auf eine feste hervorragende Unterlage gestützt, am andern Ende aber niedergedrückt wird, stellt einen Hebebaum vor. Sie sehen leicht, daß man, um die Kraft zu ersparen, den Hebebaum bey B (Fig. 58) nach BD, senkrecht auf CB niederdrücken, und die Unterlage bey C so weit von B entfernen, dem Punkte der Last aber A so sehr nähern müsse als möglich. Ueberhaupt ist die Ersparung der Kraft die wesentliche Absicht aller Hebezeuge, und es ist mehrentheils ganz gleichgültig, ob die Last durch sie langsamer oder schneller gehoben wird. Mit dem Hebebaume hat die Brechstange, deren sich die Müller, die Maurer und Zimmerleute bedienen, eine grösse Aehnlichkeit. Sie ist eine etwas dicke Stange von Eisen, die an einem Ende gekrümmt und etwas gespalten ist, daher sie auch den Namen Geißfuß (pied de chèvre) erhalten hat. Man kann sich ihrer als eines Hebebaums, oder als eines Hebels

der ersten Art bedienen, indem ihr gespaltnes Ende, nach oben gekehrt, unter die Last gebracht und ihre Krümmung unterstützt wird, wie in der 58. Figur. Man kann aber auch das gespaltne Ende derselben C nach unten kehren, (Fig. 59) auf die Erde setzen, die Krümmung A unter die Last bringen, und das andre Ende B der Brechstange nach der Richtung B D heben. Alsdann ist dieses Werkzeug als ein Hebel der zweyten Art anzusehn.

Die Kurbel oder der Krummzapfen (manivelle) ist gewöhnlich von Eisen, und in der Mitte der Scheiben, Wellen und andrer ähnlicher runder Körper, welche sich drehen, befestigt. Sie ist gekrümmt oder eckicht gebogen, und dient entweder zu einem Handgriffe, welchen man anfaßt, wenn man dergleichen Körper drehen will; oder sie ist mit einer Lenkstange verbunden, die sich hin und her schiebt, indem der runde Körper sich dreht. So werden Pumpenstangen, oder Sägegattern in den Schneidemühlen, durch eine an der Welle eines Wasserrades angebrachte Kurbel herauf und herunter bewegt, und dagegen dreht man die Spinnräder durch eine an einer Kurbel hängende Stange, welche wechselsweise herauf und herunter gezogen wird. In allen Fällen ist die in der Axe C D (Fig. 60) des runden Körpers befestigte Kurbel A B als der eine Arm eines Hebels anzusehn, dessen andrer Arm in jenen Körper fällt. Entweder ist die Kraft am Ende der Kurbel in B angebracht, und alsdann muß man sich die Last an dem Umfange des Körpers vorstellen, der sich um C D dreht; oder umgekehrt, es befindet sich an diesem Umfange die Kraft, und die Last ist am Ende der Kurbel in B. Ist die Kraft in B, so muß ihre Richtung immer auf A B senkrecht seyn, wenn man mit ihr so viel als möglich ausrichten will. Befindet

sich aber das Ende einer Lenkstange in B, welche die drehende Bewegung in eine gerade, die wechselsweise hin und her geht, oder diese in eine drehende Bewegung verwandelt, so ist das Moment der Kraft oder Last in B, nach Beschaffenheit der Lage der Kurbel, sehr veränderlich und daher die Bewegung sehr ungleichförmig, wenn man nicht besondre Mittel anwendet, um sie gleichförmig zu machen.

Die gemeine Wage mit Schalen (bilanx) stellt einen gleicharmigen Hebel vor, an welchem Kraft und Last einander gleich seyn müssen, wenn er im Gleichgewichte bleiben soll. Sie ist so eingerichtet, daß der Wagebalken, im Falle des Gleichgewichts, eine völlig wagrechte Lage annimmt, welches man aus der lothrechten Stellung der auf dem Balken befestigten Zunge erkennt. Die Schnellwage (statera) hingegen ist ein ungleicharmiger Hebel, wo ein kleineres Gewicht einem größern die Wage hält.

Man kann auch die Ruder, Messer, Hammer, Scheren, Zangen u. s. w. als einfache oder zusammengesetzte physische Hebel ansehn. Die andern zwey einfachen Maschinen, welche sich auf die Theorie des Hebels gründen, haben eine eben so weitläuftige Anwendung. Die Rolle ist ein unbiegsamer Kreis, der sich um einen durch seinen Mittelpunkt gehenden festen Zapfen drehen läßt. Das Rad mit der Welle dagegen ist ein mit einer Walze verbundner Kreis, die beide um eine gemeinschaftliche feste Axe gedreht werden können. Man bedient sich der physischen Rollen entweder einzeln, oder man setzt sie auch in den Flaschenzügen oder Kloben auf verschiedne Art zusammen. Das Wellrad findet man bey allen Arten der Winden, Haspel, Göpel, der Räder und Windflügel. Da aber die genauere Untersuchung aller dieser künstlichen

lichen Werkzeuge und Maschinen eigentlich nicht in die Naturlehre gehört, so kann ich mich hier auch nicht weiter dabey aufhalten.

Dreißigster Brief.

Der Hebel gründet sich, wie Sie gesehen haben, auf die Zusammensetzung der Kräfte; die geneigte Ebne dagegen setzt die Auflösung der Kräfte voraus. Sie können nehmlich eine jede mögliche gleichförmige Kraft, mit welcher ein Punkt in einer gewissen Zeit durch die gerade Linie EA (Fig. 141) getrieben wird, so ansehen, als wenn sie aus zweyen andern gleichförmigen Kräften, nach EB und ED, zusammengesetzt wäre; Sie können die Kraft EA in zwey andere Kräfte EB und ED auflösen oder zerlegen. Sind die Richtungen der beiden Kräfte EB und ED, oder ist von der einen Kraft die Richtung und Größe gegeben, so ist die ganze Auflösung der Kraft EA völlig bestimmt. Denn wenn beide Richtungen gegeben sind, so ziehn Sie aus A parallel mit denselben AB und AD, und Sie sehen augenscheinlich, daß die Linien EB und ED auch die Größe der beiden Kräfte, welche diese Richtungen haben, ausdrücken. Ist aber bloß die Richtung und Größe der einen Kraft EB gegeben, so vereinigen Sie die Punkte A und B, und ziehn ED mit AB, AD aber mit EB parallel. So wird die Richtung und Größe auch der andern Kraft ED bestimmt. Ist aber bloß die Richtung der einen

Kraft EB gegeben, so können Sie entweder die Größe derselben, oder die Richtung der andern Kraft nach Willkühr bestimmen. Gemeiniglich macht man in diesem Falle die Auflösung so, daß die Richtungen der Kräfte EB, ED einen rechten Winkel einschließen. Da also alsdann die Dreyecke ABE und ADE rechtwinklicht sind, und der eine Winkel AED oder AEB bekannt ist, so erhält man aus der aufzulösenden Kraft EA die beiden andern, wenn man EA mit dem Sinus oder mit dem Kosinus des gegebenen Winkels vermehrt.[1] Immer aber sind die einfachen Kräfte gleichförmig und der aufgelösten EA völlig ähnlich.

Um aber den Nutzen und die Nothwendigkeit dieser Auflösung der Kräfte einzusehn, stellen Sie sich einen schweren Körper vor, der auf einer harten vollkommen wagrechten Ebne liegt. Die Erfahrung lehrt, daß er auf derselben ganz in Ruhe bleibt, so lange er nicht durch einen besondern Stoß oder Zug von außen bewegt wird. Da nun die Schwere einen solchen Körper beständig lothrecht herunter treibt, und er sich demungeachtet wegen des Widerstandes der Ebne, auf welcher er liegt, nicht bewegt, so muß durch diesen Widerstand in jedem Augenblicke eine Bewegung in ihm anfangen, welche der durch die Schwere erzeugten gerade entgegengesetzt und gleich ist. Die Ebne muß also nach einer auf sie senkrechten Richtung in den Körper wirken, weil die Gegenwirkung allezeit der Wirkung gleich und gerade entgegengesetzt ist. Ueberhaupt muß ein Körper, der durch irgend eine Kraft senkrecht gegen eine Ebne gedrückt wird, in welche er nicht eindringen kann, in Ruhe bleiben, weil nicht der geringste Grund vorhanden ist, weßhalb er auf der Ebne mehr nach der einen als nach der andern Seite fortgehen sollte.

Wenn also die steife gerade Linie AB (Fig. 46) gegen die wagrechte Linie AC unter einem gewissen Winkel BAC geneigt ist, und auf ihr irgendwo in D ein schwerer Punkt liegt, so stellen Sie die Kraft seiner Schwere durch die lothrechte Linie DE vor, und lösen Sie sie in zwey andre gleichförmige Kräfte DG und DF auf, indem Sie die Linie DF auf AB, so wie EF auf DF senkrecht ziehn. Da DF auf die steife Linie AB senkrecht ist, so wird diese Kraft, durch den Widerstand der Linie, ganz vernichtet, oder die Kraft DF wird bloß auf den Druck der Linie AB verwendet werden. Allein der andern Kraft DG, welche mit der schiefen Linie AB parallel ist, steht gar nichts entgegen, und daher muß der Punkt D, mit einer der DG gleichen Kraft, zurückgehalten oder nach DB zurückgezogen werden, wenn er nicht herunter gehn, sondern im Gleichgewichte bleiben soll. Da aber die rechtwinklichten Dreyecke DEF oder DEG und ABC einander ähnlich sind, so verhält sich die Kraft DG zu der Schwere des Punkts DE, wie BC zu AB, oder sie ist = p. sin. m, wenn p die Schwere des Punkts D, und m den Neigungswinkel BAC bedeutet. [a]

Wenn eine harte unbiegsame Ebne gegen den Horizont, das heißt: gegen irgend eine andre wagrechte Ebne, unter einem gewissen Winkel m geneigt ist, so nennt man sie eine geneigte Ebne, und Sie sehen leicht, daß der lothrechte Durchschnitt beider Ebnen durch die 46. Figur vorgestellt werden kann. Ist AB die Länge der geneigten Ebne und BC auf die wagrechte Ebne AC senkrecht, so nennt man AC die Grundlinie, und BC die Höhe jener Ebne. Durch eine solche Ebne müssen also, so gut wie mit einem Hebel, große Lasten mit einer geringen Kraft erhoben werden können. Denn ein

schwerer Körper, der in D liegt, kann auf der Ebne, wie Sie gesehen haben, mit einer Kraft, die sich zu seinem Gewichte, wie die Höhe der Ebne zu ihrer Länge verhält, zurückgehalten und mit einer auch nur etwas grössern Kraft sogar höher hinauf getrieben werden.

Da jene zum Gleichgewichte nöthige Kraft, wenn P das Gewicht des schweren Körpers bedeutet, = P. sin. m ist, so beträgt sie nur etwa $\frac{1}{14}$ des Gewichts P, wenn die Neigung m von 4 Graden ist, weil der Sinus von 4 Graden ungefähr $\frac{1}{14}$ vom Sinus totus ausmacht. Sie können also, wenn A 4 Grade hält, (Fig. 52) eine Last D von 14 Pfunden mit einem Gewichte von einem Pfunde auf der Ebne AB erhalten, indem Sie sie parallel mit AB gegen B zurückziehn; ja Sie können sie erheben, wenn Sie die Kraft etwas über ein Pfund verstärken; allein dennoch steigt sie auch hier um desto langsamer herauf, je mehr Sie bey dem Gleichgewichte an Kraft ersparen. Denn wenn Sie sie von F bis B bewegt haben, und FG eine wagrechte Linie ist, so ist sie wirklich nur durch die Höhe GB gestiegen, und die Geschwindigkeit des ziehenden kleinen Gewichts verhält sich daher zu der Geschwindigkeit, mit welcher die Last aufsteigt, so wie bey dem Hebel, wie FB zu BG, oder wie AB zu BC, umgekehrt wie die Kraft, durch welche die Last im Gleichgewichte erhalten wird, zu ihrem Gewichte. Man verliert also auch hier an der Geschwindigkeit, mit welcher die Last aufsteigt, was man an der Kraft gewinnt.

Je grösser die Neigung der Ebne AB ist, um desto grösser wird ihr Sinus, folglich auch um desto grösser die Kraft, welche zur Erhaltung der Last D auf AB nothwendig ist. Daher lassen sich grosse Lasten um desto schwerer auf Berge herauf ziehn, je

steiler diese sind, oder je grösser die Neigung ihrer Oberfläche gegen den Horizont ist. Denn um desto kleiner ist der Theil der Last, der vom Berge getragen wird, und um desto grösser derjenige, der wirklich gehoben werden muß. Aus dieser Ursache ist es auch so ermüdend, steile Berge oder steile Treppen zu besteigen, weil wir, indem wir aufsteigen, die Last unsers ganzen Körpers erheben müssen. Dagegen haben wir um desto mehrere Kraft anzuwenden nöthig, um eine Last, die von einem steilen Berge herabgeht, zurückzuhalten, je steiler der Berg ist; und sie stürzt auch um desto schneller herunter, wenn wir sie ihrem eignen Triebe überlassen.

Wenn Sie die Last D auf der geneigten Ebne AB im Gleichgewichte erhalten wollen, so ist es am vortheilhaftesten, sie nach der Richtung DE, parallel mit AB, zurückzuziehn. Nach jeder andern Richtung haben Sie eine größre Kraft nöthig, als nach DE. Ziehn Sie sie nach einer Richtung, die über DE fällt, so heben Sie zum Theil die Last, und vermindern ihren Druck auf AB; fällt die Richtung unter DE, so vermehren Sie den Druck auf AB. In beiden Fällen halten Sie nicht nur D zurück, sondern Sie verändern zugleich auch noch den Druck auf AB. Sie brauchen also zu dieser doppelten Wirkung unfehlbar mehrere Kraft, als um bloß den Körper zurückzuhalten, ohne seinen Druck zu verändern. Setzen Sie z. B. man wolle D nach einer mit der Grundlinie AC parallelen Richtung DH zurückhalten. Ist nun DE der Kraft gleich, mit welcher D durch seine Schwere von F nach A getrieben wird, so ziehen Sie EH senkrecht auf DE, und beschreiben das Rechteck DFHE. Da die Kraft nach DH in die beiden Kräfte nach DF und DE aufgelöst werden kann, und die erstre durch den Widerstand der Ebne AB

ganz vernichtet wird, so sehen Sie offenbar, daß die Kraft nach DH allemal grösser seyn muß, als die nach DE, wenn sie zum Gleichgewichte hinreichen soll. Sie muß sich nehmlich zu der Kraft, welche durch DE ausgedrückt wird, oder zu P. sin. m, verhalten, wie 1 : cos. m, also $= P. \frac{\text{sin. m}}{\text{cos. m}} =$ P. tang. m seyn, weil die Dreyecke DEH, ABC einander ähnlich sind, und der Winkel EDH = BAC ist. Nun ist auch AC : CB = 1 : tang. m. Also verhält sich die Kraft nach DH zu dem Gewichte der Last D, im Stande des Gleichgewichts, auch wie die Höhe zu der Grundlinie der geneigten Ebne.

Man nennt die gleichförmige Kraft, mit welcher die Last D auf der geneigten Ebne BA von B nach A heruntergetrieben wird, und sich auch wirklich herunter bewegt, wenn sie nicht zurück gehalten wird, ihr relatives Gewicht. Es ist allemal = P. sin. m, wenn P das ganze oder absolute Gewicht der Last, und m den Neigungswinkel der Ebne andeutet. Dagegen ist P. cos. m die Kraft, mit welcher die Last die Ebne drückt, wenn sie auf ihr herabgeht, oder parallel mit der Ebne zurückgehalten wird. Zieht man sie aber parallel mit der Grundlinie AC, und erhält sie so im Gleichgewichte, so verhält sich der ganze Druck, den die Ebne in diesem Falle leidet, zu dem absoluten Gewichte der Last, wie AC : AB. [5]

Ich habe oben angenommen, daß ABC ein lothrechter Durchschnitt der geneigten und der wagrechten Ebne ist. Da man aber unzählig viele Durchschnitte machen kann, die alle lothrecht sind, so muß ich hinzusetzen, daß es derjenige ist, auf welchen die horizontale durch A gehende gerade Linie, in der sich jene beide Ebnen durchschneiden, senkrecht ist. Diese

Linie ist zwar in der Figur nicht ausgedrückt, Sie können Sie sich aber ohne viele Schwierigkeit vorstellen. In dieser Durchschnittsebne liegen die Richtungen aller Kräfte, die wir bisher betrachtet haben, und in ihr bewegt sich auch die Last, wenn sie wirklich heruntergeht. Denn die Richtung der Schwere DE (Fig. 46) ist auf die wagrechte Ebne AC, und die Richtung des Widerstandes der geneigten Ebne FD ist auf dieser Ebne senkrecht. Eine Ebne also, welche durch DE und DF geht, ist nicht nur auf die horizontale, sondern auch auf die geneigte Ebne senkrecht. Daher muß der Durchschnitt der beiden letztern Ebnen senkrecht durch sie gehn, wenn sie hinlänglich verlängert wird. *)

Die physische oder materielle geneigte Ebne gehört zu den einfachen Maschinen, und man braucht sie im gemeinen Leben sehr häufig. Schwere Klötze z. B. hebt man, indem man dicke und starke Stangen unter sie bringt, denen allen man gegen den Horizont eine ungefähr gleiche Neigung giebt, und die Klötze auf diesen herauf rollt. Gegentheils rollt man große schwere Fässer und andere Lasten dieser Art, die durch einen lothrechten Fall zerschmettert werden würden, auf geneigten Stangen oder Brettern von oben allmählich in die Tiefe herunter. Bey den geneigten Ebnen ist mehrentheils die Reibung sehr beträchtlich, so daß man Lasten, die auf ihnen liegen, oft mit einer viel kleinern Kraft erhalten kann, als die Theorie verlangt. Die beiden einfachen Maschinen, welche außer denen, die ich auch bey Gelegenheit des Hebels bereits genannt habe, noch übrig sind, der Keil und die Schraube, entspringen aus der geneigten Ebne, und überhaupt gründen sich alle einfachen

*) III. Band Einleit. 139. 143.

Maschinen insgesammt entweder auf sie oder den Hebel. Der Keil hat offenbar Oberflächen, die gegen einander geneigt sind, und man hebt zuweilen auch durch ihn große Lasten auf eine geringe Höhe. Da indessen ein jeder Widerstand die Stelle eines Gewichts vertreten und als eine Last angesehn werden kann, so giebt man auch den Messern, Scheren, Pflugscharen und allen Werkzeugen, durch welche man Körper trennt und theilt, eine keilförmige Gestalt. Die Schraube kann man als eine Walze ansehn, um welche biegsame Dreyecke, wie ABC gewunden sind. Wenn nämlich der Umfang der Grundfläche der Walze der Linie AC gleich ist, und man diese um jenen Umfang wickelt, so giebt AB einen Schraubengang. An dem Punkte B muß man sich die Spitze eines zweyten gleichen Dreyecks angebracht vorstellen, und sie eben so, wie ABC, um die Walze wickeln, so hat man den zweyten Schraubengang. Auf eine ähnliche Art entsteht der dritte, vierte u. s. w. und die Weite der Gänge ist überall = BC. Beym Schrauben dreht man die Schraube immer parallel mit AC um. Man zieht also die Last nach der Richtung DH, (Fig. 52) und Kraft und Last würden sich daher beym Gleichgewichte, wenn keine Reibung wäre, wie die Weite der Schraubengänge zu dem Umfange der Grundfläche der Schraube verhalten. Man braucht übrigens die Schrauben zum Heben großer Lasten, zum Pressen, zum Befestigen verschiedner Körper an einander, und zu sehr langsamen und kleinen Bewegungen, besonders bey mathematischen Werkzeugen.

Anmerkungen.

1. Wenn die Richtung EB oder ED (Fig. 141) gegeben ist, so ist der Winkel AED oder AEB bekannt. Sind nun bey D und B rechte Winkel, so ist sin. AED = cos. AEB, weil AED = EAB und AEB = EAD ist. Kennt man daher in diesem Falle einen Winkel z. B. AED, so kennt man auch den andern z. B. AEB. Es ist aber AE : BE = 1 : sin. AED und AE : DE = 1 : sin. AEB. Also ist die eine Kraft DE = AE . cos. AED und die andre BE = AE . sin. AED, oder jene = AE . sin. AEB und diese = AE . cos. AEB.

2. Der Winkel DEG ist = BAC = m. Nun ist DE : DG = 1 : sin. DEG. Wenn also q eine Kraft ist, die sich wie DG, und p die Schwere des Punkts D, die sich wie DE verhält, so wird p : q = 1 : sin. m und q = p . sin. m (Fig. 46).

3. Die Kraft DF (Fig. 46), durch welche AB gedrückt wird, ist offenbar = DE . cos. m, da der Winkel EDF = m ist. Im Falle, daß D (Fig. 52) wagrecht nach DH gezogen wird, entsteht aus der Kraft DH, die = P . tang. m ist, die Kraft DF, mit welcher AB bloß gedruckt wird. Es verhält sich aber diese Kraft zu P . tang. m = sin. m : 1; also ist sie $= \frac{P \cdot (\text{sin. } m)^2}{\text{cos. } m}$. Man muß sie zu der Kraft des Drucks, die aus dem Gewichte der Last entsteht und = P . cos. m ist addiren. Also wird alsdann der ganze Druck auf AB $= P \cdot (\text{cos. } m + \frac{(\text{sin. } m)^2}{\text{cos. } m}) = \frac{P}{\text{cos. } m}$. Er verhält sich daher zu P = 1 : cos. m = AB : AC.

Ein und dreyßigster Brief.

Die wichtigste Anwendung, welche man in der Naturlehre von der Theorie des Hebels machen kann, ist die, daß man sich von dem Daseyn eines Schwerpunkts in allen Körpern und von den merkwürdigen Eigenschaften desselben überzeugt. Man nennt nämlich denjenigen Punkt, um welchen der ganze schwere Körper, in jeder möglichen Lage, im Gleichgewichte bleibt, ohne weder auf dieser noch auf jener Seite zu fallen, wenn nur jener einzige Punkt hinlänglich unterstützt wird, den Schwerpunkt oder den Mittelpunkt der Schwere des Körpers. Jede zwey schwere Punkte, die durch eine steife Linie verbunden sind, haben einen solchen gemeinschaftlichen Schwerpunkt. Denn es seyn (Fig. 54) die zwey schweren Punkte A und B, jener vom Gewichte P, dieser vom Gewichte p, durch die steife Linie AB vereinigt. Schneiden Sie diese Linie in C so, daß $P + p : p = AB : AC$ sey, so wird auch, indem Sie das zweyte Glied vom ersten, und das vierte vom dritten abziehn, $P : p = BC : AC$ und daher $P . AC = p . BC$ seyn. Also sind an dem Hebel AB, zu beiden Seiten des Punkts C, die Momente gleich. Der Hebel bleibt daher in Ruhe, wenn C unterstützt wird, und zwar in jeder möglichen Lage. Denn setzen Sie, er sey z. B. aus der horizontalen Lage AB in die schiefe DE gebracht worden, so werden, wenn Sie die lothrechten Linien FD, EG, als die Richtungslinien

der beiden Gewichte P und p ziehn, CF und CG nunmehr die Entfernungen dieser Gewichte von C, und P . CF und p . CG ihre Momente seyn. Es ist aber CF : CG = CD : CE = CA : CB = p : P, also P . CF = p . CG. Folglich sind auch in der Lage DE an dem Hebel die Momente zu beiden Seiten des Punktes C einander gleich, und der Hebel bleibt daher im Gleichgewichte, so lange C nur gehörig unterstützt wird. Es ist also derselbe Punkt, welchen man bey jedem Hebel den Drehpunkt nennt, wirklich der Schwerpunkt der beiden Massen in A und B, wenn ihre Momente, in Ansehung dieses Punkts, bey der wagrechten oder irgend einer andern Lage des Hebels, sich gleich sind.

Er muß in jeder Lage des Hebels mit einer Kraft, die = P + p ist, unterstützt werden, weil die Richtungen der Gewichte P und p einander immer parallel bleiben. Legen Sie ihn daher auf den Endpunkt eines andern Hebels, so wird er diesen eben so drücken, als wenn beide Gewichte P und p vereinigt unmittelbar auf ihm lägen. Ist nun in dem andern Endpunkte dieses neuen Hebels ein drittes Gewicht q, so wird der Drehpunkt, durch dessen Unterstützung dieser Hebel ins Gleichgewicht kommt, der gemeinschaftliche Schwerpunkt der drey Gewichte P, p und q seyn. Der erste Hebel nämlich mit den Gewichten P und p bleibt auf dem zweyten, von welchem er unterstützt wird, in jeder Lage des letztern, im Gleichgewichte.

Wird aber an demselben Hebel AB, außer den Gewichten P und p in seinen beiden Endpunkten, noch ein drittes Gewicht q irgendwo in G angebracht, so können Sie sich P und p in ihrem

gemeinschaftlichen Schwerpunkte C vereinigt vorstellen, weil der Hebel, wenn er mit $P + p$ in C, und q in G, um H im Gleichgewichte ist, auch mit den dreyen abgesonderten Gewichten: P in A, p in B, und q in G, um H, als um einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt, im Gleichgewichte seyn muß. Um sich hiervon zu überzeugen, erwägen Sie, wenn $P + p$ in C mit q in G, um H, im Gleichgewichte ist, daß wegen der Gleichheit der Momente $(P + p) . CH = q . HG$ seyn müsse. Nun aber ist C der Schwerpunkt von P und p, und daher $P . AC = p . CB$ oder $P . AH - P . CH = p . CH + p . HB$ oder $P . AH - p . CH - p . HB = P . CH$. Addiren Sie nun zu dieser die vorige Gleichung $(P + p) . CH = q . HG$, so erhalten Sie $P . AH - p . HB = q . HG$ oder $P . AH = p . HB + q . HG$. Wenn aber sich P in A, p in B, und q in G befindet, und H unterstützt wird, so ist $P . AH$ von einer Seite das Moment, und von der andern $p . HB + q . HG$ die Summe der Momente. Da nun diese jenem gleich wird, so bald man setzt, daß $(P + p) . CH = q . HG$ ist, so folgt, daß es völlig einerley ist, ob man sich die beiden Gewichte P und p abgesondert in A und B, oder vereinigt in C, vorstellt, und daß in beiden Fällen H der gemeinschaftliche Schwerpunkt der drey Gewichte P, p und q ist.

Nunmehr können Sie sich leicht überzeugen, daß ein jeder fester und voller Körper einen Schwerpunkt hat. Denn jede zwey Theilchen eines solchen Körpers hängen so fest zusammen, als wenn sie durch eine gerade steife Linie mit einander verbunden wären. Stellen Sie sich also Anfangs vor, als wenn bloß zwey Theilchen des Körpers schwer wären, und suchen Sie in der geraden Linie, welche sie vereinigt, und ihren Schwerpunkt enthält, diesen Punkt. Nun

nehmen Sie, wo Sie wollen, ein drittes Theilchen des Körpers als schwer an, so können Sie, wie Sie gesehen haben, es mag dieses Theilchen auch in jene gerade Linie fallen, oder nicht, die ersten zwey schweren Theilchen allemal als in ihrem Schwerpunkte vereinigt annehmen, von diesem Punkte zu dem dritten Theilchen eine gerade Linie ziehn, und in dieser den Schwerpunkt aller drey Theilchen bestimmen, eben so, als wenn nur zwey Theilchen da wären, und das eine die Summe zweyer Theilchen ausmachte. Zwischen diesem Schwerpunkte und einem vierten schweren Theilchen giebt es wieder einen Schwerpunkt, der sich auf dieselbe Art finden läßt. So kann man ohne Ende fortgehn, und nach und nach alle Theilchen des Körpers vereinigen, weil man allemal die Theilchen, deren Schwerpunkt man schon kennt, sich in diesem Punkte verbunden vorstellen kann. Also hat auch der ganze feste Körper einen gewissen Schwerpunkt, um welchen er in jeder möglichen Lage im Gleichgewichte bleibt; und da er zugleich voll ist, so fällt dieser Punkt in ihn selbst.

Ist aber ein Körper hohl, so fällt sein Schwerpunkt mehrentheils außer ihn; der Punkt nämlich, um welchen er in jeder Lage im Gleichgewichte bleiben würde, wenn seine Theilchen mit ihm durch steife Linien ohne Schwere verbunden wären. Daher haben auch flüssige Materien, ja ganze Systeme abgesonderter Körper ihre Schwerpunkte. Es sey z. B. in A (Fig. 54) der Schwerpunkt der Masse M, in B aber der Schwerpunkt einer andern von M ganz abgesonderten Masse m, AB die Entfernung beider Massen, und M : m = CB : CA; so ist C der gemeinschaftliche Schwerpunkt beider Massen M und m, weil sie um C im Gleichgewichte seyn würden, wenn sie durch

eine gerade und steife Linie ohne Schwere vereinigt wären.

Diejenigen Materien, welches durchaus gleich dicht sind, nennt man gleichartige (corpora homogenea) und man erkennt sie daran, daß Stücke von einer solchen Materie, die einen gleichen Umfang haben, auch gleich viel wiegen, und daß sich überhaupt ihr Gewicht, wie ihr Umfang, verhält. Ein Kubikzoll Bley z. B. wiegt so viel, wie der andre, wenn anders das Bley gleich rein und von gleicher Art ist; zwey Kubikzolle wiegen doppelt so viel, drey drey Mal so viel u. s. w. als ein Zoll. Wenn solche Materien sehr dicht und schwer sind, so braucht man sie als Gewichte, zur Bestimmung nämlich des Gewichtes aller andern Körper, weil man das Verhältniß ihrer eignen Schweren aus dem Verhältnisse ihrer Größen leicht erkennt. Gleichartige Körper haben ihren Mittelpunkt der Schwere in dem Mittelpunkte ihrer Größe, wenn ein solcher in ihnen vorhanden ist. So liegt der Schwerpunkt einer gleichartigen Kugel in ihrem Mittelpunkte; der einer gleichartigen Walze mitten in ihrer Axe u. s. w. Denn in jeder geraden Linie, die man durch den Mittelpunkt eines solchen Körpers zieht, findet man immer gleich viele und gleich schwere Theilchen in gleichen Entfernungen zu beiden Seiten vom Mittelpunkte. Also ist eine jede solche Linie, wegen der Gleichheit der Momente zu beiden Seiten, um den Mittelpunkt im Gleichgewichte, und dieser Punkt ist daher der Schwerpunkt des ganzen Körpers.

Den Schwerpunkt aber unregelmäßiger oder ungleichartiger Körper findet man am leichtesten durch Versuche. Man legt sie, wenn sie klein sind, auf die scharfe Ecke eines harten Körpers, oder auf eine stark gespannte Saite, und schiebt sie so lange behut-

sam hin und her, bis sie über dieser Schärfe im Gleichgewichte bleiben. So weiß man gewiß, daß die auf jener Schärfe stehende lothrechte Ebne durch den Schwerpunkt des auf ihr ruhenden Körpers geht, weil der Körper fallen würde, wenn sein Schwerpunkt nicht unterstützt wäre. Auf diese Art muß man den Körper nach seiner Länge, Breite und Dicke versuchen, um drey verschiedne Schwerebnen zu erhalten. Denn da die erste die zweyte in einer geraden Linie, und die zweyte die dritte auch in einer geraden Linie durchschneidet, beide Linien aber durch den Schwerpunkt des Körpers gehn, so liegt dieser Punkt nothwendig in dem Durchschnitte jener beiden Linien.

Man kann auch einen Körper, ohne ihn ganz fest zu binden, an einem Faden so aufhängen, daß er jede beliebige Lage annehmen kann. Er stellt sich alsdann, wenn er in Ruhe kommt, von selbst allezeit so, daß eine aus den Aufhängepunkt gezogne lothrechte Linie durch seinen Schwerpunkt geht. Indem man ihn also einmal an der einen, das andre Mal an der andern Stelle seines Umfanges aufhängt, erhält man zwey lothrechte Linien, deren Durchschnitt den Schwerpunkt anzeigt.

Sind die Körper sehr groß, deren Schwerpunkt man sucht, so kann man Modelle, die ihnen in aller Absicht ähnlich sind, nehmen, und die Schwerpunkte derselben durch Versuche bestimmen. Denn die Schwerpunkte der großen Körper haben vollkommen ebendieselbe Lage, in Ansehung ihrer Theile, welche die Schwerpunkte der kleinen Modelle, in Ansehung ihrer ähnlichen Theile, haben.

Man kann auch durch Hülfe der Geometrie die Schwerpunkte regelmäßiger gleichartiger Körper, und selbst der Flächen und Linien, bestimmen, wenn man

von den letztern annimmt, daß sie schwer sind. Das Dreyeck ABC z. B. (Fig. 65) kann ganz in physische mit BC parallele Linien, oder unendlich schmale Streifen zerlegt werden. Jede dieser Linien, wenn man sie als schwer und gleichartig ansieht, hat ihren Schwerpunkt in ihrer Mitte. Ist nun BE = EC, so theilt die gerade Linie AE alle diese Linien in zwey gleiche Theile. Sie geht also durch alle Schwerpunkte, und das ganze Dreyeck ist daher um AE im Gleichgewichte. Eben so muß es aber auch um BD im Gleichgewichte seyn, wenn AD = DC ist. Da sich nun AE und BD in G durchschneiden, so ist G der gemeinschaftliche Schwerpunkt des ganzen Dreyecks. Aus der Geometrie weiß man, daß auch die aus C durch G gezogne gerade Linie AB in zwey gleiche Hälften AH = HB theilt, und daß EG = $\frac{1}{3}$ AE, DG = $\frac{1}{3}$ BD und HG = $\frac{1}{3}$ HC ist.[1]

Hat man daher einen Kreis, so kann man sich denselben aus seinem Mittelpunkte in unendlich viele unendlich kleine Ausschnitte getheilt vorstellen; und da man jeden dieser Ausschnitte als ein Dreyeck betrachten kann, so folgt, daß der Schwerpunkt eines jeden von ihnen vom Mittelpunkte um $\frac{2}{3}$ des Halbmessers entfernt ist. Denn hier stellt z. B. C den Mittelpunkt und CH den Halbmesser vor. Es ist aber CG = $\frac{2}{3}$ HC. Dieses läßt sich, wie Sie leicht sehn, auch auf walzenförmige Körper anwenden, die sich, wie die Mühlsteine, um eine lothrechte Axe drehn. Man kann sich den Körper ohne Schwere und sein ganzes Gewicht, als in einem Ringe vereinigt, vorstellen, dessen Halbmesser $\frac{2}{3}$ vom Halbmesser der Grundfläche des Körpers ausmacht. Daher pflegt man auch diesen Halbmesser des Ringes beym Maschinenwesen den mittleren Halbmesser des walzenförmigen Körpers zu nennen.

Ueber-

Ueberhaupt kann man die unendlich kleinen Theilchen einer jeden mathematischen Ausdehnung als Gewichtchen ansehn, die an einer durch den Schwerpunkt derselben gehenden steifen Linie, als an einem Hebel, angebracht sind. Berechnet man nun die Momente dieser Gewichtchen, in Ansehung eines außer ihnen in jenem Hebel angenommnen Drehhungspunkts, so ist ihre Summe dem Momente des Gewichts der ganzen Ausdehnung, in ihrem Schwerpunkte angebracht, gleich. Hierauf gründet sich eine Methode, den Schwerpunkt mathematischer Ausdehnungen durch Rechnung zu finden, mit deren Beschreibung ich Sie aber um desto weniger aufhalten will, da sie in der Ausübung nur von geringem Nutzen ist. [a]

Anmerkungen.

1. Man ziehe durch eine Spitze A des Dreyecks ABC (Fig. 142) die gerade Linie LM, parallel mit der gegen über stehenden Seite BC, theile BA und AC, in H und D, in zwey gleiche Theile, und ziehe die geraden Linien CHL, BDM, die sich in G durchschneiden, so sind die Dreyecke DAM, DBC offenbar einander gleich, weil alle drey Winkel und die Seiten CD, DA einander gleich sind. Eben so ist LHA = BHC, und daher AM = BC = AL. Nun ist HD : HM = BH : BA, also HD = $\frac{1}{2}$ BC. Nun sind aber auch die Dreyecke GHD, GBC einander ähnlich. Daher ist GD : BG = HD : BC = 1 : 2, also GD = $\frac{1}{2}$ BG = $\frac{1}{3}$ BD. Eben so läßt sich erweisen, daß GH = $\frac{1}{3}$ CH ist. Ziehe man nun die Linie AE durch G, und schneidet diese die HD in I, so ist GI : GA = DI : AM = HI : AL. Da nun AM = AL ist,

so wird auch DI = IH; also auch BE = CE, weil AI : AE = HI : BE = DI : CE, und HI = DI ist.

2. Es sey AFB (Fig. 143) eine gerade Pyramide oder ein gerader Kegel, AC seine Axe, so fällt, wenn dieser Körper gleichartig ist, sein Schwerpunkt O offenbar in sie. Es sey AC = a und die Grundfläche FB = b, AD aber x. Schneidet man nun den Körper parallel mit FB durch D, so verhält sich der Schnitt GE zu FB, wie $x^2 : a^2$. Er ist also $= \frac{bx^2}{a^2}$. Stellt man sich nun unendlich nahe an GE einen andern parallelen Schnitt vor, so kann man den zwischen beiden Schnitten enthaltnen Theil des Körpers als ein Prisma oder eine Walze von der Grundfläche GE und der unendlich kleinen Höhe dx ansehn. So muß man sich den ganzen Körper AFB von oben bis unten in Scheibchen getheilt vorstellen. Jedes Scheibchen ist $= \frac{bx^2\,dx}{a^2}$, und da sich sein Gewicht eben so verhält, weil der Körper AFB gleichartig ist, so ist, an dem in A unterstützten Hebel AC, das Moment eines jeden dieser Gewichtchen $= \frac{bx^3\,dx}{a^2}$. Es ist aber von dieser Größe das Integral $\frac{bx^4}{4a^2}$ (III. Einl. 241), und dasselbe drückt also das Moment des ganzen Stückes AGE aus. Will man es für den ganzen Kegel haben, muß man x = a setzen. Also ist das Moment des ganzen Körpers AFB für den Punkt A $= \frac{1}{4}\,ba^2$. Dieses aber muß dem Momente des ganzen Körpers, wenn er in O aufgehangen würde, gleich seyn. Der Inhalt und das Gewicht aber des Körpers ist $= \frac{1}{3}$

ab (III. Einl. 168), also seyn Moment $= \frac{1}{3}$ ab. AO. Also wird $\frac{1}{3}$ ab. AO $= \frac{1}{4}$ ba^2, oder AO $= \frac{3}{4}$ a. Es ist daher der Schwerpunkt O der Pyramide und des Kegels um $\frac{3}{4}$ seiner Höhe von seiner Spitze entfernt.

Es sey ferner NBAS (Fig. 88) eine halbe gleichartige Kugel, CN oder CA $= r$, AE $= x$ und BE $= y$. Der Schwerpunkt dieser halben Kugel fällt offenbar in den auf NS senkrechten Halbmesser CA. Stellt man sich also irgendwo in E die halbe Kugel, parallel mit NS durchschnitten vor, und ist überhaupt das Verhältniß eines Kreises zu seinem Halbmesser, wie $2p : 1$, so wird der Umkreis des Schnitts durch E $= 2py$ und seine Fläche $= py^2$ (III. Einl. 124). Ist also ihm ein andrer paralleler Schnitt unendlich nahe, so wird der Inhalt und das Gewicht des Scheibchens zwischen beiden Durchschnitten $= py^2 dx$, und sein Moment gegen A $= py^2 x dx$. Es ist aber $x : y = y : 2r - x$ (III. Einl. 83) also $y^2 = 2rx - x^2$, folglich das gefundne Moment $= 2rpx^2 dx - px^3 dx$, davon das Integral $\frac{2}{3} rpx^3 - \frac{1}{4} px^4$ das Moment des ganzen Abschnitts der halben Kugel, der bis E geht, vorstellt. Also ist das Moment aller Scheibchen der ganzen halben Kugel, indem man $x = r$ setzt, $= \frac{2}{3} pr^4 - \frac{1}{4} pr^4 = \frac{5}{12} pr^4$. Es ist aber der Inhalt der halben Kugel $= pr^2 . \frac{2}{3} r$ (III. Einl. 169) $= \frac{2}{3} pr^3$. Ist also in O der Schwerpunkt der halben Kugel, so wird AO . $\frac{2}{3} pr^3 = \frac{5}{12} pr^4$ und AO $= \frac{5}{8}$ r also CO $= \frac{3}{8}$ r; so daß der Schwerpunkt O der halben Kugel von ihrem Mittelpunkte C $\frac{3}{8}$ des Halbmessers CA entfernt ist.

Man kann sich hieraus leicht einen allgemeinen Begriff von der Methode machen, wie man überhaupt den Schwerpunkt durch Rechnung findet. Es

sey NBA irgend eine krumme Linie (Fig. 88) und NC senkrecht auf AC, jede mit CA aber parallel an sie gezogne Linie $= y$, so läßt sich die ganze Fläche in unendlich schmale mit CA parallele Streifen oder physische Linien zerschneiden, deren jede $= y\,dx$ ist, indem dx einen unendlich kleinen Theil von NC bedeutet. Jede hat in ihrer Mitte, also in der Entfernung $\frac{1}{2}y$ von NC, ihren Schwerpunkt, und ihr Moment gegen NC ist also $\frac{1}{2}y^2\,dx$. Theilt man daher das Integral von $\frac{1}{2}y^2\,dx$ mit der Fläche NAC, so erhält man DM, oder die Entfernung des Schwerpunkts M der Figur NAC von NC.

Gesetzt die ganze Figur dreht sich um die Axe NC und beschreibt auf die Art einen Körper; so läuft jeder Punkt ihres Umfangs durch $2py$, wenn $p:1$ wieder das Verhältniß des Umkreises zum Durchmesser bedeutet. Jede Linie y, wie DB, beschreibt eine Kreisfläche, die $= py^2$, und jeder Streifen $y\,dx$ eine Scheibe, die $= py^2\,dx$ ist. Der ganze beschriebne Körper ist aus solchen Scheibchen zusammengesetzt, und also dem Integrale von $py^2\,dx$ oder $p\int y^2\,dx$ gleich. Dieß Integral I ist aber auch $= \frac{2p\int\frac{1}{2}y^2\,dx \,.\, NAC}{NAC}$.

Da nun $DM = \frac{\int\frac{1}{2}y^2\,dx}{NAC}$ ist, wie ich gezeigt habe, so wird I, oder der Inhalt des beschriebnen Körpers, $= 2p \,.\, DM \,.\, NAC$. Hierauf gründet sich die Regel des Guldin, daß man den Inhalt eines jeden Körpers, der durch die Umdrehung irgend einer Figur um eine Axe beschrieben wird, erhält, wenn man die erzeugende Figur, in Zahlen ausgedrückt, mit dem Kreise oder Wege vermehrt, den ihr Schwerpunkt bey der Umdrehung durchläuft. Denn in der That ist $2p \,.\, DM$ dieser Kreis.

Zwey und dreyßigster Brief.

Wenn Sie einen festen Körper in irgend einem Punkte seines Umfanges unterstützen, und von diesem Punkte durch seinen Schwerpunkt sich eine gerade Linie vorstellen, so können Sie diese, wegen der Festigkeit des Körpers, als eine steife Linie, als einen Hebel, ansehn, an welchem im Schwerpunkte des Körpers das ganze Gewicht desselben vereinigt ist. Liegt also der Schwerpunkt an der einen oder der andern Seite des unterstützten Punktes, so wird der ganze Körper nach dieser Seite zu heruntergehn oder fallen, und zwar geht der Schwerpunkt so tief herunter, als möglich, wenn er sonst daran nicht gehindert wird. Liegt er aber lothrecht über dem unterstützten Punkte, so kann er sich nicht bewegen, und der ganze Körper bleibt daher in Ruhe. Eben dieses muß nothwendig auch erfolgen, wenn der Schwerpunkt eines Körpers entweder durch einen Faden, oder auf andre Art, vertikal nach oben mit einer hinlänglichen Kraft zurückgehalten wird, weil es einerley ist, ob man einen schweren Punkt von unten unterstützt, oder ihn nach oben zieht und so zurückhält, daß er nicht fallen kann. So kann ein aufgehangner Wagebalken nicht anders ruhig bleiben, als in einer wagerechten Lage, weil er so gemacht ist, daß alsdann sein Schwerpunkt lothrecht unter dem Aufhängepunkte liegt.

Mehrentheils sind die festen Körper nicht in einem, sondern in sehr vielen Punkten zugleich unterstützt. Sie ruhen auf einer gewissen Grundfläche,

oder auf Füßen oder auf einem Rande u. s. w. Tische z. B. stehn gewöhnlich auf dreyen oder auf vier Füßen, und sie stehn wegen der Ungleichheit des Bodens mehrentheils fester auf dreyen, als auf vier Füßen, weil jede Ebne durch drey Punkte gehn kann. Man kann nicht nur, wenn ein Körper auf einer seiner Flächen ruht, diese Fläche, sondern auch im gegenseitigen Falle den Theil des Bodens, der zwischen seinen Füßen oder den einzelnen Theilen, die ihn stützen, enthalten ist, seine Grundfläche nennen, weil es in Ansehung seiner Unterstützung ganz gleichgültig ist, ob der Raum zwischen seinen Füßen voll oder leer ist. Alsdann läßt es sich mit wenigen Worten bestimmen, wenn der Körper fest stehn, und wenn er umfallen muß. Das erstre nämlich geschieht, wenn die durch seinen Schwerpunkt gehende Lothlinie, oder die Richtungslinie seiner Schwere innerhalb; das letztre, wenn sie außerhalb der Grundfläche fällt. Denn im ersten Falle kann der Schwerpunkt des Körpers nicht tiefer heruntergehn, es müßte denn der Körper zerbrechen, welchen Fall ich aber nicht voraussetze, oder er müßte, wenn der Körper dennoch fallen sollte, sich in die Höhe heben, welches ohne einen Stoß oder Zug von außen, den ich aber hier auch nicht annehme, unmöglich ist. Im zweyten Falle hingegen muß der Schwerpunkt tiefer sinken, weil er sinken kann, und also der Körper umfallen.

Daher kommt es, daß oft ein Körper, der auf einer wagrechten Ebne AB (Fig. 61) fest steht, weil die Richtungslinie seiner Schwere CD innerhalb seiner Grundfläche fällt, umschlägt, wenn man der Ebne AB eine gewisse Neigung giebt, weil alsdann CD außer seiner Grundfläche auf die Ebne trifft. Eine gleichartige Kugel rollt in

diesem Falle herunter. Denn die Richtungslinie ihrer Schwere CD (Fig. 62) fällt allemal außer den Punkt E, in welchem sie die geneigte Ebne berühret, und der ihre ganze Grundfläche ausmacht. Diese Linie kann nie durch E gehn, als wenn AB horizontal ist, weil wegen der Gleichartigkeit der Kugel ihr Mittelpunkt zugleich der Schwerpunkt, und also die Linie CE allemal auf AB senkrecht ist. Zwar rollt auch auf einer horizontalen Ebne eine gestoßne Kugel wegen der Reibung fort; allein sie würde auf einer geneigten Ebne fortrollen, wenn sie gleich auf ihr nicht die geringste Reibung litte. Auch Menschen stehen auf geneigten Flächen so fest nicht, als auf wagrechten. Sie sind in Gefahr, wenn sie heraufsteigen, rückwärts, und wenn sie herabsteigen vorwärts umzuschlagen, und diese Gefahr wird durch den Bau der menschlichen Füße vermehrt. Daher hält man sich oft mit Händen und Füßen, wenn man steile Berge hinanklettert, und wirft sich auf den Rücken, um so herabzurutschen, wenn man von einer steilen oder glatten Höhe in die Tiefe herunter kommen will. Daher sind Treppen oder Stufen für Menschen bequemer, als geneigte Ebnen.

Ein Körper steht um desto fester, je grösser unter übrigens gleichen Umständen seine Grundfläche ist, und je niedriger sein Schwerpunkt liegt. Denn wenn Sie einen Körper (Fig. 63), dessen Grundfläche AB ist, seitwärts stoßen, so hebt er sich an der gestoßnen Seite in B in die Höhe, indem er sich um den untersten Punkt A der entgegengesetzten Seite drehet. Ziehn Sie also aus diesem Punkte nach dem Schwerpunkte des Körpers C die gerade Linie AC, und Sie begreifen leicht, daß der Körper durch den Stoß um desto leichter

umschlagen muß, je kleiner der Winkel ACD ist. Denn um desto eher kommt der Schwerpunkt, indem er um A den Bogen CE beschreibt, so zu liegen, daß die Richtungslinie der Schwere EF außer der Grundfläche AB fällt. Es ist aber der Winkel ACD um desto größer, je größer AD, also je breiter die Grundfläche des Körpers, und je kleiner DC ist, oder je tiefer der Schwerpunkt C liegt. Also steht auch in beiden Fällen der Körper um desto fester.

Die Menschen stehn nach Verhältniß auf einer kleineren Grundfläche, wie die vierfüßigen Thiere, und der Schwerpunkt fällt bey ihnen höher, als bey den Vögeln. Daher müssen sie als Kinder gehen lernen, und sie lernen es durch Fallen, anstatt daß die Thiere gleich von der Geburt an einen sichern Gang haben. Daher bewegen wir, wenn wir gehn, unsern Körper mehrentheils auf die Seite, bald hierher, bald dorthin, damit die Richtungslinie unsrer Schwere bald auf diesen, bald auf jenen Fuß falle. Und wenn wir vom Sitzen aufstehn, beugen wir den Körper vorwärts über, um unsern Schwerpunkt über die Füße zu bringen. Oft werden Körper mit einer sehr kleinen Grundfläche, wenn gleich sie schon zu fallen anfangen, dennoch durch geschickte Wendungen und schnelle Bewegungen am Falle gehindert. So erhalten sich die Seiltänzer auf einem Seile oder Drathe, indem sie den Leib bald auf diese, bald auf jene Seite, beugen, und dadurch den anfangenden Fall aufhalten. So werden Körper auf einer Spitze aufrecht erhalten, indem man diese schnell bald hierher bald dorthin bewegt, und sie so immer wieder unter den Schwerpunkt des Körpers zurückbringt, wenn dieser schon anfängt zu fallen.

Um den Wänden so viele Festigkeit zu geben, als möglich, führt man sie nicht nur lothrecht auf, son-

denn man verdünnt sie auch nach oben zu um desto stärker, je höher sie hinaufsteigen. Dadurch wird ihre Grundfläche nach Verhältniß breiter, und ihr Schwerpunkt heruntergezogen. Zwar suchte man vorzeiten ein besondres Kunststück in der Aufführung überhängender Mauern, und man findet dergleichen noch heutzutage an einigen alten Thürmen in Italien und anderwärts; allein dennoch sind diese Mauern so dick, daß die Richtungslinie ihrer Schwere innerhalb ihrer Grundfläche fällt.

Ein schwimmender Körper kann im Wasser in seiner Lage nicht ruhig bleiben, als wenn sein Schwerpunkt mit dem Schwerpunkte desjenigen Theils von Wasser, den er aus seinem Orte vertrieben hat, sich in einer lothrechten Linie befindet. Denn das Wasser hebt den Körper beständig, und zwar um desto mehr, je grösser und schwerer jener Theil ist, und der Körper sucht dagegen immer tiefer darin einzusinken. Da nun beide Wirkungen aus der Schwere entspringen, so verhalten sie sich, wie alle ähnliche Wirkungen, als wenn die ganze Masse des Körpers und die des vertriebnen Wassers in ihren Schwerpunkten vereinigt wäre. Da sie nun einander gleich sind, so müssen sie einander auch gerade entgegengesetzt seyn, wenn der Körper im Gleichgewichte bleiben soll. Außerdem aber steht der schwimmende Körper um desto fester, je tiefer sein Schwerpunkt liegt, wenn er unter den Schwerpunkt jenes Wassertheils fällt, oder je näher er an ihm ist, wenn er über ihm liegt, weil er alsdann von ihm gleichsam unterstützt wird, und jeder Körper, wie Sie gesehn haben, um desto fester steht, je näher sein Schwerpunkt am Unterstützungspunkte liegt. Da das Wasser so sehr beweglich ist, so dreht sich ein schwimmender Körper bey dem geringsten Stoße so lange, bis sein Schwerpunkt so

tief, als möglich, liegt, und er setzt sich also von selbst in die festeste Lage. Daher schwimmt ein Bret nur auf der breiten Seite, wenn man es gleich auf der hohen Kante ins Wasser stellt; und Schiffe stehn im Wasser um desto fester, und können von Wind und Wellen um desto weniger auf die Seite geworfen werden, je tiefer man ihren Schwerpunkt dadurch herunterzieht, daß man sie in ihren untersten Theilen mit schweren Sachen belastet. Daher füllt man unbefrachtete Schiffe unten mit Steinen, Sand und anderm Ballaste an, um ihren Stand und Gang sichrer zu machen. Auch bey Kutschen und Wagen muß man die Vorsicht gebrauchen, die schwersten Sache nach unten zu packen, weil sie auf diese Art der Gefahr des Umwerfens weniger ausgesetzt sind.

Der Schwerpunkt eines grossen Körpers wird dadurch, daß man einen kleinern Körper mit ihm auf irgend eine Art verbindet, allemal nach der Seite des letztern gleichsam fortgerückt; so wie auch ein Hebel, der um einen gewissen Punkt im Gleichgewicht bleibt, sobald man bloß von einer Seite dieses Punkts ein Gewicht auf ihn legt, einen neuen Schwerpunkt erhält, der zwischen dem alten und dem aufgelegten Gewichte liegt. Daher beugt ein Mensch, der eine schwere Last auf dem Buckel trägt, sich nach vorn über, weil sonst, wenn er gerade stände, der gemeinschaftliche Schwerpunkt seines mit der Last verbundnen Körpers zu weit nach hinten fallen, und den Menschen rückwärts niederziehn würde. Eben so hält ein Mensch, der in einer Hand einen Eimer mit Wasser oder eine andre Last trägt, den ganzen obern Körper schief nach der andern Seite und streckt wohl gar noch die Hand an dieser Seite aus, um nur zu

machen, daß die gemeinschaftliche Richtung der Schwere seines mit der Last verbundnen Körpers auf seine Grundfläche falle. Auf eine ähnliche Art verhält sich derjenige, der auf einer Schulter eine Last trägt. Ist diese eine Stange von Eisen oder eine ähnliche Sache, die er ohne Schaden von hinten mit ihrem untern Ende auf der Erde fortschleppen kann, so erleichtert er sich das Tragen, wenn er sie so schleppt, indem die Erde alsdann einen Theil der Last trägt. Kann er sie aber so nicht tragen, so muß er sie so auf die Schulter legen, daß die Richtung ihrer Schwere auf dieselbe fällt. Denn wiegt sie nach hinten über, so muß er sie von vorn niederdrücken, und also mit seiner Schulter nicht nur den Druck der Last, sondern auch den Druck seiner Hand tragen.

Der Schwerpunkt sinkt immer so tief, als er nur sinken kann. Daher stehn kleine Figuren von Kork, die unten mit Bley ausgegossen sind, von selbst auf, wenn man sie auf einen Tisch legt, weil ihr Schwerpunkt in das Bley fällt, und tiefer liegt, wenn die Figuren stehn, als wenn sie liegen. Eine Walze halb von Bley und halb von Holz, die auf einer etwas geneigten Ebne liegt, rollt die Ebne herauf, wenn ihr bleyerner Theil nach dem höhern Theile der Ebne gekehrt ist. Eben das thut ein doppelter Kegel von Holz (Fig. 64), den man auf zwey unter einem spitzigen Winkel bey E vereinigte bey G und F etwas erhöhte schmale Hölzer nahe an E legt. Denn hier wird der Körper nahe bey seiner größten Dicke AB, in deren Mitte sein Schwerpunkt liegt, unterstützt, und dieser ist also um die halbe größte Dicke über GEF erhöht. So wie aber der Körper gegen GF fortrollt, entfernen sich die Unterstützungspunkte immer weiter

von AB gegen die Spitzen C und D. Der Schwerpunkt nähert sich also der Ebne der Unterlage GEF immer mehr, und da diese gegen GF nur wenig erhöht ist, so sinkt er wirklich nach und nach immer tiefer. Eben so werden die Bewegungen der hölzernen Puppen mit beweglichen Armen und Füßen, die man schinesische Puppen nennt, durch Quecksilber, welches nach und nach aus einer Höhlung ihres Körpers in die andre läuft, und die Stelle ihres Schwerpunkts verändert, hervorgebracht. Sie schlagen beständig Böcke über den Kopf, und steigen so auf verschiednen Stufen von gehöriger Breite herab, indem zugleich ihr Schwerpunkt immer tiefer sinkt.

Wenn so viele Massen, als man will, nach einerley oder nach gerade entgegengesetzten Richtungen fortgehn, so geht auch ihr Schwerpunkt nach der einen oder der andern Richtung fort, und man findet seine Geschwindigkeit, wenn man die Summe aller fortgehenden Bewegungen mit der Summe der Massen theilt. Haben die Bewegungen verschiedne gegen einander geneigte Richtungen, so muß man jede, so wie ich es bey den Kräften gezeigt habe, in zwey andre Bewegungen nach zweyen unveränderlichen Richtungslinien auflösen, für jede dieser Linien die Bewegung des Schwerpunkts suchen, und alsdann seine beide gefundne Bewegungen zusammensetzen. Uebrigens verändern die Wirkungen der Massen auf einander die Bewegung oder Ruhe ihres Schwerpunkts gar nicht. Nur müssen sie ganz allein unter sich auf einander wirken.

Anmerkung.

Wenn C (Fig. 66) der Schwerpunkt zweyer Massen A und B ist, so ziehe man auf eine nach

Gefallen angenommne gerade Linie FG, die geraden Linien BF, CK, AM auch nach Gefallen, aber parallel unter sich. Es wird alsdann allemal $B . BF + A . AM = (A + B) CK$ seyn. Denn man ziehe durch C die HI mit FL parallel und verlängre BF in H; so ist $A : B = BC : AC = BH : AI$, weil C der Schwerpunkt der Massen A und B ist, also $A . HI = B . BH$. Da aber HF, CK, IM einander gleich sind, so ist auch $B . HF + A . IM = (A + B) CK$. Zieht man also von $B . HF$, $B . BH$ ab, und addirt man $A . IM$ und $A . AI$, so bleibt die ganze Summe noch immer $= (A + B) . CK$. Es ist aber $B . HF - B . BH = B . BF$ und $A . IM + A . AI = A . AM$. Also wird $B . BF + A . AM = (A + B) . CK$. Ist noch eine dritte Masse D da, und E der gemeinschaftliche Schwerpunkt aller drey Massen A, B und D, so ist wieder $(A + B + D) . EL = B . BF + A . AM + D . DG$. Denn man kann sich, anstatt der abgesonderten Massen A und B, eine einzige Masse, die $= A + B$ ist, in C gedenken, und diese mit D vergleichen. So kann man immer mehrere Massen nach und nach zusammennehmen, es mögen so viele da seyn, als man will, und unser Satz wird für alle gelten.

Wenn zwey Körper A und B, deren Schwerpunkt in C fällt (Fig. 68), in einem gewissen Zeitpunkte zugleich solche Bewegungen haben, daß in der Zeit t der eine aus A in D, der andre aus B in E, und der Punkt C durch CF gehn kann, so reduzire man alle diese Bewegungen auf irgend eine Richtung KP, dadurch, daß man durch die Punkte E, B, F, C, D, A parallele Ebnen setzt, welche die KP in K, L, M, N, O, P durchschneiden. Es ist alsdann KL die reduzirte Geschwindigkeit von BE; MN

von CF; und OP von AD, es mögen nun EB, FC, DA in einerley Ebne oder in ganz verschiedne Ebnen fallen. Stellt man sich nun, irgendwo unter AP, eine mit AP parallele Ebne vor, auf welche man aus A, C und B, wie auch aus E, F und D gerade mit KP parallele Linien zieht, so wird der Entwurf von ACB, so wie auch der von DFE, auf dieser Ebne, eine gerade Linie seyn, weil ACB und DFE gerade Linien sind. Daher wird, wenn man A mit der zu A gehörigen der KP parallelen Linie, und B mit der zu B gehörigen vermehrt, die Summe dieser Produkte dem Produkte aus $A + B$ und der zu C gehörigen Linie gleich seyn. Etwas ähnliches wird auch in Ansehung der Punkte E, F, D Statt finden. Es ist aber, wenn G, I und H die Punkte sind, wo die zu E, F und D gehörigen Linien die mit AP parallelen Ebnen durchschneiden, EG der Unterschied der zu E und B, FI der Unterschied der zu F und C; und DH der Unterschied der zu D und A gehörigen Linien. Also ist $B \cdot EG + A \cdot DH = (A + B) FI$ oder $B \cdot KL + A \cdot OP = (A + B) MN$. Man erhält also die reduzirte Bewegung MN des Schwerpunkts, wenn man die Summe der reduzirten Bewegungen der Massen $B \cdot KL + A \cdot OP$ mit der Summe der Massen $A + B$ theilt. Dieser Satz gilt, wie man leicht sieht, es mögen so viele Massen da seyn, als man will.

Es kann aber jede Bewegung AB (Fig. 67), so wie jede Kraft, in zwey andre AC und BC aufgelöst werden. Alsdann ist AC die nach der einen Richtung und BC die nach der andern reduzirte Bewegung.

Die Bewegung oder die Ruhe des Schwerpunkts wird nicht im geringsten geändert, wenn gleich die Massen durch Druck, Stoß oder Anziehung auf eins

ander wirken, weil Wirkung und Gegenwirkung immer einander gleich und gerade entgegengesetzt sind, und daher die Summe jeder zwey neu entstandnen im Schwerpunkte vereinigten Bewegungen = 0 ist.

Drey und dreyßigster Brief.

Galilei war der erste, welcher durch die Erfahrung zeigte, daß der freye Fall der Körper, wenn die Luft sie nicht in ihrer Bewegung hindert, gleichförmig beschleunigt ist. Die Mechanik hat seinen Versuchen ihr Daseyn zu danken. Denn vor dem Galilei kannte man diese Wissenschaft nicht, und man hatte bloß das Gleichgewicht der Körper untersucht, ohne die Gesetze ihrer Bewegungen zu erforschen.

Galilei konnte seine Versuche nicht mit frey fallenden Körpern machen. Denn diese bewegen sich, wenn sie etwas schwer sind, so sehr schnell, daß es unmöglich ist, die Höhen und die Zeiten des Falles genau zu beobachten und mit einander zu vergleichen; und die Bewegung der leichtern wird durch den Widerstand der Luft ganz verändert. Selbst bey den eigenthümlich schwerern ist dieser Einfluß der Luft sehr merklich, da ihr Widerstand mit der Geschwindigkeit immer zunimmt. Es blieb also nichts übrig, als das Hinabrollen schwerer Körper auf geneigten Ebenen, von welchem Galilei überzeugt war, daß es dem freyen Falle völlig ähnlich seyn müßte, weil die Kraft der Schwere sich auf solchen Ebnen gleichsam selbst in zwey ähnliche und gleichförmige Kräfte auflöst, davon die eine bloß zum Drucke, die andre aber bloß zur Bewegung verwandt wird. Er wußte

aus der Erfahrung, daß die Reibung ungemein geringe ist, wenn glatte Kugeln auf glatten Flächen rollen, und er konnte also hoffen, daß eine solche Bewegung durch die Reibung nicht merklich verändert werden würde. Daher ließ er glatte metallne Kugeln in hölzernen, geraden und leichten Rinnen, die er mit Pergament bekleidet und geglättet hatte, herabrollen, indem er diese nach Gefallen bald mehr, bald weniger, gegen den Horizont neigte. Rollten nun die Kugeln mit gleichförmig beschleunigter Bewegung, so konnte er sicher schließen, daß auch der freye Fall der Körper im leeren Raume gleichförmig beschleunigt sey. Ich sage: im leeren Raume. Denn da die Kraft, durch welche eine solche Kugel heruntergetrieben wird, sich immer wie der Sinus des Neigungswinkels der Ebne verhält *), Galilei aber diesen nach Gefallen verkleinern konnte, so war er auch im Stande, jene Kraft und die durch sie erzeugte Geschwindigkeit immer mehr zu vermindern, und die Kugeln mußten daher zuletzt so langsam herabrollen, daß der Widerstand der Luft ganz unmerklich ward, und sie sich also eben so bewegten, wie in einem leeren Raume.

Diese Langsamkeit der Bewegung setzte zugleich den Galilei in den Stand, die durchlaufnen Räume und die dazu gehörigen Zeiten um desto genauer zu beobachten und zu vergleichen. Er theilte seine Rinnen der Länge nach in verschiedne gleiche Theile, bemerkte die Theilungsstriche auf dem Pergamente, und gab genau Achtung, wenn die Kugel über einen solchen Strich wegrollte. So fand er, wenn die Kugel in der einfachen Zeit durch einen Theil gegangen war,

*) Man sehe den neun und zwanzigsten Brief.

war, daß sie in der doppelten durch 4, in der dreyfachen durch 9, in der vierfachen durch 16 solche Theile lief; mit einem Worte: daß sich die in gewissen Zeiten durchlaufnen Räume allemal wie die Quadrate dieser Zeiten verhielten. Nur mußten Zeiten und Räume vom Anfange der Bewegung an gerechnet werden, und die Kugel mußte, als sie herabzurollen anfing, keine andre Bewegung haben, auch überhaupt keine andre erhalten, als die ihr eignes Gewicht in ihr erzeugte. Da Galilei diese Versuche sehr oft wiederholte und den Neigungswinkel seiner Rinnen, ungeachtet er immer klein blieb, auf verschiedne Art veränderte, so überzeugte ihn der immer gleiche Erfolg seiner Versuche um desto mehr von der Richtigkeit jenes Verhältnisses zwischen den Räumen und Zeiten, und er setzte es daher durch seine Versuche außer Zweifel, daß der freye Fall im luftleeren Raume gleichförmig beschleunigt sey, weil bey keiner andern Bewegung, als der gleichförmig beschleunigten, sich die durchlaufnen Räume, wie die Quadrate der Zeiten verhalten, wenn man die Bewegung von ihrem ersten Anfange an rechnet.

Nachdem in den folgenden Zeiten Huygens die Theorie der Pendel zur Vollkommenheit gebracht hatte, fand man durch besondre Versuche, daß in unsern Gegenden ein Körper im leeren Raume in einer Sekunde etwa durch 15 Pariser Fuß und 1 Linie fällt. Nehmen Sie indessen wegen der leichtern Rechnung bloß 15 Fuß; und Sie sehen leicht, daß er in 2 Sekunden durch 4 . 15 oder 60, in 3 Sekunden durch 9 . 15 oder 135, in 4 Sekunden durch 16 . 15 oder 240 Fuß u. s. w. fallen muß. Ferner folgt hieraus, wenn er in der ersten Sekunde seines Falles durch 15 Fuß geht, daß er in der zweyten

Sekunde desselben 3 . 15 oder 45, in der dritten Sekunde 5 . 15 oder 75, in der vierten Sekunde 7 . 15 oder 105 Fuß u. s. w. durchläuft; mit einem Worte: die Höhen, durch welche ein Körper nach und nach in den einzelnen auf einander folgenden Sekunden fällt, müssen sich, wie die ungeraden Zahlen nach ihrer Ordnung: 1, 3, 5, 7, 9 u. s. w. verhalten, weil diese, wenn man sie nach und nach addirt: 1, 1 + 3, 1 + 3 + 5, 1 + 3 + 5 + 7 u. s. w. die Quadrate der ganzen Zahlen in ihrer natürlichen Ordnung geben *).

Da man die Geschwindigkeit der gleichförmig beschleunigten Bewegung erhält, wenn man den von ihrem Anfange an durchlaufnen doppelten Raum mit der Zeit theilt, so ist die Geschwindigkeit des freyen Falles am Ende der ersten Sekunde $= 2 . 15$ oder 30 Fuß; am Ende der zweyten Sekunde $= \frac{2 . 60}{2}$ oder 60 Fuß; am Ende der dritten Sek. $= \frac{2 . 135}{3}$ oder 90 Fuß; am Ende der vierten Sek. $= \frac{2 . 240}{4}$ oder 120 Fuß u. s. w. Wir sehen also, daß die Geschwindigkeiten 30, 60, 90, 120 u. s. w. wie die Zeiten 1, 2, 3, 4 u. s. w. zunehmen, weil der Fall gleichförmig beschleunigt wird, und daß sie überhaupt sehr ansehnlich sind, da ein Körper schon in 5 Sekunden eine solche Geschwindigkeit erlangt, daß er in einer Sekunde durch 150 Fuß gleichförmig fortlaufen kann.

In derselben Zeit da ein schwerer Körper frey durch DE (Fig. 46) fällt, geht derselbe auf der

*) Man sehe den [illegible] und zwanzigsten Brief.

geneigten Ebne BA aus D in G. Denn die Kraft auf BA verhält sich zur Kraft der Schwere, wie DG : DE. Gleichförmige Kräfte aber, so wie diese, verhalten sich immer wie die in gleichen Zeiten durch sie erzeugten Bewegungen. Da hier von zwey entstehenden Bewegungen in einerley Masse die Rede ist, so verhalten sich diese, wie ihre Geschwindigkeiten. Da nun beide Bewegungen, nach DG und DE, gleichförmig beschleunigt sind, so verhalten sich die in gleichen Zeiten erzeugten Geschwindigkeiten, wie die in diesen Zeiten durchlaufnen Räume. Fällt also eine gewisse Masse in einer gewissen Zeit frey durch DE, so muß sie in derselben Zeit auf der Ebne BA durch DG gehn.

Auf eine ähnliche Art wird eine Masse, die Sie in B auf die Ebne BA legen, in derselben Zeit, da sie frey durch BC fallen würde, aus B in H gehn, wenn CH auf BA senkrecht ist. Stellen Sie sich nun einen lothrecht stehenden Kreis vor (Fig. 47) dessen Mittelpunkt C, der lothrechte Durchmesser aber AB ist, und Sie sehen leicht, daß eine glatte Kugel durch jede Sehne AD, AE, die im obersten Punkte A anfängt, in einer gleichen Zeit herunterrollen muß, in derselben Zeit nämlich, in welcher sie im leeren Raume frey durch AB fällt. Denn ziehn Sie die wagrechte Linie BF, und verlängern Sie AD in F, AE in G, so sind AF und AG geneigte Ebnen von der gemeinschaftlichen Höhe AB. Aus der Geometrie aber weiß man *), daß alle Winkel, wie ADB, AEB, rechte sind, die Sehne mag gezogen seyn, wie man will. Also fällt eine Kugel in derselben Zeit frey durch AB, in der sie durch irgend eine Sehne AD, AE aus A herabrollt.

*) III. Band. Einleit. 82.

In derselben Zeit rollt die Kugel auch durch irgend eine Sehne, die im untersten Punkte B aufhört, wie HB, wenn sie in H aufgelegt wird. Denn es läßt sich alle Mal aus A eine andre Sehne AE ziehn, welche der HB parallel und gleich ist. Beide Sehnen aber müssen nothwendig in gleichen Zeiten durchlaufen werden. Man hat eigne Werkzeuge, hölzerne große lotrecht stehende Scheiben mit beweglichen Lineaalen, durch welche man zu zeigen pflegt, daß die Zeiten des freyen Falles durch AB, und des Herabrollens in einer Sehne aus A, oder nach B, einander gleich sind.

Nennen Sie die Zeit des freyen Falles durch AB, t, und die Zeit des Herabrollens durch AF, T, so ist $t^2 : T^2 = AD : AF$. Denn die Bewegung auf AF ist gleichförmig beschleunigt, und in der Zeit t wird AD, in T aber AF durchlaufen. Daher verhalten sich die durchlaufnen Räume, wie die Quadrate der Zeiten. Da nun die Dreyecke ADB und AFB einander ähnlich sind, so ist $AD : AB = AB : AF$ also $AD = \frac{AB^2}{AF}$. Folglich wird $t^2 : T^2 = \frac{AB^2}{AF} : AF = AB^2 : AF^2$ und $t : T = AB : AF = \text{Sin. } m : 1$, wenn man den Neigungswinkel bey F, m nennt. Je kleiner also dieser Winkel ist, um desto größer wird T. Die Kugel braucht daher eine längere Zeit um aus A in F, als aus A in G herabzurollen, und überhaupt verhalten sich die Zeiten durch AF und AG, wie AF : AG.

Ein schwerer Punkt geht auf BA in derselben Zeit aus B in H, in welcher er frey durch BC fällt. Daher verhält sich seine Geschwindigkeit in H, zu der in C, wie $2BH : 2BC = BH : BC$. Nennt

nun also die erstre c, die letztre C, so ist c : C = BH : BC. Geht er nun aus H noch weiter herunter bis in A, so verhält sich seine Geschwindigkeit K in A zu c = BA : BC, weil bey gleichförmig beschleunigten Bewegungen die erlangten Geschwindigkeiten im Verhältnisse der Zeiten, diese aber, wie Sie eben gesehen haben, im Verhältnisse von BA : BC sind. Denn die Zeit durch BH ist der Zeit des freyen Falles durch BC gleich. Diese aber verhält sich zur Zeit durch BA, wie BC : BA. Setzen Sie nunmehr die beiden gefundnen Verhältnisse c : C = BH : BC und K : c = BA : BC zusammen, so erhalten Sie K : C = BH. BA : BC. BC. Da nun BH : BC = BC : BA ist, so wird K = C, und der Körper erlangt daher, indem er aus der Ruhe vom obersten Punkte B einer geneigten Ebne bis zum untersten A herabrollt, in diesem dieselbe Geschwindigkeit, die ihm der freye Fall aus der Ruhe durch die Höhe der Ebne BC im leeren Raume gegeben haben würde, oder die Geschwindigkeit, welche der Höhe BC zukommt.

Aber nicht bloß im untersten, sondern auch in jedem andern Punkte einer geneigten Ebne, hat ein Punkt, der durch seine Schwere von der Ebne herabgetrieben wird, die Geschwindigkeit, welche der Höhe seines Falles zukömmt. Wenn er z. B. (Fig. 48) aus B nach F herabrollt, und FG ist eine wagrechte Linie, so hat er in dem Punkte F die Geschwindigkeit, welche der Höhe BG, durch die er gefallen ist, zukömmt; indem man offenbar BFG als eine besondre geneigte Ebne ansehn kann, die sich völlig eben so verhält, wie ABC (Fig.) 46. Wenn ferner zwey schwere Punkte, der eine (Fig. 47) aus A in G, der andre aus A in F, herabrollen, so wird zwar dieser mehrern Zeit brauchen um seine Ebne zu durch-

laufen, als jener; allein dennoch haben beide, am Ende ihres Laufs, in F und G, einerley Geschwindigkeit, diejenige nämlich, welche der Höhe AB zukommt, durch die sie beide gefallen sind. Eben dasselbe gilt von jeder andern Ebne, die in A anfängt, und bis auf die wagrechte Linie BF reicht. So verschieden also auch die Wege sind, durch welche ein schwerer Körper aus einem gewissen Punkte A, bis zu einer gewissen wagrechten Linie BF, durch sein Gewicht heruntergeht, so ist dennoch seine durch den Fall erlangte Geschwindigkeit immer von gleicher Größe, wenn er in der wagrechten Linie ankommt.

Die Geschwindigkeit aber c, welche zu einer gewissen Höhe a gehört, läßt sich leicht berechnen, wenn a bekannt ist. Denn es falle ein Körper irgendwo im leeren Raume aus der Ruhe in einer Sekunde durch die Höhe g; so ist seine Geschwindigkeit am Ende dieses Falles 2 g. Nun verhalten sich beym freyen Falle die Höhen, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Also $g : a = 4g^2 : c^2$ und $c^2 = 4ga$, also $c = 2\sqrt{ga}$. (26 Brief. 1 Anm.)

Anmerkung.

Wenn die ganze Schwere eines Punktes = 1 ist, so wird der Theil von ihr, welcher dem Punkte auf einer unter dem Winkel m geneigten Ebne zur Bewegung übrig bleibt, = sin. m, weil er sich zur ganzen Schwere, wie sin. m : 1 verhält. Wird aber die Kraft f (26 Brief 1 Anm.) = sin. m, so erhalten wir 2 gt. sin. m = c.

Ist nun s der Raum auf dieser Ebne, so wird s sin. m die dazu gehörige Höhe. Da sich nun die Höhen des freyen Falles g und s sin. m wie die

Quadrate der erlangten Geschwindigkeiten, $4g^2$ und c^2 verhalten, so wird $c^2 = 4gs . \sin . m$, also, indem man beide gefundene Gleichungen verbindet, $s = gt^2 . \sin . m$.

Vier und dreyßigster Brief.

Nunmehr können Sie sich leicht von der Bewegung eines Körpers einen deutlichen Begriff machen, welcher fortgeworfen oder fortgestoßen, und hernach seiner eignen Schwere überlassen wird. Von den beiden Bewegungen, die ein solcher Körper zugleich in sich vereinigt, ist die eine, die ihm durch den Wurf oder Stoß mitgetheilet wird, gleichförmig, wenn man den Widerstand der Luft und alle andre Hindernisse, so wie wir hier thun, bey Seite setzt, weil ein Körper die ihm einmal mitgetheilte Bewegung vermöge seiner Trägheit immer unverändert beybehält. Die andre Bewegung aber rührt von der Schwere des Körpers her, und ist, unter der vorigen Voraussetzung, wenn der Körper ganz frey oder auf einer geneigten Ebne ohne alle Reibung ist, gleichförmig beschleunigt, weil die Kraft der Schwere eine absolute Kraft ist, die immer gleich groß bleibet, der Körper mag sich bewegen, oder ruhen.

Wird der Körper nach einer lothrechten Richtung gerade nach unten geworfen oder gestoßen, so gehört die Geschwindigkeit c, die er durch den Wurf oder Stoß erhält, zu einer gewissen Höhe a, und der Körper fällt also, nachdem er diese Geschwindigkeit erhalten hat, nachher eben so, als wenn er aus der

Ruhe von der Höhe a gefallen wäre, indem es in Ansehung der folgenden Bewegung ganz gleichgültig ist, ob er die Geschwindigkeit c durch einen Fall oder einen Stoß erhalten hat. Eben so verhält sich die Sache, wenn der Körper in F (Fig. 48) auf einer geneigten Ebne ohne Reibung liegt, und durch einen Stoß nach der Richtung FA eine Geschwindigkeit erhält, welche der Höhe FE = BG zukommt. Denn er bewegt sich hernach von F nach A vollkommen eben so, als wenn er aus B, ohne allen Stoß, bloß durch seine Schwere herabgestiegen wäre. Seine Bewegung ist also gleichförmig beschleunigt, nur daß man ihren Anfang nicht von F, wo der Körper den Stoß empfing, sondern von B, rechnen muß.

Wird aber ein Körper lothrecht nach oben, also seiner Schwere gerade entgegen, geworfen, so müssen Sie die gleichförmig beschleunigte Bewegung, welche die Schwere in ihm, auch wenn er aufsteigt, hervorbringt, von der gleichförmigen Bewegung seines Wurfs abziehn, wenn Sie die Bewegung haben wollen, mit welcher er aufsteigt, weil jede Bewegung, die man aus zweyen einander gerade entgegengesetzten einfachen Bewegungen zusammensetzt, dem Unterschiede der beiden einfachen gleich ist. Da nun die Geschwindigkeit der gleichförmig beschleunigten Bewegung, und zwar im Verhältnisse der Zeit, beständig wächst, so muß die aufsteigende Bewegung des geworfenen Körpers nicht nur immer kleiner und kleiner werden, sondern auch in jeden gleichen Zeittheilen einen gleichen Verlust ihrer Geschwindigkeit leiden. Sie ist also eine gleichförmig verzögerte Bewegung und hört zuletzt gänzlich auf. Denn eine jede Bewegung, die nach und nach immer kleiner wird, nennt man eine verzögerte, und sie setzt alle Mal Kräfte voraus, die ihr entgegengesetzt

setzt sind. Sie kann aber auch in gleichen Zeiten ungleiche Theile ihrer Geschwindigkeit verlieren, und alsdann wird sie ungleichförmig verzögert.

Ein jeder Körper fällt im leeren Raume in einer gewissen und bestimmten Zeit aus der Ruhe gleich tief und erlangt durch diesen Fall eine gleiche Geschwindigkeit. Daher verlieren auch alle lothrecht in die Höhe geworfne Körper, man mag sie stärker oder schwächer werfen, in einer gewissen Zeit gleich viel an ihrer Geschwindigkeit und Höhe; in der ersten Secunde z. B. 30 Fuß an der Geschwindigkeit, und 15 Fuß an der Höhe. Hat der Körper durch den Wurf 80 Fuß Geschwindigkeit erhalten, so bleiben ihm nach der ersten Secunde nur 50 Fuß Geschwindigkeit übrig; hat er 60 erhalten, so behält er nur 30 u. s. w. Wäre der erste in der ersten Secunde durch 80 Fuß gestiegen, wenn er nicht schwer gewesen wäre, so steigt er wirklich nur durch 65, so wie der zweyte nur durch 45 Fuß, weil beide in dieser Zeit durch 15 Fuß heruntergefallen sind. Steigt ein solcher Körper endlich bis zu der Höhe a auf, der die Geschwindigkeit seines Wurfs zukommt, so kann er weiter gar nicht steigen; denn da er Anfangs die der Höhe a zugehörige Geschwindigkeit nach oben hatte, so würde er in derselben Zeit t, da er aus der Ruhe durch die Höhe a fallen kann, durch 2 a aufgestiegen seyn, wenn er nicht zugleich gefallen wäre. Er ist aber in der Zeit t im Aufsteigen wirklich zugleich durch a gefallen, und hat daher in dieser Zeit nur die Höhe a erreicht. Zugleich hat die Schwere in ihm die dieser Höhe zugehörige Geschwindigkeit erzeugt, die der Geschwindigkeit seines Wurfs gleich ist. Am Ende der Zeit t sind daher in ihm zwey gleiche und gerade entgegengesetzte Bewegungen vereinigt. Sein Aufsteigen hört folglich auf; da aber

die Schwere immer nur ihn zu wirken fortfähret, so fängt er sogleich an aus der Ruhe in derselben lothrechten Linie herabzufallen, in welcher er aufgestiegen war; und da er durch dieselbe Höhe a in derselben Zeit fällt, in welcher er durch sie stieg, so erlangt er auch zuletzt in dem Punkte, aus welchem er geworfen worden war, dieselbe Geschwindigkeit wieder, die er im Anfange seiner Bewegung daselbst nach der entgegengesetzten Richtung durch den Wurf erhalten hatte.

Die gleichförmig verzögerte Bewegung verwandelt sich also in eine gleichförmig beschleunigte, wenn man von dem Punkte an, da sie aufhört, die Zeiten rückwärts rechnet. Denn der Unterschied der Geschwindigkeiten in jeden zweyen gleich weit von einander entfernten Zeitpunkten ist bey ihr überall einerley, und eben so groß, wie bey dem gleichförmig beschleunigten freyen Falle. Die Bewegung des Aufsteigenden ist daher mit der Bewegung des Zurückfallens völlig einerley, wenn man die Zeiten von dem Augenblicke zu rechnen anfängt, da das Aufsteigen aufhört. Eine Secunde vor und eine Secunde nach diesem Zeitpunkte, und überhaupt in jeden zweyen gleich weit von ihm entfernten Zeitpunkten hat der Körper gleiche Geschwindigkeiten, und ist gleich weit von dem höchsten Punkte entfernt, den er beym Aufsteigen erreicht. Man kann daher die ganze Zeit seines Aufsteigens leicht finden, und daher seine ganze Bewegung berechnen, wenn man nur die Geschwindigkeit c weiß, mit welcher er in die Höhe geworfen wird. Denn jene Zeit ist ebendieselbe, in welcher ein schwerer Körper im leeren Raume durch die Höhe a aus der Ruhe fällt, der die Geschwindigkeit c zugehört.

Eben so ist die Bewegung eines Körpers gleichförmig verzögert, der nach der Richtung AB (Fig. 48)

mit einer gewissen Gewalt auf der geneigten Ebne AB aus A in die Höhe gestoßen wird. Gehört die Geschwindigkeit, welche er durch den Stoß erhält, zu der Höhe BC, so steigt der Körper in derselben Zeit T, in welcher er durch seine Schwere aus B nach A gehn würde, aus A nach B. Denn er würde in der Zeit T mit der ihm mitgetheilten Bewegung durch einen Raum, der = 2 AB ist, gehn, wenn er nicht zugleich fiele. Da er aber zugleich, indem er aufsteigt, in der Zeit T, auf der Ebne durch einen Raum fällt, der = AB ist, so kommt er in dieser Zeit nur aus A bis B, und geht aus diesem Punkte gleich wieder mit gleichförmig beschleunigter Bewegung, in einer gleichen Zeit T, zurück nach A. Kurz, seine Bewegung ist, wie Sie leicht sehn, der eines lothrecht in die Höhe geworfnen schweren Körpers in allen Absichten ähnlich, und er hat, so wohl bey seinem Aufsteigen, als auch beym Heruntergehn, in jedem Punkte der Ebne F die Geschwindigkeit, welche der Höhe EF oder BG zukommt.[2]

Wird aber ein schwerer Körper nicht in einer lothrechten, sondern in einer andern Richtung fortgeworfen oder gestoßen, so beschreibt er im leeren Raume eine Parabel, wie Galilei zuerst gezeigt hat. Wenn die Richtung des Wurfs wagrecht ist, oder nach unten geht, so habe ich Ihnen bereits erwiesen, daß aus der Verbindung der gleichförmigen Bewegung des Wurfs und der gleichförmig beschleunigten des Falles eine Parabel entsteht; *) allein dasselbe findet Statt, auch wenn der Körper schief nach oben geworfen wird, und also anfangs aufsteigt.[3] Es weichet aber die Bahn des Schwerpunkts eines schief geworfnen schweren Körpers in der Luft um desto mehr von einer Parabel ab, je eigenthümlich leichter der Körper ist, und

*) Man sehe den fünf und zwanzigsten Brief.

je schneller er sich bewegt, weil ihm in beiden Fällen die Luft um desto stärker widersteht. Ein feiner Wasserstrahl z. B. der schief aus einer kleinen Oeffnung hervorspritzt, beschreibt fast vollkommen eine Parabel, weil seine Schnelligkeit nur sehr mäßig ist, und er auch nicht weit in der Luft fortgeht. Der Weg des Mittelpunktes einer Bombe dagegen, die aus einem Mörser geschossen wird, entfernt sich schon viel merklicher von einer Parabel, weil die Bombe sich viel schneller bewegt, als das Wasser, und viel weiter in der Luft fortgeht. Und eine fortgeschoßne Kanonenkugel hat eine Bahn, die noch viel weniger parabolisch ist, als die einer Bombe, weil sie gewöhnlich drey bis vier Mal schneller fortläuft, als diese.

Dennoch ist die Linie, nach welcher eine abgeschoßne Kugel oder ein schief geworfner oder fortgestoßner Körper durch die Luft geht, allemal gekrümmt, aber um desto weniger, je schneller die dem Körper von außen mitgetheilte Bewegung ist. Denn in desto kürzerer Zeit erreicht er das Ziel, nach welchem er geschossen oder geworfen wird, um desto weniger tief fällt er also indessen, um desto weniger entfernt er sich von der Richtungslinie seines Wurfs; weil er immer in gleicher Zeit gleich tief fällt, nämlich in einer Sekunde durch 15,1 Pariser Fuß, er mag langsam oder geschwinde fortgeworfen werden. Daher scheint eine Flintenkugel ganz gerade fortzugehen, ungeachtet ihre Bahn sich allemal etwas krümmt, weil sie so sehr schnell fortläuft, wenn sie aus der Flinte geschossen wird. Daß aber eine solche Kugel dennoch oft den Punkt erreicht, nach welchem man zielt, kommt bloß daher, daß jeder Flintenlauf AB (Fig. 82) hinten bey A etwas dicker ist, als vorn an seiner Mündung bey B. Denn so fällt die gerade Linie ABE, nach welcher man mit dem Auge hinsieht,

in einiger Entfernung unter die Axe des Laufs GD, nach deren Richtung die Kugel aus der Flinte fährt. Die Kugel erreicht also den Punkt E, nach welchem man zielt, bloß dadurch, daß sie sich im Fortgehen senkt, daß sie in der kurzen Zeit, in welcher sie das Ziel erreicht, durch die Höhe DE fällt, und daß sich also ihre Bahn krümmt.

Die Bahn einer Bombe ist viel stärker gekrümmt, als die einer Flintenkugel. Daher wirft man sie auch nicht horizontal, sondern schief in die Höhe, aus dem Mörser. Sie erhebt sich alsdann aus dem Punkte A (Fig. 83) Anfangs immer höher, und senkt sich nachher wieder, bis sie zuletzt die durch A gehende wagrechte Linie AC in irgend einem Punkte B oder C erreicht. Die Entfernung AB oder AC, in welcher sie von A auf die wagrechte Linie AC niederfällt, heißt ihre Wurfweite, und der Winkel GAB oder HAB, den die Axe des Mörsers, nach dessen Richtung die Bombe aus dem Mörser fährt, mit der wagrechten Linie AC macht, wird der Erhebungswinkel genannt. So ist GAC der Erhebungswinkel für die Bahn AEB und für die Wurfweite AB, weil AG die Bahn in A berührt, und also die Bombe nach der Richtung AG aus dem Mörser fährt, so daß die Axe des Mörsers in diese Linie fallen muß, wenn man den Mörser abfeuert.

Bewegten sich die Bomben im leeren Raume, so wären die Wege ihrer Schwerpunkte AEB, ADC, AFB u. s. w. Parabeln. Alsdann würden die Wurfweiten, bey gleichen Ladungen von Pulver, also auch bey gleichen Wurfsgeschwindigkeiten, sich wie die Sinus der doppelten Erhebungswinkel verhalten müssen.[4] Also würde unter dem Erhebungswinkel von 45 Graden die Wurfweite AC allemal am größten seyn, weil alsdann der doppelte Erhebungswinkel,

nämlich der von 90 Graden, den größten möglichen Sinus haben möchten. Wäre der Erhebungswinkel kleiner oder größer als 45°, wie GAB, HAB, so würde in beyden Fällen die Wurfweite AB kleiner seyn, als AC; ja sie müßte in beyden Fällen von gleicher Größe seyn, wenn beyde Winkel gleich viel von 45 Graden verschieden wären, wie z. B. HAB 30 und GAB 60 Grade, so wäre in beyden Fällen die Wurfweite gleich groß, weil der Sinus von 2. 30 oder 60 Graden, eben so groß ist, als der von 2. 60 oder 120 Graden.

Anmerkungen.

1. Es werde ein Körper mit der Geschwindigkeit c gerade in die Höhe geworfen; will man nun wissen, auf welche Höhe b er in t Sekunden steigen wird, so suche man zuerst, wie tief ein Körper in der Zeit t frey fällt. Da diese Höhe zu der Höhe für eine Sekunde, sich wie das Quadrat von der Zeit t zu 1 verhält, so ist sie $= gt^2$. Man ziehe sie vom Raume ct, den der geworfne Körper in t Sekunden gleichförmig durchlaufen würde, ab, so bleibt $b = ct - gt^2$. Wäre z. B. die Geschwindigkeit c von 80 Fuß und $t = 2$, so würde $b = 160 - 60 = 100$ seyn, weil ich $g = 15$ setze. Der geworfne Körper würde also in 2" an 100 Fuß hoch steigen.

Will man wissen in welcher Zeit ein solcher Körper auf eine gegebne Höhe b steigen wird, so hat man $b = ct - gt^2$ oder $t^2 - \frac{c}{g}t + \frac{b}{g} = 0$ und daraus $t = \frac{c}{2g} \pm \sqrt{\left(\frac{c^2}{4g^2} - \frac{b}{g}\right)}$. Braucht man hier das Zeichen +, so erhält man die Zeit, in de

welche beym Wiederherabfallen; sucht man nun, so hat man die Zeit, in welcher beym Aufsteigen der Körper die Höhe h erreicht. Wäre z. B. wie vorher $g = 15$, $c = 40$, $h = 20$, so wäre $t = \frac{4}{3} \pm \sqrt{(\frac{16}{9} - \frac{4}{3})} = \frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{4}{3} \pm \frac{2}{3}$; folglich würde der Körper die Höhe $h = 20$ F. beym Aufsteigen nach $\frac{2}{3}$ oder $\frac{2}{3}$, und beym Herabfallen, nach 2 Sekunden. Zwischen diesen beyden Zeiten liegt die Zeit mitten inne, da er seine größte Höhe erreicht. Diese ist also von $\frac{4}{3}$ Sekunden, welches man auch daher sieht, daß alsdann $ct = 2 g t^2$ (oder der zur Geschwindigkeit c gehörige gleichförmig beschriebene Raum der doppelten Höhe des Falles gleich) ist. Denn so wird überhaupt $\frac{c}{2g} = t$, hier in unserm Falle $= \frac{4}{3}$.

2. Bey der Bewegung auf einer unter dem Winkel m geneigten Ebne bleibt alles völlig so wie vorher; nur ist $h = c t - g t^2 \sin. m$. (Anmerk. 32 Brief.) Man kann also Raum und Zeit, so wie vorher, finden. Der Körper erreicht seine größte Höhe in der Zeit $t = \frac{c}{2 g \sin. m}$.

3. Es werde ein schwerer Punkt (Fig. 144) nach der schiefen Richtung FK in die Höhe geworfen, FH sey die wagrechte Linie, die der Punkt, wenn er wieder herunterfällt, in H trifft, KH aber sey eine lothrechte Linie. Theilt man nun die Wurfweite in E in zwey gleiche Theile und zieht IE lothrecht, so ist IE $= \frac{1}{2}$ KH. Es sey KH $= a$ und die Bahn des Punkts gehe in D durch IE, so kann man die Bewegung des Punkts so ansehn, als wenn er gleichförmig nach der Richtung FK fortgegangen und zugleich immer in

einer lothrechten Linie gefallen wäre. Da nun $FI = LK$ ist, so war der Punkt, wenn er in der Zeit T aus F nach H kam, am Ende der Zeit $\frac{1}{2} T$ in der Linie IE, und in ihr indessen durch ID gefallen; da die Höhe seines ganzen Falls, in der Zeit T, KH ist. Also verhalten sich die Höhen ID und KH, wie die Quadrate der Zeiten, oder wie $1 : 4$ und ID ist $= \frac{1}{4} KH$. Also ist auch $DE = \frac{1}{4} KH = ID$, weil IE oder $ID + DE = \frac{1}{2} a$ ist. Gesetzt t ist irgend ein Theil der ganzen Zeit T, vom Anfange der Bewegung an gerechnet, und der Punkt sey am Ende dieser Zeit in der lothrechten Linie GA gewesen und in ihr bis B gefallen; so ist GB zu ID, oder $GB : \frac{1}{4} a = GA^2 : IE^2 = GA^2 : \frac{1}{4} a^2$, also $GA^2 = a . GB = a GA - a . BA$ also $a . BA = a . GA - GA^2 = (a - GA) GA$, weil GA und IE sich wie FG und FI, also wie die Zeiten des Falles durch GB und ID verhalten. Man ziehe BC mit FH parallel, nenne DC, x, BC, y und den Winkel KFH, m; so ist $GA = FA . \text{tang. } m$ und $\frac{1}{2} a = FE . \text{tang. } m$, also $FE = \frac{a}{2 \text{ tang. } m}$. Es wird also $GA = \left(\frac{a}{2 \text{ tang. } m} - y\right) \text{tang. } m = \frac{1}{2} a - y \text{ tang. } m$ und daher $a . BA = (a - GA) GA = (\frac{1}{2} a + y . \text{tang. } m)(\frac{1}{2} a - y \text{ tang. } m) = \frac{1}{4} a^2 - y^2 (\text{tang. } m^2)$. Da nun $BA = DE - DC = \frac{1}{4} a - x$ ist, so erhält man zuletzt $\frac{1}{4} a^2 - a x = \frac{1}{4} a^2 - y^2 (\text{tang. } m)^2$, also $y^2 = \frac{a}{(\text{tang. } m)^2}$, woraus offenbar erhellet, daß die Bahn des Punkts $FBDH$ eine

eine Parabel, und $\frac{a}{(\text{tang. m})^2}$ der Parameter ihrer Axe ist. (III Einleit. 224)

4. Aus der vorgehenden Anmerkung erhellet, wenn der schwere Punkt mit der Geschwindigkeit c nach FK geworfen wird, daß $FK = cT$, und $g : KH = 1 : T^2$ also $KH = gT^2$ ist. Nun ist aber $FK : KH = 1 : \text{sin. m}$. Daher wird $T = \frac{c.\text{sin. m}}{g}$ und man kann also die Zeit, in welcher der Punkt aus F bis H kommt, durch c und m leicht bestimmen. Die Wurfweite FH ist $= cT.\text{cos. m} = \frac{c^2.\text{sin. m}.\text{cos. m}}{g} = \frac{c^2.\text{sin. 2 m}}{2g}$ Die Wurfgeschwindigkeiten sind aber keinesweges im Verhältnisse der Pulvermassen, die man zur Ladung braucht, ausser bey kleinen Ladungen. Denn bey großen Ladungen richtet mehr Pulver noch Verhältniß weniger aus, und die Wurfweiten, welche bey einer gleichen Neigung sich wie die Quadrate der Pulvermassen verhalten sollten, wachsen nur ungefähr wie die Massen selbst.

Fünf und dreyßigster Brief.

Die Theorie der schief geworfnen Körper, bey welcher man auf den Widerstand der Luft gar nicht sieht, nennt man die parabolische. Ich habe in meinem letztern Schreiben von ihr geredet, und zugleich bemerkt, daß mehrentheils die Bahnen der geworfnen Körper in der Luft sehr stark von Parabeln ab-

weichen; indessen hat dennoch in Ansehung der Bomben die Erfahrung gelehrt, daß sich ihre Wurfweiten, bey gehörigen und gleichen Ladungen, von 45 bis fast 75 Graden Erhebung, ziemlich genau wie die Sinus der doppelten Erhebungswinkel verhalten. Bey kleinern Winkeln pflegen sie merklich größer zu seyn, als sie nach diesem Verhältnisse seyn sollten. Die Ursache hiervon liegt wahrscheinlich darin, daß die Schwächung der Bewegung der Bomben durch die Luft um desto größer wird, je länger sie sich in der Luft verweilen, und daß die Zeit der Verweilung in Verhältnisse des Sinus des Erhebungswinkels wächst. Denn da die größern Sinus der Winkel über 45 Grade, nach Verhältniß der Winkel, viel weniger unter sich verschieden sind, als die Sinus der kleinern Winkel unter 45 Graden, so macht auch der Widerstand der Luft, wie es scheint, bey großen Erhebungswinkeln keinen so großen Unterschied in den Wurfweiten, als bey kleinen.

Wenn man daher aus einem Mörser mit einer gewissen Ladung, unter dem Erhebungswinkel von 45 Graden, einige Probeschüsse thut, die Wurfweiten mißt, und aus ihnen, da sie allemal etwas verschieden zu seyn pflegen, ein Mittel nimmt, so kann man aus diesem Mittel die mittlere Wurfweite für jeden andren größern Erhebungswinkel bis zu 75 Graden ziemlich genau berechnen. Und diese leichte Berechnung ist in der Ausübung hinlänglich, da die Mörser gewöhnlich so eingerichtet sind, daß sie sich nicht unter 45 und nicht über 75 Grade neigen lassen. Es wird aber bey dergleichen Berechnungen allemal vorausgesetzt, daß die anfängliche Geschwindigkeit, welche die Bombe vom Pulver erhält, bey allen verschiednen Neigungen des Mörsers, immer einerley bleibt, so lange die Pulverladung gleich stark

ist. Ohne diese wesentliche Bedingung ist gar keine Art von Berechnung möglich. Daher muß man erstlich bey allen verschiednen Neigungen einerley Art von Pulver gebrauchen. Denn eine Art ist oft viel stärker, wie die andre; eine trägt, in gleicher Menge und unter gleichen Umständen gebraucht, oft viel weiter, als die andre. Zweytens muß das Pulver nicht los im Mörser liegen, sondern fest gepackt werden und die ganze Pulverkammer füllen. Auf diesen Umstand kommt mehr an, als man glauben sollte. In Wien z. B. fand man 1784 bey einem dreyßigpfündigen Mörser, unter einem Erhebungswinkel von 60 Graden, mit einer Ladung von 24 Lothen los eingeschütteten Pulvers, die Wurfweite nur von 44 Klaftern; aber bey demselben Mörser, Pulver und Erhebungswinkel war die Wurfweite von 145 Klaftern, als man mit Patronen, obgleich nur mit 22 Lothen Pulvers, lud. Diese Unregelmäßigkeiten in den Wurfweiten werden um desto kleiner, je kleiner der Spielraum in den Mörsern ist, je stärker die Ladungen sind, und je besser man das Pulver zusammenpackt.

Bey der gewöhnlichen Art die Mörser zu laden findet man mehrentheils, daß gleiche Ladungen von gleichem Pulver, bey großen Erhebungswinkeln, größre anfängliche Geschwindigkeiten geben, als bey kleinen; daß bey 50, ja zuweilen gar bey 60 Graden, die Schußweite oft noch etwas größer ist, als bey 45 Graden, da doch, wegen des Widerstandes der Luft, wenn gleiche Ladungen immer gleich stark wirkten, der Winkel der größten Schußweite kleiner, als von 45 Graden, seyn sollte; endlich daß die Wurfweite bey 45 Graden oft kleiner ist, als die bey 75 Graden doppelt genommen, da sie doch, wegen des Widerstandes der Luft, allemal größer seyn sollte.

Unter diesen Umständen scheinen die mühsamen Berechnungen der wahren Linie, die eine geworfne Bombe in der Luft beschreibt, in der Ausübung sehr wenigen Nutzen zu haben, besonders da selbst mit der größten Sorgfalt, die man auf die Ladung der Mörser verwendet, und unter den vortheilhaftesten Umständen, bey gleichen Ladungen und gleichen Winkeln, doch immer noch ein beträchtlicher Unterschied in den Wurfweiten übrig bleibt, der oft, besonders bey kleinen Winkeln, auf $\frac{1}{6}$ des Ganzen steigt. Sogar weicht zuweilen die Bombe aus der lothrechten Ebne, in welcher sie eigentlich immer bleiben sollte, bis um $\frac{1}{10}$ der Wurfweite ab, weil sie an die Wände des Mörsers anprellt, indem sie herausfährt.

Wenn ein Mörser eine grössere Neigung hat, als von 75 Graden, so werden die Schüsse höchst unsicher; die Bombe steigt zu hoch auf, verliert oben fast alle Bewegung, und weichet mehrentheils selbst aus der lothrechten Richtungsebne sehr weit ab. Möchte sie, auch wenn sie lothrecht in die Höhe geschossen würde, gar nicht abweichen, so müßte sie alsdann wieder in den Mörser zurückfallen. Aber auch in diesem Falle würde sie für einen Zuschauer, der auser der Erde einen festen Standpunkt hätte, wegen der Bewegung der Erde, eine krumme Linie beschreiben, ungeachtet sie uns völlig gerade aufzusteigen und niederzufallen scheinen würde. Man kann dieses durch einen artigen Versuch sinnlich machen. Mitten auf einer kleinen Tafel befestigt man eine Art von hölzernem Mörser, der aus einer an beiden Enden offnen Röhre besteht. Unten ist diese Röhre mit einem Pfropfen verstopft, auf welchem eine Kugel liegt. Unter dem Pfropfen ist ein Hammer mit einer Feder angebracht, und so

eingerichtet, daß er, wenn man die Röhre lothrecht stellt, die Tafel auf zwey parallele wagrecht gespannte Saiten legt, und sie auf diesen immer gleichförmig fortzieht, an einer gewissen Stelle jener Saiten, sobald die Tafel mit der Röhre dahin kommt, dem Pfropfen einen Weg giebt, durch den die Kugel lothrecht aus der Röhre in die Höhe getrieben wird. Indessen geht die Tafel mit der Röhre gleichförmig immer weiter, und nach einiger Zeit fällt die Kugel wieder in die lothrechte Röhre zurück, ungeachtet man deutlich sieht, daß sie eine krumme und parabolische Linie beschreibt. Sie hat nämlich, indem sie aus der Röhre fährt, die wagrechte-Bewegung der Röhre, so wie z. B. ein Apfel, den jemand, der im Wagen fährt, aus dem Wagen wirft. Wenn er ihn gerade zu nach einem Menschen wirft, bey welchem er schnell vorbeyfährt, so wird der Apfel den Menschen nicht treffen, sondern bey ihm vorbeygehn.

Die Bewegung schief geworfner schwerer Körper gehört zu den krummlinichten Bewegungen. Sie sehen aus dem Beyspiele solcher Körper, daß ein Punkt allemal eine krumme Linie beschreibt, wenn er durch einen Wurf oder Stoß oder auf andre Art eine gewisse Wurfbewegung (motum projectionis) erhalten hat, die er, wegen seiner Trägheit, ganz unverändert fortzusetzen sucht, und zugleich irgend eine äußere Ursache ihn immer und in eines fort von seiner Richtung abtreibt und entfernt. Denn da seine Bahn in eines fort gekrümmt ist, so muß auch eine Ursache in eines fort in ihn wirken. Uebrigens kann ihre Kraft gleichförmig oder auch ungleichförmig seyn; und die Richtung derselben kann sich entweder, so wie bey den geworfnen schweren Körpern die Rich-

tung der Schwere, immer parallel bleiben, oder auch immer ändern. Im letztern Falle geht sie zuweilen immerfort nach einem gewissen Punkte, den man den Mittelpunkt der Kräfte (centrum virium) nennt. Die Kraft selbst heißt alsdann eine Zentralkraft, und da dergleichen Kräfte bey den Bewegungen der himmlischen Körper Statt finden, so verdienen sie eine genauere Untersuchung.

Es sey AD (Fig. 30) ein Bogen irgend einer krummen Linie. Ziehn Sie an seinen beiden Endpunkten die Berührungslinien AF, DF, und auf diese senkrecht AC, DC. Verlängern Sie ferner CD und AF bis sie in B zusammenstoßen, und ziehn Sie AE senkrecht auf CB, und mit FD parallel; so ist CE : AE = AE : EB *). Ist also der Bogen AD unendlich klein gegen CE oder CA, so wird auch AE unendlich klein; aber EB ist alsdann ein unendlich Kleines der zweyten Ordnung, weil es, selbst in Ansehung der AE, unendlich klein wird. Also fallen alsdann die Punkte B und D, in Ansehung des Bogens AD, zusammen, und man kann diesen als einen Theil der Berührungslinie AB ansehn.

Ein Punkt, der die krumme Bahn durchläuft, von der AD ein Bogen ist, hat daher, indem er in A ankommt, die Richtung AB, und fängt daselbst an nach ihr zu gehn. Er würde auch wirklich nach ihr gleichförmg fortfahren sich zu bewegen, wenn die äußere Ursache, welche seine Bahn krümmt, nicht beständig in ihn wirkte. Diese treibt ihn, während des unendlich kleinen Augenblicks, da er durch AD geht, allmählich aus B

*) III. Band Einleit. 83.

nach D, also durch einen Raum, der unendlich kleiner, als AD, ist. Folglich ist auch die von jener Ursache, während dieses Augenblickes, erzeugte Bewegung unendlich kleiner, als die, welche der bewegte Punkt in A, nach der Richtung AB, schon hat. Ueberhaupt ist jede mit einer endlichen Kraft in einer unendlich kleinen Zeit erzeugte Bewegung unendlich klein.

Sie können sich auch noch auf eine andre Art überzeugen, daß ein jeder Punkt, der eine krumme Linie beschreibt, in jedem Orte seiner Bahn eine Richtung hat, welche daselbst die Bahn berührt. Stellen Sie sich eine steife krumme Linie ACE (Fig. 31) und eine andre vollkommen biegsame, aber gespannte, deren Ende in A befestigt ist, vor. Nehmen Sie an, daß auf dieser ein Punkt, aus A, gleichförmig fortgeht, daß aber die gespannte Linie allmählich so gegen die steife, durch BD, bewegt wird, und sich also an diese nach und nach so anlegt, daß der bewegte Punkt immer auf der letztern da bleibt, wo diese sich von der erstern, wie in C, abzusondern anfängt; so sehen Sie leicht, daß der Punkt wirklich die krumme Bahn ACE durchlaufen und seine Richtung bloß deßwegen beständig ändern muß, weil der gespannte Faden von B nach D bewegt wird. Hören Sie also irgendwo, indem der Faden z. B. schon bis C an der steifen Linie anliegt, mit dieser Bewegung auf, so wird der Punkt mit ganz unveränderter Bewegung auf seinem Faden fortgehn. Da aber dieser in CD gespannt ist, so wird er die steife krumme Linie in C berühren. Also hat der Punkt, welcher die krumme Bahn ACE durchläuft an jedem Orte derselben C die Richtung der zu diesem Orte gehörigen Berührungslinie CD.

Ein Punkt, der sich auf einer steifen krummen Linie bewegt, verliert dadurch, daß er seine Richtung beständig ändern muß, nichts von seiner Geschwindigkeit. Stellen Sie sich zuerst zwey an einander gefügte Ebnen AB und BD vor (Fig. 50), und nehmen Sie zugleich an, indem Sie AB in C verlängern, daß der Winkel DBC unendlich klein sey. Es werde die Bewegung des Punkts in B, am Ende der Ebne AB, weil sie nach der Richtung ABC geht, durch die Linie BC ausgedrückt. Ziehn Sie BG senkrecht auf BD, und beschreiben Sie das Parallelogramm BGCD; so ist die Bewegung des Punkts BC in die zwey Bewegungen BG und BD aufgelöst. Jene wird, da sie auf die Ebne BD senkrecht ist, durch ihren Widerstand gänzlich vernichtet, diese aber, als mit BD parallel, leidet nicht die geringste Veränderung. Wenn Sie aber die auf BC senkrechte Linie CE mit der verlängerten BD zusammenziehn, so ist auch hier $BD : DC = DC : DE$ und daher DE ein unendlich Kleines der zweyten Ordnung, wenn die Bewegung DC oder BG unendlich klein ist, wie sie es hier, wegen des unendlich kleinen Winkels DBC, seyn muß. Nun ist BE größer, als BC, und daher $BC - BD$ kleiner, als DE. Also ist der Verlust, den die Bewegung des Punkts durch die Veränderung ihrer Richtung in B leidet, ein unendlich Kleines der zweyten Ordnung.

Es läßt sich aber jede krumme Linie, als ein Vieleck von unendlich kleinen Seiten ansehn, die, so wie AB und BD, unter Winkeln, die nur unendlich wenig von 180 Graden abweichen, an einander gefügt sind. Wenn also ein Punkt auf einer krummen steifen Linie fortläuft, so verliert er am Ende einer jeden unendlich kleinen Seite ein unendlich klei-

nes Theilchen der zweyten Ordnung von seiner Geschwindigkeit durch die Veränderung seiner Richtung. Ungeachtet nun dieser Verlust unendliche Mal wiederhohlt wird, indem der Punkt die krumme Linie durchläuft, so verwandelt er sich dennoch nur in ein unendlich Kleines der ersten Ordnung. Die Geschwindigkeit des Punkts wird also durch die beständige Veränderung seiner Richtung immer nur unendlich wenig, das heißt: gar nicht, geschwächt, er mag seine Bahn so oft durchlaufen, als man will.

Sechs und dreyßigster Brief.

Die einfachste krummlinichte Bewegung durch Zentralkräfte ist die in einem Kreise. Stellen Sie sich eine steife Linie in dem Umfang eines Kreises AFGA gebogen vor, und nehmen Sie an, daß auf der hohlen Seite dieser Krümmung in A ein beweglicher Punkt liegt, in welchem eine gewisse Masse m ohne alle Schwere vereinigt ist, und der sich, nachdem er in A nach der Richtung der Tangente AB eine gewisse Bewegung erhalten hat, nachher ohne alle Reibung, ohne allen Widerstand, und ohne den Einfluß irgend einer besondern Kraft, auf der gekrümmten Linie fortbewegt; so sehen Sie leicht aus dem, was ich in meinem letztern Schreiben gesagt habe, daß die Bewegung dieses Punkts, obgleich sie ihre Richtung beständig ändert, dennoch immerfort gleichförmig seyn wird. Die Aenderung aber seiner Richtung wird durch den Widerstand der steifen Linie bewirkt, dessen Richtung allenthalben auf den Umkreis

AFGA senkrecht, also nach dessen Mittelpunkte C gerichtet ist. Die Kraft also, mit welcher die steife Linie in den bewegten Punkt wirkt, ist eine Zentralkraft, und da jede Wirkung mit einer gleichen und entgegengesetzten Gegenwirkung nothwendig verbunden ist, so drückt dagegen der Punkt allenthalben die Linie senkrecht, nicht wegen seiner Schwere, weil er keine hat, sondern bloß weil er sich bewegt. Beide Kräfte des Widerstandes und des Drucks sind einander allenthalben entgegengesetzt und gleich.

Stellen Sie sich nunmehr vor, daß derselbe Punkt durch einen im Punkte C befestigten, übrigens einer geometrischen Linie ähnlichen, Faden mit C verbunden, die gebogne steife Linie aber weggenommen wird, und Sie begreifen leicht, wenn er in A nach der Richtung der Berührungslinie AB einen Stoß erhält, daß er noch immer sich völlig eben so bewegen muß, als vorher. Denn der Faden wirkt nunmehr vollkommen so auf ihn, wie vorher die steife Linie wirkte, allenthalben nämlich mit einer gegen C gerichteten Kraft. Dagegen zieht und spannt die bewegte Masse den Faden mit einer gleichen und entgegengesetzten Kraft, mit welcher sie vorher die steife krumme Linie drückte. Sie muß also auch, so wie auf der krummen steifen Linie, mit der einmal erhaltnen Bewegung immer gleichförmig in einem Kreise um C, als den Mittelpunkt ihrer Kräfte und Bahn, herumlaufen.

Um sich von dieser Art der Bewegung ein sinnliches Bild zu machen, binden Sie das eine Ende eines feinen aber festen Fadens an eine glatte, kleine, metallne Kugel, legen diese auf einen glatten völlig wagrechten Tisch, befestigen auf ihm das andre Ende des Fadens, und stoßen sodann die Kugel seitwärts fort. Sie wird sich Anfangs von dem festen Ende

des Fadens etwas entfernen und den Faden spannen, wenn sie ihn aber nicht weiter ausdehnen kann, so wird sie anfangen in einem Kreise um den festen Punkt des Fadens zu laufen. Jedoch ist ihre Bewegung nicht ganz gleichförmig, weil sie durch die Reibung, ungeachtet der Glätte des Tisches und der Kugel, immer mehr geschwächt wird. Und dennoch muß die Kugel immer auf einer wagrechten Ebne liegen, durch welche ihr Gewicht gleichsam vernichtet wird, weil dieses sonst ihre Bewegung ungemein verändern würde.

Die Masse m spannt, während ihrer Bewegung, den Faden CI (Fig. 33) beständig so, als wenn dieser ruhte und mit einer besondern Kraft nach der Richtung IL gezogen würde. Diese Kraft der bewegten Masse, die immer der Zentralkraft (vis centripeta) entgegengesetzt und gleich ist, heißet die Schwungkraft (vis centrifuga). Beide Kräfte entstehn weder aus der Trägheit der Masse, noch einer andern ähnlichen Ursache, sondern bloß aus der Bewegung, und hören auf, sobald die Masse ruht, ungeachtet sie bey der Ruhe eben so träge ist, als bey der Bewegung. Denn in jedem Punkte ihrer Bahn fängt sie an, in der Berührungslinie fortzugehn. Sie sucht sich also vom Mittelpunkte C zu entfernen, und wirkt in den Faden, dieser aber zieht sie zurück. Ueberhaupt erlangen alle Körper durch die Bewegung gewisse Kräfte, oder sie können in andre Körper wirken, mit denen sie zusammenhängen, oder auf die sie stoßen. Hier wird durch die Zentralkraft die Bahn der Masse gekrümmt, und durch die Schwungkraft der Faden gespannt.

Um die Größe der Zentralkraft f in jedem Punkte A des Kreises zu finden, setzen Sie, daß

diese Kraft, von A an, eine gewisse Zeit t hindurch ganz gleichförmig bliebe, und die Masse m von ihrem Faden befreyt würde, so würde diese in der Zeit t, mit der Geschwindigkeit c, welche sie in A hat, gleichförmig durch ein Stück AB der Berührungslinie bey A fortgehn, zugleich aber durch die gleichförmige Kraft f immer parallel mit AC fortgetrieben werden, also eine Parabel AE zu beschreiben anfangen. Es sey h der Raum, durch welchen ein Punkt von dieser Kraft f gleichförmig beschleunigt in einer Sekunde aus der Ruhe fortgetrieben werden möchte, so wird $BE : h = t^2 : 1$, also $BE = ht^2$. Da wir ferner die Elementarkraft der Schwere, als die Einheit ansehn, und g die Höhe ist, welche ein durch sie aus der Ruhe getriebner Körper in einer Sekunde durchfällt, so ist $f : 1 = h : g$ und $h = gf$, weil wir f als eine Elementarkraft ansehn wollen. Also wird $BE = gftt$; AB aber ist $= ct$.

Wir können aber durch jeden unendlich kleinen Augenblick jede auch noch so ungleichförmige Kraft, also auch hier die Zentralkraft, als gleichförmig annehmen, da sich ihre Richtung in einem solchen Augenblicke nur unendlich wenig verändern kann. Ist aber t unendlich klein, so ist es auch AB, und noch mehr BE und BF. Denn $BF = AD$ ist alsdann, wie Sie bereits wissen, ein unendlich Kleines der zweyten Ordnung, und $BE = BF = gft^2$. Nun aber ist $AD . DG = DF^2$ oder, wenn man den Halbmesser CA, r nennt: $AD . (2r - AD) = 2r . AD - AD^2 = AB^2$. Nun ist AD in Ansehung AB, also auch AD^2, in Ansehung AB^2, unendlich klein. Also wird $2r . AD = AB^2$ oder $2r . gft^2$

$= c^2 t^2$ und $f = \frac{c^2}{2rg}$. Die Totalkraft aber F wird, wenn die Masse m durch das Gewicht ausgedrückt wird, welches sie da erhält, wo die Elementarkraft der Schwere = 1 ist, $= \frac{mc^2}{2rg}$.

Da die Masse m sich überall mit gleicher Geschwindigkeit in ihrem Kreise bewegt, so ist auch die Zentralkraft überall von gleicher Grösse. Läuft sie aber durch denselben Kreis, ein Mal mit einer grössern, ein Mal mit einer kleinern Geschwindigkeit, so verhalten sich die Zentralkräfte in beiden Fällen, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Gehn ferner zwey gleiche Massen in verschiednen Umkreisen gleich geschwinde, so verhalten sich ihre Zentralkräfte umgekehrt, wie die Halbmesser der Kreise. Sind endlich ihre Geschwindigkeiten um desto grösser, je grösser die Kreise sind, so verhalten sich die Zentralkräfte wie die Geschwindigkeiten. Alle diese Sätze lassen sich leicht, als unmittelbare Folgerungen der Gleichung $F = \frac{mc^2}{2rg}$, übersehn.

Da die Höhe a, zu welcher die Geschindigkeit c gehört, $= \frac{c^2}{4g}$ ist, *) so kann man unsre Gleichung auch so ausdrücken: $F = \frac{2 \cdot ma}{r}$. Ist also die Zentralkraft der Schwere gleich, oder $F = m$, so wird $2a = r$ und $a = \frac{1}{2} r$, oder die Masse muss sich alsdann mit derjenigen Geschwindigkeit bewegen, die sie im leeren Raume erlangt, wenn sie schwer ist, und

*) Man sehe den drey und dreyssigsten Brief.

aus der Ruhe frey durch den halben Halbmesser ihres Kreises fällt. Und wenn sie diese Geschwindigkeit hat, so spannt sie bey ihrer Bewegung den Faden eben so stark, als sie ihn spannen würde, wenn sie als ein Gewicht lothrecht an ihm herunterhinge. In diesem Falle verhält sich die Umlaufszeit durch den ganzen Umkreis T, zu der Zeit des freyen Falles durch den halben Halbmesser desselben t, wie der ganze Umkreis zum Halbmesser, oder wie 2 p : 1. Denn der ganze Umkreis ist 2 p r, und da die Bewegung gleichförmig ist, so muß $1 : T = c : 2\,p\,r$, also $T = \frac{2\,p\,r}{c}$ (in unserm Falle, wo 2 a oder $\frac{c^2}{2g} = r$ ist) $= \frac{p\,c}{g}$ seyn. Nun verhalten sich beym freyen Falle die Zeiten, wie die Geschwindigkeiten. Daher ist $1 : t = 2\,g : c$ und $t = \frac{c}{2\,g}$; folglich $T : t = \frac{p\,c}{g} : \frac{c}{2\,g} = 2\,p : 1$. [1]

Wenn man Körper, so wie die Steine in einer Schleuder, in lothrechten Kreisen dreht, so hat ihr Gewicht auf ihre Schwungkräfte einen großen Einfluß. Indessen lassen sie sich dennoch aus den bisher vorgetragnen Grundsätzen ohne viele Schwierigkeit berechnen. [2] Wenn man ferner das obre Ende eines Fadens, der unten mit einem kleinem Gewichte beschwert ist, befestigt, den Faden aus der lothrechten Lage seitwärts zieht und dem Gewichtchen einen Stoß giebt, so kann man es dahin bringen, daß der Faden sich als in der Oberfläche eines Kegels zu drehen anfängt, und das Gewichtchen immer gleichförmig durch seinen Kreis fortläuft. Man

hat sogar Uhren auf die Art eingerichtet, daß sich ihre Pendel so kegelartig bewegen. [3]

So unbedeutend übrigens die Untersuchungen über die Kreisbewegung solcher Körper, die an Fäden befestigt sind, dem ersten Anblicke nach, zu seyn scheinen, so sehr wichtig sind sie in der That, weil sie dazu dienen, uns von den Schwungkräften deutliche und richtige Begriffe zu geben, die bey allen Körpern, welche sich um gewisse Axen drehen, also auch bey unsrer Erde anzutreffen sind. Auch die Schwungmaschinen können mit Nutzen gebraucht werden, um diese Begriffe sinnlich zu machen. Sie haben gewöhnlich zwey wagrechte Scheiben, welche durch ein mit einer Kurbel versehnes Rad, vermittelst einer Schnur ohne Ende, sehr schnell gedreht werden können. Auf der Axe C jeder Scheibe (Fig. 87) ist ein Lineal befestigt, und dieses trägt durch die Aufsätze in D und E einen geraden Drath, der gerade über C weggeht, und daher einen Durchmesser der Scheibe vorstellt. Man hat verschiedne durch ihren Mittelpunkt durchbohrte Kugeln, die man auf den Drat D E aufstecken kann, und die sich auf ihm leicht hin und her schieben lassen. Hat man nun zwey solche Kugeln wirklich aufgesteckt, und sie mit einem seidnen Faden verbunden, so bemerkt man, so bald man die Scheibe dreht, daß beide Kugeln unbeweglich bleiben, wenn sich ihre Massen umgekehrt wie ihre Entfernungen von C verhalten. Ist aber die eine Masse größer, als sie nach diesem Verhältnisse seyn sollte, so entfernt sie sich schnell von C, und zieht die andre Kugel mit sich fort. Zerschneidet man aber den Faden zwischen beiden Kugeln, so entfernen sich beide von C, es sey denn, daß die eine völlig lothrecht über C stände. [4]

Wenn man, anstatt des Draths mit den Kugeln, über C ein kleines Gefäß mit zweyen gläsernen Röhren aufsetzt, welche etwas schief aufsteigen, und sich in Kugeln endigen, die auf den Aufsätzen in D und E ruhen, also etwas höher liegen als die Mündungen der Röhren im Gefäße, so erhebt sich das Wasser, womit man des Gefäß anfüllt, durch das schnelle Umdrehen der Scheibe, und steigt durch die Röhren in die Kugeln, wo es sich sammlet. [5]

Nehmen Sie, anstatt des Gefäßes mit den Röhren, eine einzelne oben und unten verschloßne Glasröhre, die Sie entweder mit zweyen flüssigen Materien von verschiedner eigenthümlicher Schwere, oder bloß mit Wasser, auf dessen Grunde ein Stückchen Metall oder Glas liegt, oder auf welchem ein Stückchen Kork schwimmt, gefüllt haben. Befestigen Sie diese Röhre etwas schief auf dem Lineale, mit dem untern Ende nahe an C, mit dem obern auf dem Aufsatze D oder E, und drehen Sie hierauf die Scheibe, so werden Sie sehn, daß die eigenthümlich schwereren Körper allezeit nach oben und die leichtern nach unten gehn; daß der Kork im Wasser fällt, und das Metall nebst dem Glase darin aufsteigt. [6]

Es lassen sich sehr viele Erscheinungen, die uns täglich vorkommen, sehr leicht begreifen, wenn man sich einmal mit dergleichen Versuchen und ihren wahren Ursachen gehörig bekannt gemacht hat. Wagenräder z. B. werfen den Koth weit um sich her, wenn man schnell auf einem nassen Boden fährt; und ein angefeuchteter Schleifstein, den man schnell umdreht, spritzt das Wasser umher, und eben das thut auch ein Kreisel, wenn man, indem er sich schnell dreht, einige Tropfen drauf fallen läßt. Bey der Wassermaschine des Vera sondert sich das Wasser eben-

ebenfalls durch die Schwungkraft von den Stricken ab. Wenn man inwendig auf einen Reifen ein Glas mit Wasser setzt, und alsdann den Reifen lothrecht und schnell in die Runde dreht, so bleibt das Glas in jeder Lage fest am Reifen hängen, und auch von dem Wasser gießt sich nicht ein Tropfen aus, weil die Schwungkraft, durch die schnelle Umdrehung des Reifens, größer als die Schwere des Wassers wird. So säubert man auch in besondern Maschinen mit Flügelrädern vermittelst der Schwungkraft das Korn, und sondert die leichtern Körner von den eigenthümlich schwerern ab. Denn indem beide vermischt auf die Flügel der Maschine fallen, werden durch ihre schnelle Umdrehung die schwereren Körner weiter fortgetrieben als die leichtern.

Man kann Thiere tödten, wenn man sie schnell in die Runde dreht, und ihr Kopf von der Axe der Drehung weiter entfernet ist als der übrige Körper, weil man auf diese Art das Blut und alle Säfte gewaltsam nach dem Kopfe treibt. Daher müssen wir bey dem Ringelstechen und andern ähnlichen Spielen, wo wir schnell in die Runde gedrehet werden, oder uns schnell um einen festen Punkt schwingen, dahin sehen, daß der Kopf nie durch einen größern Kreis laufe als der übrige Körper.

Anmerkungen.

m) Man kann noch verschiedene andre Folgerungen aus unsern Gleichungen ziehen, davon ich einige anführen will.

a) $T = \frac{2pr}{c}$ also $T^2 = \frac{4p^2r^2}{c^2} = \frac{2p^2r}{gf}$ weil $f = \frac{c^2}{2rg}$ ist. Also verhalten sich bey gleichen Schwungkräften die Quadrate der Umlaufszeiten, wie die Halbmesser der Kreise.

b) $T = \frac{pc}{g}$ also $T^2 = \frac{p^2c^2}{g^2}$, wenn $c^2 = 2gr$ ist, also auch $\frac{T^2g}{2p^2} = r$. Durch diese Gleichung findet man aus der Umlaufszeit den Halbmesser r des Kreises, in welchem die Schwungkraft so groß ist als die Schwere.

c) Bey gleichen Geschwindigkeiten und Kreisen verhalten sich die Schwungkräfte wie die Massen; wenn aber die Geschwindigkeiten sich umgekehrt wie die Halbmesser der Umkreise verhalten, so sind die Schwungkräfte umgekehrt, wie die Würfel der Halbmesser. Denn wenn $c = \frac{n}{r}$ ist, so wird $f = \frac{n^2}{2gr^3}$.

d) Wenn die Geschwindigkeit sich verhält, wie der Halbmesser, so ist die Schwungkraft immer, wie m r. Denn F wird alsdann $= \frac{mr}{2g}$.

2. Ich muß hierbey einen Satz voraussetzen, den ich künftig erweisen werde: daß nehmlich ein schwerer Punkt, der durch sein Gewicht in irgend einer krummen lothrechten Linie B F A aus B herabsteigt, (Fig. 145) in jedem Orte, als F, die Geschwindigkeit hat, welche der Höhe C G zukommt, durch die er gefallen ist; und daß er vom tiefsten Orte A wieder bis in E aufsteiget, wenn E eben so hoch über A liegt als B.

Ist nun ein Faden in C befestigt, an welchem in A ein kleines Gewicht lothrecht hängt, und man hebt den Faden gespannt auf, daß er in die wagrechte Lage CB kommt, so beschreibt das Gewicht, wenn man es los läßt, den lothrechten halben Kreis BAE, und hat in irgend einem Punkte F die der Höhe CG = x zukommende Geschwindigkeit. Seine Schwungkraft $F = \frac{2ma}{r}$ ist also hier $\frac{2mx}{r}$, und hat die Richtung CF. Sie wird aber noch durch das Gewicht des Körpers vermehrt. Mag dieses durch CA vorgestellt werden, so läßt es sich in die 2 Kräfte nach CH und HG zerlegen, wenn GH senkrecht auf CF ist. Bloß die Kraft Z nach CH verstärkt die Schwungkraft. Es ist aber die Totalkraft der Schwere = m und z : m = CH : CG = CG : CF, weil die Dreyecke CHG und CFG sich ähnlich sind. Also wird z : m = CG : CF = x : r und $z = \frac{mx}{r}$. Also ist die ganze Kraft, durch welche der Faden in F gespannt wird, $= \frac{2mx}{r} + \frac{mx}{r}$ $= \frac{3mx}{r}$; unten in A, wo x = r ist, = 3 m oder dreymal so groß als das Gewicht des Körpers.

Auf diese Art steigt der Körper nur bis E, und fällt von da wieder zurück. Soll er durch den ganzen Kreis laufen, so muß er einen Stoß bekommen, der wenigstens so groß ist, daß im höchsten Punkte D seine Schwungkraft der Schwere gleich, also = m wird. Kommt er hierauf von D nach A, so gehört der Zuwachs seiner Geschwindigkeit in A der Höhe 2 r. Seine Schwungkraft ist hier also um $\frac{2ma}{r}$ oder, weil

hier $a = 2r$ ist, um $4m$ größer als in D, also überhaupt $= 5m$, oder fünf Mal so groß als sein Gewicht. Weil man nun in A noch das ganze Gewicht des Körpers zur Schwungkraft hinzu nehmen muß, so wird hier der Faden überhaupt mit dem sechsfachen Gewichte des Körpers gespannt.

3. Wenn AC (Fig. 146) eine lothrechte, BC eine wagrechte Linie und AB der in A befestigte Faden mit dem Gewichte ist, so muß man dem Gewichte in B nach einer wagrechten auf die Ebne ABC senkrechten Richtung einen Stoß geben, damit es einen wagrechten Kreis vom Halbmesser $CB = r$ beschreibt. Ist der Stoß zu schwach, so beschreibt es eine Art von Ellipse; ist er aber stark genug, einen Kreis. Verlängert man nun CB in E, AB in D und ist BF so wie ED lothrecht, AC aber $= e$, so hat das Gewicht, indem es durch seinen Kreis läuft, erstlich die Schwungkraft nach $BE = \frac{2ma}{r}$, wenn a die seiner Geschwindigkeit zukommende Höhe bedeutet; zweytens wird es durch sein Gewicht m nach BF gezogen. Die aus diesen beiden Kräften zusammengesetzte Kraft muß eine Richtung BD haben, welche in die verlängerte AB fällt, wenn anders das Gewicht einen Kreis beschreiben soll. Daher wird $BE : BF = r : e$, also $\frac{2ma}{r} : m = r : e$ und $a = \frac{r^2}{2e}$.

Die Zeit des Umlaufs T ist $= \frac{2pr}{c}$ also $T^2 = \frac{4p^2r^2}{c^2} = \frac{p^2r^2}{ga}$ weil $c^2 = 4ga$ ist. Da nun $a = \frac{r^2}{2e}$ ist, so wird $T^2 = \frac{2p^2e}{g}$. Ist $r = e$ oder der

Winkel C A B von 45°, so wird BE = BF oder die Schwungkraft so groß als die Schwere.

Da $1 : t^2 = g : 2e$ ist, wenn t die Zeit des Falles durch 2 e oder durch die doppelte Höhe des Kegels ABC bedeutet, so ist $t^2 = \frac{2e}{g}$. Folglich ist $T^2 : t^2 = \frac{2p^2e}{g} : \frac{2e}{g} = p^2 : 1$ und $T : t = p : 1$.

Ist der Winkel BAC = n, so wird $AB = \frac{e}{\cos. n}$. Da nun die Kraft nach BD, womit der Faden gespannt wird, sich zum Gewichte m wie BD : BF = AB : e verhält, so wird jene Spannungskraft $= \frac{m}{\cos. n}$.

Wenn (Fig. 147) die hohle Fläche MAE, die aus der Umdrehung der Parabel MA um ihre Axe AN entsteht, so gestellt ist, daß die Axe lothrecht steht, und man giebt einer auf ihr irgendwo in M liegenden kleinen Kugel einen wagrechten Stoß, daß sie in ihr in einem wagrechten Kreise vom Halbmesser PM herumläuft, so wird auch hier die Kugel von ihrer Schwungkraft wagrecht nach MD, und von ihrer Schwere lothrecht nach MF getrieben. Ist nun MN senkrecht auf die parabolische Fläche, so muß die aus MD und MF zusammengesetzte Kraft MB in die verlängerte NM fallen, wenn sie durch den Widerstand der Fläche ganz vernichtet werden, und die Kugel immer gleichförmig in ihrem Kreise fortlaufen soll. Nennt man nun AP, x, PM, y, den Parameter der Axe, p, und zieht man die Berührungslinie MT an M auf die verlängerte Axe, so ist $p x = y y$ (III Einl. 294) und TP =

$2x$, PN aber $= \frac{1}{2}p$, weil, wegen der ähnlichen rechtwinklichten Dreyecke TMP, PMN, TP : PM = PM : PN ist. Nun ist die Schwungkraft in $M = \frac{2ma}{y}$ und sie verhält sich zu $m =$ MD : MF = PM : PN $= y : \frac{1}{2}p$. Daher wird $pa = y^2$ und $a = x$. Es muß also in jedem Punkte M die der Geschwindigkeit c zukommende Höhe = AP seyn. Die Umlaufszeit T ist $= \frac{2py}{c}$ und $T^2 = \frac{p^2y^2}{ga} = \frac{p^2x}{gx} = \frac{p^2}{g}$, also allenthalben von gleicher Größe, man mag die Kugel hinlegen, auf welchen Punkt man will.

4. Von den beiden Kugeln A und B (Fig. 87) fängt die eine von dieser, die andre von der andern Seite an, sich von C zu entfernen, sobald die Scheibe gedreht wird. Sie ziehn also einander vermittelst des Fadens, der sie verbindet, wechselsweise. Nun verhalten sich auf der Scheibe die Geschwindigkeiten in den verschiednen Kreisen um C allenthalben, wie die Halbmesser der Kreise. Also sind die Schwungkräfte, mit welchen auch die Kugeln einander ziehn, im Verhältnisse von mr (. Anmerk.). Verhalten sich daher die Gewichte der Kugeln umgekehrt, wie ihre Entfernungen von C, so zieht eine so stark, als die andre, und beide bleiben in Ruhe. Ist aber bey einer das Produkt mr größer, als bey der andern, so zieht jene diese nach sich.

Um aber die Versuche mit der Schwungmaschine besser zu begreifen, stelle man sich auf ihrer Scheibe einen beweglichen Punkt in A (Fig. 148) ganz frey vor. Sobald die Scheibe um C gedreht wird, fängt der Punkt an, nach der Berührungslinie AB fort-

zugehn und sich also von C zu entfernen. Dadurch wächst seine Geschwindigkeit, weil alle Punkte der Scheibe sich um desto schneller bewegen, je weiter sie von C entfernt sind. Allein die Scheibe wirkt in den bewegten Punkt immer nach andern und andern Richtungen, nämlich immer senkrecht auf die Linie CA oder CB, welche von ihm nach C geht. Daher wird die Bewegung des Punkts nicht nur immer mehr beschleunigt, so lange er auf der Scheibe ist, sondern auch in ihrer Richtung beständig fort verändert. Der Punkt geht also, da er in A nicht nach C gezogen wird, weder in dem Kreise AH, noch auch in der Berührungslinie AB fort, sondern er beschreibt eine besondre krumme Linie ADG, eine Art von Spirallinie.

Ist also eine einzelne Kugel auf den Drath der Scheibe aufgesteckt, so wird sie ebenfalls, wenn die Scheibe gedreht wird, in einer gewissen krummen Linie ADG mit beschleunigter Bewegung fortgehn. Aber in jedem Punkte D ihrer Bahn hat ihre Bewegung die Richtung der Linie DE, welche die Bahn in D berühret. Sie kann also in die zwey Bewegungen nach DB und DF aufgelöst werden, davon die Richtung jener in die verlängerte CD fällt, dieser aber ihre auf CD senkrecht ist. Die letztre wird beständig durch den Widerstand des Draths, welcher die Lage CD hat, wenn der Punkt in D ist, ganz vernichtet, mit der erstern aber entfernt die Kugel sich auf dem Drathe von C. Und da diese Bewegung der nach DE ähnlich ist, also immer mehr beschleunigt wird, so wirkt wirklich die Scheibe beständig mit einer gewissen Schwungkraft in den Punkt und entfernt ihn immer weiter von C. Daher werden auch zwey Kugeln, die nicht zusammenhän-

gen, von C fortgewichen, wenn man die Scheibe dreht. Steht aber eine Kugel genau mit ihrem Mittelpunkte über C, so ist kein Grund da, weßhalb sie sich mehr auf diese, als auf jene Seite, von C entfernen sollte. Sie bleibt also bey der Drehung der Scheibe ganz ruhig.

5. Hier vertreten die Röhren die Stelle des Draths. Da sie etwas geneigt sind, so wird das Wasser durch sein Gewicht, als auf einer geneigten Ebne, in ihnen mit einer gewissen Kraft, gegen C, herabgetrieben. Sobald aber die Schwungkraft größer wird, als diese Art von Zentralkraft, so steigt das Wasser in die Kugeln, weil es sich von C entfernt.

6. Die Totalkraft des Schwunges verhält sich, wie die Masse, so wie die Totalkraft der Schwere. Gleichwie also dichtere Körper durch ihr Gewicht im Wasser nach unten gehn, weil die Richtung der Schwere nach unten gerichtet ist; eben so müssen von den durch die Schwungkräfte getriebnen Körpern die dichtesten Massen, nach der Richtung dieser Kräfte, welche hier nach oben geht, am schnellsten und weitsten im Wasser fortgehn, und die lockern hingegen, wenn sie sich ganz im Wasser befinden, sich jener Richtung entgegen, also hier nach unten, begeben.

Vollständiger und faßlicher
Unterricht
in der
Naturlehre.
In einer Reihe von Briefen.

Mit Kupfern.

Neue ganz umgearbeitete Auflage.

Von
Michael Hube,
Generaldirektor und Professor in Warschau.

Vierten Bandes
Zweyte Abtheilung.

Leipzig,
bey Georg Joachim Göschen. 1801.



Inhalt des vierten Bandes.

Zweyte Abtheilung.

VII. Physische Astronomie.

VIII. Fortsetzung der Mechanik.

IX. Physische Geographie.

X. Fortsetzung der Mechanik.

XI. Hydraulik.

XII. Akustik.

XIII. Allgemeine Eigenschaften der Körper.

XIV. Register über alle vier Bände.

Physikalische Briefe.

Vierten Bandes zweyte Abtheilung.



Sieben und dreyßigster Brief.

Nunmehr sind Sie, wie ich glaube, im Stande, sich von den Grundsätzen der physischen Astronomie und von den grossen Entdeckungen Newtons in dieser Wissenschaft deutliche Begriffe zu machen. Lassen Sie uns also zu den Bewegungen der himmlischen Körper zurückkehren, und die Ursachen derselben umständlich untersuchen.

Die Kreisbewegung solcher Massen ohne Schwere, welche beständig nach einem gewissen festen Punkte hingezogen werden, hat mit der Bewegung der Planeten um die Sonne, deren Bahnen ebenfalls beynahe kreisförmig sind, eine große Aehnlichkeit. Wenn Sie nach den Formeln meines letzten Briefes die Umlaufszeit einer solchen Masse berechnen, so werden Sie finden, daß ihr Quadrat sich allezeit gerade wie der Halbmesser ihres Kreises, und umgekehrt wie ihre Schwungkraft, oder, welches einerley ist, umgekehrt wie ihre Zentralkraft, verhält. [1] Verhält sich also jenes Quadrat der Zeit auch wie der Würfel des Halbmessers, oder der Entfernung vom Mittelpunkte der Kräfte, so muß die Zentralkraft sich umgekehrt wie das Quadrat dieser Entfernung verhalten, und in der doppelten Entfernung vom Mittelpunkte vier Mal, in der dreyfachen neun Mal u. s. w. schwächer seyn, als in der einfachen.

Nun aber hatte Kepler gezeigt, daß sich die Quadrate der periodischen Zeiten der Hauptplaneten

wirklich wie die Würfel ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne verhalten, und dieses Verhältniß ist nachher durch alle neuere Beobachtungen immer mehr bestätigt, und auch in Ansehung der Trabanten eines und ebendesselben Hauptplaneten, wenn man sie unter sich vergleicht, als vollkommen richtig befunden worden. Dieses allgemeine Gesetz der himmlischen Bewegungen ist das dritte und letzte unter den sogenannten Keplerischen Regeln. Kepler entdeckte es zuerst 1618, und Newton schloß daraus, daß die Zentralkräfte der Planeten sich wahrscheinlich, umgekehrt wie die Quadrate ihrer mittleren Entfernungen vom Mittelpunkte der Sonne, und die Zentralkräfte der Trabanten, umgekehrt wie die Quadrate ihrer mittleren Entfernungen vom dem Mittelpunkte ihres Hauptplaneten verhalten.

Indem Newton auf Mittel sann, diese höchst wahrscheinliche Vermuthung zu prüfen, kam er glücklicher Weise auf den Gedanken, daß die Zentralkraft des Mondes unstreitig nichts weiter seyn könne als dieselbe Kraft, welche wir auf der Erde die Kraft der Schwere nennen. Denn da sich der Mond eben so um die Erde, wie diese um die Sonne, bewegt, so muß, wenn die Zentralkräfte der Planeten, rund um ihre Mittelpunkte herum, um desto mehr abnehmen, je grösser die Quadrate der Entfernungen werden, so muß, sage ich, die Zentralkraft des Mondes allenthalben um den Mittelpunkt der Erde herum, also auch auf der Oberfläche der Erde, anzutreffen, und hier um so viel stärker seyn, als das Quadrat der Entfernung der Oberfläche vom Mittelpunkt der Erde kleiner ist, als das Quadrat der mittlaren Entfernung des Mondes. Nun aber kennen wir überall auf der Erdfläche die Schwere

als eine nach dem Mittelpunkte der Erde gerichtete Kraft. Also muß unfehlbar sie die Zentralkraft seyn, durch welche sich der Mond bewegt. Man sagt, daß Newton die Richtigkeit dieser Schlüsse zuerst recht lebhaft fühlte, als in einem Garten, in welchem er nachdenkend ganz allein herumging, ein Apfel von einem hohen Baume auf ihn fiel. Er fragte sich bey dieser Gelegenheit selbst, wie hoch sich wohl die Kraft der Schwere über der Erde erstrecke. Auf den Gipfeln der höchsten Berge sey sie noch eben so gut anzutreffen, als auf den höchsten Aesten der größten Bäume, warum sollte sie nicht auch in der Gegend des Mondes seyn?

Newton überzeugte sich in der Folge durch eine genaue Berechnung, daß das Gesetz von der Abnahme der Zentralkräfte, in dem umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen von ihrem Mittelpunkte, bey dem Monde wirklich Statt findet, wenn man nämlich annimmt, daß die Kraft unsrer Schwere sich bis in die Gegend des Mondes erstreckt. Der Mond ist, wie Sie wissen, ins Mittel gegen 60 mittlere Halbmesser der Erde von ihrem Mittelpunkte entfernt. Wenn man seine Bahn als einen Kreis ansieht, und weiß, daß er ins Mittel, in einer Minute Zeit, fast genau durch 33 Sekunden seiner Bahn geht, welches sich leicht aus der mittleren Zeit seines ganzen Umlaufs finden läßt *), so kann man berechnen, wie groß dieser Bogen von 33 Sekunden ist, wenn man die mittlere Größe des Halbmessers der Erde kennt. Diese beträgt aber nach den sichersten Messungen 3272497 Pariser Klafter, und so groß ist ein Bogen von 57 Graden 17 Minuten 44,8 Sekunden eines mittleren Meridians der

*) Man sehe die Tabellen des zwanzigsten Briefes.

Erde *); ein gleicher Bogen aber der Mondbahn ist 60 Mal so groß. Also hält ein Bogen von 33 Sekunden der Mondbahn 31410 Klafter. Die mittlere Geschwindigkeit des Mondes in seiner Bahn, oder der Raum c, den er ins Mittel in einer Sekunde durchläuft, beträgt daher 523,5 Pariser Klafter. Wenn man den mittleren Halbmesser der Mondbahn, der 60 . 3272497 oder 196349820 Klafter beträgt, mit dem Quadrate jener Geschwindigkeit theilt, so erhält man 716,4. Da nun die Höhe des Falles in einer Sekunde, oder g, auf der Erde ins Mittel 2,514 Klaftern beträgt, also 2 g = 5,028 Klaftern ist, so wird 716,4 . 5,028 = 3602. Also ist, vermöge der Formeln meines letztern Schreibens, f, oder die Zentralkraft des Mondes, $= \frac{c^2}{2gr} = \frac{1}{3600}$, fast ganz genau; und da hier von der Elementarkraft die Rede ist, die Elementarkraft der Schwere aber = 1 angenommen wird, so verhält sich f zur Kraft der Schwere auf der Erdfläche, wie 1 : 3600 oder wie 1 zum Quadrate von 60, also umgekehrt, wie das Quadrat der mittleren Entfernung des Mondes zu dem Quadrate der mittleren Entfernung der Erdfläche vom Mittelpunkte der Erde.

Nunmehr stellte Newton allgemeine Untersuchungen über die Zentralbewegungen an, bey welchen die Körper, ohne eben immer einerley Entfernung von einem gewissen festen Punkte zu behalten, dennoch beständig durch eine besondre Kraft nach demselben getrieben würden. Er fand zuerst, daß die zweyte Keplerische Regel, die Sie schon kennen, daß nämlich

*) III. Einleit. 124.

die Ausschnitte, welche eine von dem bewegten Körper nach dem Mittelpunkte der Kräfte gezogne gerade Linie, oder der Führer, während der Bewegung des Körpers, durchläuft, sich allemal wie die Zeiten verhalten, in welchen ihre Bogen durchlaufen werden, daß, sage ich, dieses Gesetz bey allen dergleichen Zentralbewegungen Statt finden müsse. Dadurch werde die Wahrscheinlichkeit, daß alle himmlische Körper sich durch Zentralkräfte bewegen, noch viel größer. Denn nehmen Sie an, daß ein Punkt (Fig. 32) in A eine gewisse Bewegung nach der Berührungslinie AF erhält, und bloß dadurch, daß er hierauf beständig vom Punkte C gleichsam angezogen wird, die krumme Bahn ADB durchläuft. Diese wollen wir uns als ein Vieleck von unendlich vielen geraden Seiten vorstellen. Allenthalben nämlich mögen in unendlich nahen Punkten der Bahn A, D, K u. s. w. Berührungslinien gezogen seyn, die in andern Punkten E, G u. s. w. zusammenstoßen. Alsdann aber müssen wir auch setzen, daß der Punkt C nicht in einem fort, sondern stoßweise wirkt, und dem bewegten Körper die Bewegung, welche er in ihm eigentlich nach und nach in der unendlich kleinen Zeit erzeugt, da er z. B. AD durchläuft, in der Mitte dieser Zeit, wenn der Körper in E ist, auf einmal mittheilt. So wird die erdichtete Bewegung in den Berührungslinien, von der wahren in der krummen Linie, sowohl nach der Richtung als nach der Geschwindigkeit, allenthalben nur unendlich wenig verschieden seyn, so daß man ohne Bedenken die eine für die andre setzen kann.

Gesetzt also, der Körper hat in A nach F die Geschwindigkeit, in der Zeit dt durch AE zu gehn, und geht auch wirklich durch AE, so würde er in einem gleichen folgenden Zeittheilchen in derselben

Linie fortfahren durch EF = AE zu gehn, wenn er nicht in E die Bewegung EH, nach C hin, erhielte. Er geht also jetzt durch die Diagonale ED des Parallelogrammes EHDF, und kommt so, nach 2dt, in D. Ziehen Sie FC und DC, und Sie begreifen leicht, daß die Dreyecke EFC und EDC, weil sie zwischen den parallelen Linien FD, EC stehn, und einerley Grundlinie EC haben, einander gleich sind *). Nun ist aber auch das Dreyeck ACE dem Dreyecke ECF gleich, weil beide Dreyecke eine gemeinschaftliche Höhe haben, wenn man aus C auf die verlängerte FA eine senkrechte Linie fallen läßt, und weil AE = EF ist **). Also sind auch die Ausschnitte ACE und ECD einander gleich, oder ACD ist = 2 ACE. Im dritten dt geht der Punkt in der Berührungslinie EDG gleichförmig fort von D nach G; DCG ist = ECD, und also ACG = 3 ACE. In G erhält der Punkt wieder eine Bewegung nach C, und geht daher in der Diagonale GK, welche bey K die Bahn berührt. Hätte er diese Bewegung nicht erhalten, so würde er, am Ende des vierten dt, in I gewesen seyn, wenn GI = GD = DE ist. Aber es ist hier wieder GCK = GCI = DCG = ACE, also ACK = 4 ACE. Und so läßt sich vom ganzen Ausschnitte ACB zeigen, daß er eben so viele unendlich kleine gleiche Ausschnitte, wie ACE, enthält, als die Zeit t, in welcher sein Bogen AB durchlaufen wird, Theilchen hat, die alle = dt sind, und daß der Führer in jedem gleichen unendlich kleinen Zeittheilchen dt durch einen Ausschnitt geht, der = ACE ist. In $\frac{1}{2}$t geht er durch die Hälfte, in $\frac{1}{4}$t durch den vierten Theil

*) III. Einleit. 47.
**) III. Einleit. 45.

des ganzen Ausschnitts ACB; mit einem Worte: die Zeiten, in welchen verschiedne Bogen durchlaufen werden, verhalten sich allemal, wie die Ausschnitte, welche der Führer indessen beschreibt.

Hieraus folgt unmittelbar ein andrer Satz in Ansehung der Geschwindigkeiten der Zentralbewegungen. Wenn nämlich (Fig. 134) bey A der Führer FA senkrecht auf die Bahn und AM ein unendlich kleines in der Zeit dt mit der Geschwindigkeit k beschriebnes Stück derselben ist, so wird $AM = kdt$ und der Ausschnitt AFM, weil man AM als gerade ansehn kann, $= \frac{1}{2} AF . AM = \frac{1}{2} bkdt$ *), weil ich annehme, daß $FA = b$ ist. Beschreibt nun der bewegte Punkt an irgend einem andern Orte D, wo der Führer schief auf der Bahn steht, in derselben Zeit dt, mit der Geschwindigkeit c den Bogen Dd, und ist $FP = u$ eine aus F senkrecht auf die Berührungslinie DP gezogne Linie, so wird $Dd = cdt$ und der Ausschnitt $DFd = \frac{1}{2} FP . Dd = \frac{1}{2} ucdt$. Da nun beide in gleichen Zeiten beschriebne Ausschnitte einander gleich sind, so wird $bk = uc$. Es verhalten sich also die Geschwindigkeiten in verschiednen Stellen der Bahn überhaupt umgekehrt wie die aus dem Mittelpunkte der Kräfte senkrecht auf die Berührungslinien an jenen Stellen gezognen geraden Linien.

Nachdem Newton diese Untersuchungen über die Zeit und Geschwindigkeit der Zentralbewegungen geendigt hatte, ging er noch weiter. Er betrachtete einen Körper, der um einen in dem Brennpunkte seiner Bahn befindlichen Mittelpunkt der Kräfte eine Ellipse beschreibt, und fand, durch Hülfe der höhern Geometrie, daß diese Kräfte sich alsdann nothwendig

*) III. Einleit. 66.

allemal, umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen des bewegten Körpers von jenem Mittelpunkte verhalten müssen. Er bewies (Fig. 22), daß die nach F gerichtete Kraft in D sich zu der in A, wie $AF^2 : DF^2$; zu der in B, wie $BF^2 : DF^2$ u. s. w. verhält. Da nun die genauesten Beobachtungen zeigten, daß alle Planeten wie Kepler es schon aus den Beobachtungen des Tycho Brahe geschlossen und zuerst behauptet hatte, sich in Ellipsen bewegen, in deren Brennpunkte die Sonne sich befindet, so folgte ganz augenscheinlich, daß sie insgesammt durch Zentralkräfte, die sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen, rings um die Sonne her, verhalten, gegen diese getrieben werden. [3]

Nachher zeigte Johann Bernoulli auch die Wahrheit des umgekehrten Satzes, daß nämlich eine geworfne Masse, die von einem Mittelpunkte der Kräfte in dem umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen von diesem Punkte angezogen wird, nothwendig allemal eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel, mit einem Worte: einen Kegelschnitt, beschreiben müsse, und daß der Mittelpunkt der Kräfte allezeit in den Brennpunkt des Kegelschnitts falle. Dadurch wurde nicht nur die sogenannte erste Keplerische Regel von der elliptischen Form der Planetenbahnen bekräftigt, sondern auch der Satz, daß alle Himmelskörper um die Sonne her mit Kräften, die sich allenthalben umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen verhalten, gegen die Sonne getrieben werden, ganz außer allen Zweifel gesetzt. [4]

Anmerkungen.

1. Denn da $T^2 = \frac{2p^2r}{gf}$ ist (35 Brief

1 Anm. a)), und $2p^2$ und g beständige Größen sind, so verhält sich T^2 immer wie $\frac{r}{f}$, gerade wie r und umgekehrt wie f. Es ist also $f = \frac{2p^2 r}{gT^2}$. Verhält sich nun T^2 wie r^3, oder ist $T^2 = nr^3$, indem n irgend eine beständige Zahl bedeutet, so ist $f = \frac{2p^2}{gnr^2}$. Die Zentralkraft verhält sich also in diesem Falle, wie $\frac{1}{r^2}$, umgekehrt, wie das Quadrat von r.

2. Man kann dieselbe Sache noch auf eine andre Art zeigen. Da $f = \frac{c^2}{2rg}$, also $2rgf = c^2$ ist, so wird, wenn f der Schwere gleich, also = 1; r aber dem mittleren Halbmesser der Erdkugel, oder 3272497 Klaftern, und 2 g oder 5,028 Klaftern gleich ist, $c^2 = 16454115$, also $c = 4056,5$ Klaftern. Mit dieser Geschwindigkeit müßte man also eine Kugel von der Spitze des höchsten Berges abschießen, wenn man wollte, daß sie nicht auf die Erde fallen, sondern im leeren Raume beständig um sie, durch die Schwere getrieben, herumlaufen sollte. Die Umlaufszeit derselben $T = \frac{2pr}{c}$ würde, da p = 3,14159 ist (III. Einl. 123), 5069 Sekunden, oder 1 Stunde, 24 Minuten 29 Sekunden betragen. Nun macht der Mond seinen mittlern Umlauf um die Erde in 27 Tagen 7 Stunden 43 Minuten 11,5 Sekunden (20 Brief 2 Anmerk.) oder in 2360584,5 Sekunden. Theilt man diese Zahl mit der ersten, so sieht man, daß sich die Umlaufszeiten

jener Kugel und des Mondes, wie 1 : 465, verhalten. Die Quadrate derselben 1 : 216225 verhalten sich fast vollkommen, wie die Würfel der Entfernungen, oder wie $1 : 60^3$.

3. In jeder krummen Linie kann man, wo man will, drey Punkte wählen, die nicht in einer geraden Linie liegen. Durch jeden solche drey Punkte kann ein Kreis gehen, dessen Krümmung, bey nahen Punkten, der Krümmung der Linie, die er er durchschneidet, um desto näher kommt, je näher jene Punkte an einander rücken. Sie können also zuletzt, wenn man immer mehrere und mehrere Kreise durchgehn läßt, einander unendlich nahe kommen, oder, welches einerley ist, an einer gewissen Stelle zusammenfallen. An dieser Stelle hat die Linie mit dem Kreise, welcher durch die drey Punkte geht, einerley Krümmung, und kein andrer Kreis kann zwischen jenem Krümmungskreise und der krummen Linie durchgehn, weil durch drey gegebne Punkte sich nur ein einziger Kreis beschreiben läßt. Man kann also jede krumme Linie so ansehn, als wenn sie ganz aus unendlich kleinen Kreisbögen zusammengesetzt wäre, und jeder Punkt der, durch Zentralkräfte getrieben, eine krumme Bahn durchläuft, fängt in jeder Stelle an, sich in dem zu dieser Stelle gehörigen Krümmungskreise zu bewegen, daher man auch nach der oben gegebnen Formel $f = \frac{c^2}{2gr}$ seine Zentralkraft an jedem Orte finden kann, wenn man nur den Krümmungshalbmesser r, der zu diesem Orte gehöret, kennt. Ist die Richtung der Zentralkraft an jenem Orte nicht senkrecht, sondern schief auf die Bahn, so muß man sie natürlich allemal gehörig auflösen.

Stellt man sich daher in irgend einer krummen Linie (Fig. 149) KBM, drey unendlich nahe Punkte A, B, D in gleichen Entfernungen vor, so, daß AB = BD ist, so müßte man, um den zu B gehörigen Mittelpunkt der Krümmung zu finden AB und BD in zwey gleiche Hälften theilen, und aus ihren Mittelpunkten zwey auf AB und BD senkrechte gerade Linien zusammenziehn (III. Einleitung 78). Man kann aber auch aus B die BC auf DB, und aus A die AC auf AB senkrecht ziehn, weil der Punkt C, wo sie sich durchschneiden, da AB und DB unendlich klein sind, nur unendlich wenig von dem wahren Mittelpunkte der Krümmung entfernt seyn wird. Man verlängre die durch A und B, wie auch durch B und D gehenden Sehnen, und ziehe aus einem gegebnen Punkte F die Linien FG und FH senkrecht auf sie, auch verlängre man FA in E, bis an die Sehne HDBE. Beschreibt man nun außerdem aus F die kleinen Bogen Dd, Bb, so wie aus B den kleinen Bogen Aa, so wird Fd = FD, Fb = FB und BA = Ba, der unendlich kleine Winkel aber EBA ist = ACB, weil ABC mit ACB, so wie mit EBA, einen rechten Winkel macht.

Will man also an jede Stelle der krummen Linie KBM, als B, aus F eine gerade Linie FB, und eine auf die zu B gehörige Tangente senkrechte Linie FH ziehn, um beide Linien unter sich zu vergleichen, so nenne man FB, y, und FH, u; den Bogen der krummen Linie aber selbst s. Es ist alsdann DB = AB = ds und Bd wie auch Ab = dy. Wollte man du genau finden, so müßte man aus F mit dem Halbmesser FH auf FI einen Bogen ziehn. Da aber der Punkt, wo

dieser die FI durchschneidet, nur um ein unendlich Kleines der zweyten Ordnung von I, dem Durchschnittspunkte der Linien FG und BH, entfernt ist (34 Brief), so wird $GI = du$.

Da man nun die kleinen Bogen Dd, Bb, Aa als gerade auf ihre Halbmesser senkrechte Linien ansehn kann, so sind BdD und BFH als ähnliche Dreyecke zu betrachten. Daher wird $DB : Bd = BF : BH$, also $BH = \frac{ydy}{ds}$; und da BH und BG nur unendlich wenig verschieden sind, so ist auch $BG = \frac{ydy}{ds}$. Ferner sind die Dreyecke BGI und BAa einander ähnlich. Daher wird $BG : GI = BA : Aa$, und $Aa = \frac{du \cdot ds^2}{ydy}$. Endlich sind auch die Dreyecke BAa und BCA einander ähnlich. Daher erhält man $BA : Aa = BC : BA$, also BC, den Halbmesser der Krümmung bey B, $= \frac{ydy}{du}$.

Nimmt man jetzo an, daß eine Masse, indem sie die krumme Bahn KBM durchläuft, beständig nach F getrieben wird, so verhält sich in jedem Punkte B ihre Geschwindigkeit umgekehrt wie FH oder u, und FB ist der zu B gehörige Führer. Die Kraft aber nach F kann man in zwey Kräfte: eine Tangenzialkraft nach der Tangente BH, und in eine Normalkraft nach der Richtung BC, auflösen. Die letztre f verhält sich, zu der ganzen Kraft v nach F, offenbar wie die Normal $FH = u$, zum Führer $BF = y$, welches man deutlich sieht, wenn man um BF das bekannte Parallelogramm der Kräfte beschreibt. Die Masse

mag aber in B eine Geschwindigkeit haben, welche man will, so fängt sie hier sich so zu bewegen an, als wenn sie in dem zu B gehörigen Krümmungskreise liefe, und von der Normalkraft f nach C getrieben würde. Da nun $f = \frac{c^2}{2gr}$ ist, c aber sich wie $\frac{1}{u}$ verhält, also $= \frac{n}{u}$ angenommen werden muß, indem n irgend eine beständige Zahl bedeutet, so ist $f = \frac{n^2}{2gru^2}$ oder $= \frac{n^2 du}{2gu^2 ydy}$, weil $r = \frac{ydy}{du}$ ist. Da nun sich $v : f = y : u$ verhält, so ist v, oder die Zentralkraft nach F, $= \frac{n^2 du}{2gu^3 dy}$.

Wenn aber F der Brennpunkt einer Ellipse, a ihre große Axe und p der Parameter derselben ist, so wird $u^2 y - au^2 + \frac{1}{4} apy = 0$ (III. Einleit. 218) und dieselbe Gleichung gilt für alle Kegelschnitte. Also ist $u^2 = \frac{\frac{1}{4} apy}{a - y}$, und $2udu = \frac{\frac{1}{4} a^2 pdy}{(a-y)^2}$ (III. Einleit. 238. 239). Also wird, da $a - y = \frac{\frac{1}{4} apy}{u^2}$ ist, $2udu = \frac{\frac{1}{4} a^2 pu^4 dy}{\frac{1}{16} a^2 p^2 y^2}$ und $du = \frac{2u^3 dy}{py^2}$. Folglich ist in den Kegelschnitten $v = \frac{n^2 du}{2gu^3 dy} = \frac{n^2}{gpy^2}$. Da nun n und gp beständige Größen sind, so folgt, daß in jedem Kegelschnitte, der durch Zentralkräfte beschrieben wird, sich diese Kräfte überall umge-

kehrt, wie die Quadrate der Entfernungen y vom Mittelpunkte der Kräfte, verhalten.

4. Da v überhaupt $= \frac{n^2 du}{2gu^3 dy}$ ist, so wird in dem besondern Falle, wenn man annimmt, daß sich v allenthalben umgekehrt, wie das Quadrat des Führers verhalten, oder $= \frac{m}{y^2}$ seyn soll, indem m eine beständige Zahl bedeutet, $\frac{m\,dy}{y^2} = \frac{n^2 du}{2gu^3}$. Es ist aber $-\frac{m}{y}$ das Integral von $\frac{m\,dy}{y^2}$, und $-\frac{n^2}{4gu^2}$ das Integral von $\frac{n^2 du}{2gu^3}$ (III. Einl. 241). Ist also C eine beständige Größe, so wird $-\frac{m}{y} = C - \frac{n^2}{4gu^2}$ und schon diese Gleichung zeigt, daß die Bahn, in welcher $v = \frac{m}{y^2}$ ist, nothwendig ein Kegelschnitt seyn muß.

Um sie genauer zu bestimmen, muß man sich erinnern, daß man da, wo der Führer auf die Bahn senkrecht ist, wie in den Scheiteln der Kegelschnitte, der Führer = b und die Geschwindigkeit = k ist, bk = uc sey, also, da wir nachher $c = \frac{n}{u}$, oder uc = n angenommen haben, bk, anstatt n gesetzt werden müsse. Dadurch erhalten wir $-\frac{m}{y} = C - \frac{b^2 k^2}{4gu^2}$. Aber eben hier, wo der Führer selbst senkrecht auf die Bahn ist, fällt er mit der

Normale

Normale zusammen und ist ihr völlig gleich. Es ist also daselbst $y = b = u$ und $-\frac{m}{b} = C - \frac{k^2}{4g}$, also überhaupt $C = \frac{bk^2 - 4gm}{4gb}$ und $-\frac{m}{y} = \frac{bk^2 - 4gm}{4gb} - \frac{b^2k^2}{4gu^2}$. Ferner sey ebendaselbst die Kraft v so groß, daß sie in 1 Sek. einen Körper durch den Raum e treibt, so wird sie in jedem andern Punkte der Bahn so groß seyn, daß sie in 1 Sek. den Körper durch den Raum r treibt, und $r : e = \frac{1}{y^2} : \frac{1}{b^2}$ seyn wird, weil sich diese Räume wie die Kräfte verhalten. Daher wird $r = \frac{eb^2}{y^2}$. Nun ist aber überhaupt $r : g = v : 1$, weil die Kraft der Schwere $= 1$ ist; daher wird $v = \frac{eb^2}{gy^2}$. Da wir nun $v = \frac{m}{y^2}$ angenommen haben, so wird $m = \frac{eb^2}{g}$ und $-\frac{4eb^2}{y} = k^2 - 4eb - \frac{b^2k^2}{u^2}$ oder $(4eb - k^2)u^2y - 4eb^2u^2 + b^2k^2y = 0$ oder $u^2y - \frac{4eb^2}{4eb - k^2}u^2 + \frac{b^2k^2}{4eb - k^2}y = 0$.

Vergleicht man diese Gleichung mit der obigen für die Kegelschnitte, nämlich mit $u^2y - au^2 + \frac{1}{4}apy = 0$, so sieht man, daß die Hauptaxe des gefundenen Kegelschnitts $= \frac{4eb^2}{4eb - k^2}$ und ihr Parameter $= \frac{k^2}{e}$ sey. Ueberhaupt aber begreift man leicht aus dem, was in der Einleitung des dritten

Bandes von den Kegelschnitten gesagt worden ist, daß die Bahn des bewegten Körpers eine Ellipse seyn muß, wenn $4eb$ größer ist als k^2; eine Parabel, wenn $4eb = k^2$; und eine Hyperbel, wenn $4eb$ kleiner ist als k^2. Der Kreis ist eine Art von Ellipse, und in ihm ist $2eb = k^2$.

Da im Scheitel des Kegelschnitts die Zentralkraft so groß ist, daß sie einen Punkt in 1 Sek. durch den Raum e treibt, so erzeugt sie in 1 Sek. die Geschwindigkeit 2 e. Nun ist $4e^2 : k^2 = e : \frac{k^2}{4e}$. Also gehört die Geschwindigkeit k, welche der bewegte Punkt daselbst hat, in Ansehung der Kraft v, zu der Höhe $h = \frac{k^2}{4e}$, oder ein Punkt muß mit der Kraft v durch die Höhe h heruntergetrieben werden, wenn er die Geschwindigkeit k erlangen soll. Ist also $h = \frac{1}{2}b$, so ist der Kegelschnitt ein Kreis; ist b überhaupt größer als h, so ist er eine Ellipse; und wenn $b = h$ oder kleiner als h ist, so wird er eine Parabel oder eine Hyperbel. Die Geschwindigkeit des Körpers ist im letztern Falle so groß, daß seine Bahn durch die Normalkraft v nicht stark genug gekrümmt werden kann. Er entfernt sich also, nachdem er durch den Scheitel seiner Bahn gegangen ist, von seinem Brennpunkte immer mehr, und da die Zentralkraft um desto stärker abnimmt, je weiter er sich entfernt, so fährt er ohne Ende fort sich zu entfernen. Denn durch die Normalkraft wird überhaupt die Bahn des Punkts gekrümmt, durch die Tangenzialkraft aber bloß seine Bewegung beschleunigt oder verzögert. Je schneller er sich aber bewegt, um desto größer muß die zur Krümmung seiner Bahn erforderliche Normalkraft seyn. Wenn $h = \frac{1}{2}b$ ist, so hat die Geschwindig-

keit des Punkts eine solche Größe, daß der Brennpunkt durch seine Normalkraft ihn sich nicht weiter entfernen läßt, und seine Bahn in einen Kreis gekrümmt wird. Ist seine Geschwindigkeit noch kleiner, so muß er sogar, nachdem er durch den Scheitel, oder durch seine entferntre Apside gegangen ist, sich dem Brennpunkte nähern, so, daß seine Bahn mehr gekrümmt wird als im Kreise. Ist endlich b zwar kleiner als $2h$, aber doch immer größer als h, also die Geschwindigkeit des Punkts, nach Verhältniß, größer als im Kreise, so entfernt sich zwar der Punkt, nachdem er durch die nächste Apside seiner Bahn gegangen ist, immer mehr vom Brennpunkte; allein dennoch wird eben dadurch zugleich seine Geschwindigkeit, vermöge der Tangenzialkräfte, nach und nach immer mehr, und zuletzt so stark geschwächt, daß der Brennpunkt durch seine Normalkraft, ungeachtet sie durch die Entfernung des Punkts ebenfalls verringert worden ist, nach einiger Zeit wieder die Bahn des Punkts stark genug krümmt, um den Punkt zu nöthigen, sich ihm zu nähern. Bey allen Planetenbahnen ist h von $\frac{1}{2}b$ nur wenig verschieden.

Die Geschwindigkeit des Punkts c in jedem andern Orte seiner Bahn, außer den Scheiteln, ist $= \frac{bk}{u}$, also $c^2 = \frac{b^2k^2}{u^2}$. Es sey ihre Höhe, in Ansehung der Zentralkraft, l, so wird $l = \frac{c^2}{4e}$ $= \frac{b^2k^2}{4eu^2} = \frac{b^2p}{4u^2}$, wenn wieder p der Parameter der großen Axe ist, der, wie ich gezeigt habe, $= \frac{k^2}{e}$ ist. Daher ist $\frac{1}{4}p : l = u^2 : b^2$.

Uebrigens hat der bewegte Punkt eine Schwungkraft, die in jeder Stelle seiner Bahn der Normalkraft gleich und gerade entgegengesetzt ist, weil er in jeder Stelle in dem dorthin gehörigen Krümmungskreise sich zu bewegen anfängt.

Acht und dreyßigster Brief.

Das Keplerische Gesetz von den Umlaufszeiten der Planeten kann nicht nur unter der Voraussetzung erwiesen werden, daß ihre Bahnen um die Sonne kreisförmig sind, sondern es läßt sich zeigen, daß auch bey Körpern, die sich in Ellipsen um ihren Brennpunkt, als den Mittelpunkt der Kräfte, bewegen und durch Zentralkräfte, welche wie die Quadrate der Entfernungen abnehmen, getrieben werden, sich die Quadrate der Umlaufszeiten wie die Würfel der Hauptaxen ihrer Bahnen verhalten. [1] Es bleibt also auch von dieser Seite nicht die geringste Bedenklichkeit übrig, die uns mit einigem Grunde abhalten könnte, jener Voraussetzung von dem Verhältnisse der Zentralkräfte in verschiednen Entfernungen unsern Beyfall zu geben.

Newton überzeugte sich durch alle bisher angeführte Untersuchungen, daß die Schwere, durch welche alle Körper auf die Oberfläche der Erde fallen, nach allen Seiten rings um die Erdkugel ohne Ende fortgeht; daß sie im Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen immer schwächer wird; und daß ihre Elementarkraft überall, in gleichen Entfernungen vom

Mittelpunkte der Erde, von gleicher Größe ist, weil sie den Mond überall, in einer gleichen Weite von jenem Mittelpunkte, mit gleicher Stärke gegen denselben treibt. Es müssen daher in jeder Höhe über der Erde, eben so wie auf der Oberfläche derselben im leeren Raume, dichte und lockre Körper insgesammt in gleicher Zeit gleich tief fallen, und die Totalkräfte der Körper, so wie ihre Gewichte hienieden, im Verhältnisse ihrer Massen seyn.

Newton sah ferner, daß die Planeten um die Sonne, und die Trabanten um ihre Hauptplaneten, durch ähnliche Kräfte getrieben werden, und er schloß daher, daß ein jeder Himmelskörper seine eigne Schwere habe, durch welche alles auf seiner Oberfläche gegen seinen Mittelpunkt falle, und daß diese Schwere sich um jeden rings herum nach allen Seiten hin ohne Ende fort erstrecke, und in eben demselben Verhältnisse abnehme, wie die Schwere der Erde, ihr auch sonst in allen Absichten ähnlich sey.

Hieraus, und weil in der Natur jede Wirkung mit einer gleichen und entgegengesetzten Gegenwirkung verknüpft ist, folgte ganz nothwendig, daß jede zwey Himmelskörper wechselsweise in einander wirken, daß beide einander anziehn müssen, und zwar um desto stärker, je größer beide Massen, und je kleiner das Quadrat ihrer Entfernung ist. Denn wenn z. B. der Wirkungskreis der Sonne sich bis zu einem Planeten, und der Wirkungskreis des letztern sich gegentheils bis zur Sonne erstreckt, so muß nothwendig nicht nur der Planet gegen die Sonne, sondern auch zugleich diese gegen den Planeten schwer seyn.

So wurde Newton zuletzt auf den großen Gedanken von der allgemeinen Schwere geführt. Er schloß nämlich, daß alle, auch die kleinsten Theilchen

der Materie, gegen einander schwer sind, und einander mit Kräften anziehn, die sich gerade wie die Massen der Theilchen und umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen verhalten. So ward die Schwere auf der Erde nichts weiter als das Resultat von den anziehenden Kräften aller ihrer Theilchen, und die Zentralkräfte der übrigen Himmelskörper hatten einen ähnlichen Ursprung.

Zwar scheint es Anfangs etwas befremdend, daß wir zwischen den Körpern auf der Erde kein merkliches Anziehn, auch in geringen Entfernungen, bemerken, und daß die Erdkugel, auch bey dem Falle der größten Körper, ganz ruhig bleibt. Denn in der That müßten Körper, die sich wechselsweise nach dem Verhältnisse ihrer Massen anziehn, wenn sie frey und ohne Bewegung sind, gegen einander fallen, und sich im gemeinschaftlichen Mittelpunkte ihrer Schwere vereinigen. Allein alle diese Bedenklichkeiten fallen weg, wenn man erwägt, daß die Massen aller Körper, die uns umgeben, in Ansehung der Masse der Erdkugel, unendlich klein sind, und daß daher auch die Kraft, mit welcher sie sich anziehn, unendlich kleiner ist als die Kraft der Schwere, mit welcher die ganze Erdkugel sie insgesamt anzieht.

Indessen giebt es dennoch Fälle, wo man sich durch genaue Beobachtungen von diesem Anziehn der irdischen Körper unter einander überzeugen kann. Die Französischen Meßkünstler, welche einen Grad der Erde in Peru maßen, fanden, daß der Chimboraço das an ihrem Quadranten hängende Bleyloth in der Nähe um 7 bis 8 Sekunden von der wahren lothrechten Linie gegen sich abzog. Nachher hat man bey dem Schottischen hohen Gebirge Shehallien, bloß um das Anziehn desselben zu untersuchen, eigne und sehr genaue Messungen und Beobachtungen angestellt.

Herr Maskelyne maß 1774 nahe an jenem Gebirge, welches sich von Osten nach Westen zieht, an beiden Seiten, nach Süden und Norden, von mehr als 40 Fixsternen die Entfernungen vom Scheitelpunkte mit der größten Genauigkeit mehrere Male. Dadurch fand er, daß die Zenite seiner beiden Standpunkte in Norden und Süden, nach der Richtung seines Bleyloths, um 54,6 Sekunden von einander entfernt waren. Durch sehr genaue geometrische Messungen aber zeigte sichs, daß der Unterschied der geographischen Breite beider Standpunkte nur 42,94 Sek. betrug, und daß also, durch das Anziehn der Bleylothe zu beiden Seiten des Berges, die Entfernung der Scheitelpunkte um 11,66, oder fast um 12 Sek., also an jeder Seite um 6 Sek. vergrößert worden war. Da der Berg Shehallien aus einem dichten Granite besteht, der $2\frac{1}{2}$ Mahl dichter ist als Wasser, so berechnet Hutton hieraus umständlich, daß die Masse der Erdkugel, wenn man sie ganz voll und gleichartig annimmt, an $4\frac{1}{2}$ Mal dichter seyn müsse als Wasser, und daß man sie also durchaus nicht für eine inwendig hohle Kugel halten könne.

Durch diese Beobachtungen fällt also die Schwierigkeit, daß die Erfahrung das Anziehn der Körper unter einander auf der Erde nicht bestätigt, gänzlich hinweg. Aber eine andre und größre Schwierigkeit entging der Scharfsinnigkeit Newtons nicht. Denn es folgt nicht, wenn die kleinsten Theilchen der Materie einander in einem gewissen Verhältnisse der Entfernungen anziehn, daß auch Kugeln, die aus solchen Theilchen bestehen, dasselbe Verhältniß beobachten müssen. Newton zeigte daher aufs deutlichste, daß diese Uebereinstimmung im Verhältnisse der Kräfte bey Kugeln und ihren Theilchen wirklich Statt finde, wenn die Kräfte wie die Quadrate der Entfernungen,

nicht aber wenn sie wie ihre Würfel oder Biquadrate u. s. w. abnehmen.

Stellen Sie sich eine Art von Kegel vor, dessen Spitze (Fig. 36) in A fällt, und dessen Grundfläche DC ein Theil einer aus A beschriebnen Kugelfläche ist, und Sie begreifen leicht, daß jedes Theilchen der letztern ein in A liegendes Theilchen gleich stark anzieht, und daß folglich, wenn der ganze Körper gleichartig ist, wie ich hier annehme, sich die Anziehung der ganzen Fläche DC gegen A, wie ihre Größe verhalten muß. Eben das ist von jeder andern ähnlichen in dem Körper aus A beschriebnen Kugelfläche BE zu sagen. Ziehn sich nun alle Theilchen gerade wie ihre Massen und umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen an, so müssen sich die Schweren von DC und BE gegen A, wie

$\frac{DC}{AC^2} : \frac{BE}{AE^2}$ verhalten. Es sind aber die ähnlichen Kugelflächen DC und BE im Verhältnisse der Quadrate ihrer Halbmesser AC und AE *) Also ist

$\frac{DC}{AC^2} = \frac{BE}{AE^2}$, und alle kugelförmige Durchschnitte als DC, BE werden vom Theilchen A gleich stark angezogen, sie mögen ihm so nahe, oder so weit von ihm seyn als man will. Da man nun den ganzen Kegel in unendlich viele physische Kugelflächen von unendlich kleiner und gleicher Dicke zertheilen kann, jede von ihnen aber den Punkt A gleich stark anzieht, und ihre Menge in AC sich zu der Menge derselben in AE, wie AC : AE verhält, so muß offenbar auch die Schwere des ganzen Kegels ADC gegen A, zu der Schwere des Theils ABE, wie AC : AE seyn. Ist also AE = EC, so wird die

*) III. Einleit. 174.

Schwere von BECD gegen A eben so groß, wie die Schwere von ABE. Es folgt also, unter dieser Voraussetzung der Abnahme der Ziehkräfte, daß ein Theilchen von einer Masse nicht viel stärker angezogen wird, es sey nun daß es diese berührt, oder um etwas weniges von ihr entfernt ist. Aber ganz anders verhält sich die Sache, wenn die Kräfte wie die Würfel der Entfernungen abnehmen. [2]

Ueberhaupt sehen Sie hieraus, daß bey dem Gesetze von dem umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen, die Kräfte, mit welchen solche Theilchen, die eine ähnliche Lage gegen ähnliche gleichartige Massen haben, von diesen Massen angezogen werden, sich wie die Entfernungen der Theilchen von ähnlich liegenden Punkten der Massen verhalten, weil man diese allemal in unendlich viele unendlich kleine Kegel zertheilen kann, deren Spitzen alle in jene Theilchen fallen.

Stellen Sie sich nunmehr eine hohle Kugel vor, (Fig. 37) die überall eine gleich dicke und gleich dichte Rinde hat, so daß von jeder geraden Linie BF, die man quer durch die Kugel zieht, die von der Rinde abgeschnittenen Stücke BG und LF einander gleich sind. *) Gegen diese wird kein Punkt A, der irgendwo in ihre Höhlung gebracht wird, im geringsten schwer seyn. Denn Sie können sich von diesem Punkte nach allen möglichen Seiten unendlich kleine Kegel, ABE, ADF, als physische Linien gedenken, und so die ganze Kugel in unendlich viele Theile zerstückeln. Da nun überall LF = BG, MD = EH ist, so wird auch A, wie ich vorhin gezeigt habe, von LFDM eben so stark angezogen als von BEHG, wenn alle Theile

*) III. Einleit. 74.

chen sich im umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen anziehn. Der Punkt wird also überhaupt von allen Seiten gleich stark angezogen, und immer wird jede Kraft durch eine gleiche und entgegengesetzte vernichtet, so daß der Punkt A nach keiner Seite hin gegen die Kugel im geringsten schwer bleibt. Auch in einer elliptischen Afterkugel wird sich die Sache eben so verhalten, weil auch hier überall BG = LF, EH = MD ist.

Wäre also die Kugel ganz voll und gleich dicht, C aber ihr Mittelpunkt, so würde die Schwere irgend eines Theilchens N in ihr sich zu der Schwere eines andern Theilchens O auf ihrer Oberfläche, wie CN : CO verhalten. Denn stellen Sie sich durch N eine mit der Oberfläche der Kugel allenthalben parallele Fläche vor, und Sie sehen leicht, daß die zwischen ihr und der Oberfläche eingeschloßne Rinde den Punkt N nach allen Seiten gleich stark anzieht, also auf seine Schwere keinen Einfluß hat. Aber N liegt auf eine ähnliche Art gegen die innere Kugel unter jener Rinde, wie O gegen die ganze OEFO. Also verhält sich die Schwere von O gegen die Kugel OEFO zu der Schwere von N gegen dieselbe, wie CO zu CN.

Hieraus folgt, daß in einer jeden vollen gleichartigen Kugel die Schwere, von der Oberfläche an, bis zum Mittelpunkte, immer mehr, und in demselben Verhältnisse abnimmt, wie die Entfernung von jenem Punkte C; im Mittelpunkte selbst aber ganz verschwindet, weil hier die Anziehung von allen Seiten gleich ist. Jedoch findet jenes Verhältniß nur Statt, wenn die Ziehkräfte der kleinsten Theilchen umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen zunehmen.

Nach ähnlichen Grundsätzen bewies Newton, daß man unter eben dieser Voraussetzung, anstatt einer anziehenden gleichartigen oder aus gleichartigen konzentrischen Schichten zusammengesetzten Kugel, bloß ihren Mittelpunkt nehmen und in diesen die ganze Masse der Kugel setzen kann; oder daß Kugeln von der Art sich gerade wie ihre Massen und umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen ihrer Mittelpunkte anziehn müssen, so bald man annimmt, daß eben dieses Verhältniß der Ziehkräfte auch bey ihren kleinsten Theilchen Statt finde. Da nun alle himmlische Körper, welche Kugeln sind, jenem Gesetze wirklich folgen, so schloß Newton mit Recht, daß auch die kleinsten Theilchen der Materie überhaupt dasselbe beobachten. [5]

Anmerkungen.

1. Wenn ein Punkt eine Ellipse beschreibt, indem er durch Kräfte, die nach dem Brennpunkte F gehn, getrieben wird, und er geht in der unendlich kleinen Zeit dt, mit der Geschwindigkeit c, durch den Bogen $Dd = ds$ (Fig. 134), so ist $dt = \frac{ds}{c}$ (24. Brief 3. Anmerk.) $= \frac{uds}{bk}$, weil $bk = uc$ ist (36. Brief). Es ist aber der Ausschnitt $DFd = \frac{1}{2}uds$. Daher wird $dt = \frac{2DFd}{bk}$; und $t = \frac{2q}{bk}$, wenn man die ganze elliptische Fläche q nennt, und t als die Umlaufszeit ansieht. Nun sey in einer andern Ellipse $T = \frac{2Q}{BK}$, indem bey ihr die großen Buch-

staben dasselbe bedeuten, was bey der ersten Ellipse die kleinen; so ist $T:t = \frac{Q}{BK} : \frac{q}{bk}$. Verhalten sich nun in beiden um denselben Brennpunkt F beschriebenen Ellipsen die Zentralkräfte umgekehrt, wie die Quadrate der Entfernungen von diesem Punkte b^2 und B^2, so müssen auch E und e in demselben Verhältnisse seyn, weil jede gleichförmige Kraft um desto größer ist, je größer der Raum e oder E ist, durch welchen sie einen Körper in einer Sekunde treibt. Also ist $eb^2 = EB^2$ und $B = \frac{b\sqrt{e}}{\sqrt{E}}$. Also wird $T:t = \frac{Q\sqrt{E}}{K} : \frac{q\sqrt{e}}{k}$. Nun ist aber auch der Parameter $p = \frac{k^2}{e}$ (36. Brief, 4. Anmerk.) und daher $\frac{\sqrt{e}}{k} = \frac{1}{\sqrt{p}}$. Also wird $T:t = \frac{Q}{\sqrt{P}} : \frac{q}{\sqrt{p}}$. Gleichwie sich aber die Kreisflächen, wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten, so verhalten sich die elliptischen Flächen, wie die Rechtecke aus ihren größern und kleinern Axen, die wir a, A, h, H nennen wollen. Folglich ist $T:t = \frac{AH}{\sqrt{P}} : \frac{ah}{\sqrt{p}}$. Nun ist $a:p = p:h$ (III. Einleit. 214). Also wird $T:t = A\sqrt{A} : a\sqrt{a}$, und $T^2 : t^2 = A^3 : a^3$.

2. Man mache in dem Kegel (Fig. 36) $AD:AB = AB:AF$; so ist auch $AD:AB = BD:BF$. Man theile, durch Kugelflächen aus A, DB und BF in gleich viele unter sich gleiche Theilchen. Geht nun das nächste an D bis d, und das nächste an B bis b, so ist $Dd:Bb = BD:BF = AD:AB$. Da sich nun diese Theilchen wie $DC.Dd:BE.Bb$ verhalten, und $DC:BE = AD^2:AB^2$ ist, so werden

sie im Verhältnisse $AD^3 : AB^3$ seyn. Ziehn sie also ein Theilchen in A umgekehrt, wie die Würfel ihrer Entfernungen AD^3 und AB^3 an, so sind ihre Kräfte einander gleich, nämlich wie $\frac{AD^3}{AD^3} : \frac{AB^3}{AB^3}$. Da nun eben dasselbe von jeden 2 andern Theilchen gilt, und ihre Anzahl zwischen BD und BF gleich groß ist, so folgt, daß BFGE das Theilchen A eben so stark anzieht als DBEC. Man kann aber die geometrische Reihe, deren Anfang $AD : AB = AB : AF$ ist, so weit fortsetzen als man nur will, und immer wird die Spitze AFG des Kegels das Theilchen in A eben so stark anziehn, als der enfernte Theil BECD, wenn gleich jene unendlich kleiner ist als dieser; so, daß bey der Berührung die Ziehkraft unendlich stärker ist als in einer wenn gleich noch so geringen Entfernung.

3. Es sey DMB (Fig. 38) ein halber Kreis, und in dem verlängerten Durchmesser DB irgendwo in A ein Theilchen, welches angezogen wird. Man ziehe durch ihn und das Theilchen die geraden Linien AF, AH nach Gefallen unendlich nahe an einander, und nehme DFB als eine physische Linie von der unendlich kleinen Dicke m und von der Dichte n an. Ist nun der unendlich kleine Bogen $FH = da$, so wird die Masse des Theilchens $FH = mnda$ und, wenn $AF = x$ ist, seine Ziehkraft gegen $A = \frac{mnda}{x^2}$. Auf eben die Art kann man auch die Ziehkraft des Theilchens EG ausdrücken, wenn der Halbkreis von der AF noch in E, und von der AH in G durchschnitten wird, weil ich die Linie AFB als gleichartig annehme. Denn x hat hier einen doppelten Werth AE und AF. Nimmt man jenen, so bedeutet

$\frac{mnda}{x^2}$ die Ziehkraft des Theilchens E G, nimmt man diesen, so bedeutet der Ausdruck die Ziehkraft von F H.

Man ziehe F L, E I auf A D, und F f, C n auf A H senkrecht, so ist F N = N E, und das Dreyeck H F f dem Dreyecke F C N ähnlich, weil N und n einander unendlich nahe sind. Ist nun der Sinus F C N = s, der Cos. F C N = c, D C = C B = r, A C = b, A N = z und A E oder A F = x, so wird F N = r s, C N = r c, und A C : C N = A F : F L (= A E : E I). Also F L (oder E I) = $\frac{rcx}{b}$. Ferner ist A C : A N = A F : A L (= A E : A I) oder b : z = x : A L, also A L (oder A I) = $\frac{xz}{b}$. Weiter ist A N : A F = N n : F f. Es ist aber N n das Differenzial von C N, also = — r d c, weil C N immer mehr abnimmt, je mehr der Winkel F C E wächst. So wird z : x = — r d c : F f, also F f = $\frac{-rxdc}{z}$ und F N : F C = F f : F H oder s : 1 = — $\frac{rxdc}{z}$: F H, also F H = — $\frac{rxdc}{sz}$. Da nun 1 = $s^2 + c^2$ also — c d c = s d s ist, so wird F H = $\frac{rxds}{cz}$ (= E G = d a).

Also ist die Ziehkraft des Theilchens F H oder E G, nach F A, gegen A, = $\frac{mnrds}{czx}$. Dreht sich nun unsre Figur um D B, als um eine unbewegliche Axe, so beschreibt das Theilchen F H (wie E G) einen physischen Kreis, dessen Halbmesser F L (oder E I) also

der Umfang $= \frac{2prcx}{b}$ ist, wenn man das Verhältniß des Umfangs zum Durchmesser $= p:1$ annimmt. Dieser Kreis hat die Dicke m, die Dichte n, und daher ist seine Masse $\frac{2pmnrcxda}{b}$, und da jedes seiner Theilchen mit der Kraft $\frac{mnrds}{czx}$ nach FA anzieht, diese Kraft aber in 2 andre Kräfte nach FL und DA aufgelöst werden kann, wovon die erstre in der einen Hälfte des Kreises, von der gleichen aber entgegengesetzten in der andern Hälfte vernichtet wird, so kommt nur die Kraft nach DA in Betrachtung, die sich zu der nach FA, wie AL : AF, $= z : b$, verhält. Es wird also die gesammte Ziehkraft des physischen Umkreises durch F oder E $= \frac{2pmnrczda}{b^2x}$ $= \frac{2pmnr^2ds}{b^2}$, und daher ist die Ziehkraft beider Kreise durch F und E $= \frac{4pmnr^2ds}{b^2} = dv$, indem dv die Summe der Kräfte aller Theilchen, die bey F und E in der konischen durch AF beschriebenen Oberfläche liegen, bedeutet.

Daher ist $v = \frac{4pmnr^2s}{b^2}$ und man muß $s=1$ setzen, wenn man die Anziehung der ganzen Kugelschicht haben will, weil $s = 1$ wird, wenn die Linie AF zuletzt in AD fällt. Also ist die Ziehkraft der ganzen Schicht $= \frac{4pmnr^2}{b^2}$. Es ist aber $4pr^2$ der Oberfläche der mit dem Halbmesser CD beschriebenen Kugel gleich (III. Einl. 174), und daher

$4pmnr^2$ die Masse der unendlich dünnen Schicht, welche sie begrenzt. Nennen wir diese a, so ist die Ziehkraft dieser Schicht $= \frac{a}{b^2}$. Da nun dasselbe für eine jede andre um den Mittelpunkt C gehende Kugelschicht gilt, so folgt, wenn die Masse einer entweder durchaus gleich dichten, oder aus gleichartigen konzentrischen Schichten von verschiedner Dichte zusammengesetzten Kugel $= M$, und die Entfernung irgend eines körperlichen Theilchens außer ihr von ihrem Mittelpunkte $= b$ ist, daß sie dieses Theilchen mit der Kraft $\frac{M}{b^2}$ anzieht, eben als wenn ihre ganze Masse in ihrem Mittelpunkte vereinigt wäre; wenn anders die Theilchen, aus welchen sie besteht, sich selbst gerade wie ihre Massen, und umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen anziehn.

Neun und dreyßigster Brief.

Durch die Entdeckung der allgemeinen Schwere sah Newton sich im Stande, sich an ein Unternehmen zu wagen, welches vorzüglich die menschlichen Kräfte gänzlich zu übersteigen schien. Er berechnete die Massen und die Dichtigkeiten der himmlischen Körper, und bestimmte die Geschwindigkeit des Falles auf ihren Oberflächen. Sie werden aus dem, was Sie bereits wissen, leicht begreifen, wie man bey einer solchen Berechnung verfahren muß.

Sie

Sie wissen, daß bey Kreisbewegungen sich die Elementarkraft, durch welche ein jeder Punkt nach dem Mittelpunkte der Kräfte getrieben wird, gerade wie das Quadrat der Geschwindigkeit, und umgekehrt wie der Halbmesser der Bahn, oder wie $\frac{c^2}{r}$ verhält. *) Dieses Gesetz findet auch bey den Planeten Statt, wenn man die mittleren Halbmesser ihrer Bahnen nimmt, da diese ohnehin nur wenig von Kreisen abweichen. Nun ist die Umlaufszeit t wie $\frac{r}{c}$, weil die Umkreise sich wie ihre Halbmesser verhalten. Also ist t^2, wie $\frac{r^2}{c^2}$ und c^2 wie $\frac{r^2}{t^2}$ und die Zentralkraft wie $\frac{r}{t^2}$. Nimmt man also an, daß diese Kraft, wodurch jeder Punkt eines Planeten nach dem Mittelpunkte der Sonne, oder jeder Punkt eines Trabanten nach dem Mittelpunkte seines Planeten getrieben wird, sich gerade wie die Masse der Sonne oder des Hauptplaneten M oder m, und umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung verhält, so muß jene Kraft, wie $\frac{m}{r^2}$, also $\frac{m}{r^2}$ wie $\frac{r}{t^2}$ und m wie $\frac{r^3}{t^2}$ seyn. Ist daher die Masse der Erde $= 1$, die der Sonne $= M$, die mittlere Entfernung eines Hauptplaneten von ihrem Mittelpunkte $= R$, dessen Umlaufszeit $= T$, die Umlaufszeit hingegen des Mondes $= t$, seine mittlere Entfernung vom Mittelpunkte der Erde $= r$, so wird

*) Man sehe den sechs und dreyßigsten Brief.

$M : 1 = \frac{R^3}{T^2} : \frac{r^3}{t^2}$ und $M = \frac{R^3}{r^3} \cdot \frac{t^2}{T^2}$; und auf eine ähnliche Art findet man die Masse eines jeden Hauptplaneten aus den Umlaufszeiten und den mittleren Entfernungen seiner Trabanten.

Die mittlere Umlaufszeit des Mondes um die Erde ist von 2360591, und die der Erde um die Sonne von 31558151 Sek. Theilt man diese durch jene, so erhält man $\frac{T}{t} = 13,37$, also $\frac{T^2}{t^2} = 178,757$. Die mittlere Entfernung der Erde vom Mittelpunkte der Sonne ist = 23708, und die des Mondes von der Erde = 60 Halbmessern der Erde. Folglich wird $\frac{R}{r} = 395,1$ und $\frac{R^3}{r^3} = 61676694,351$. Theilt man diese Zahl mit 178,757, so erhält man 345031, und um so viele Male ist die Masse der Sonne größer als die der Erde. Um den Jupiter läuft der dritte Trabant, dessen mittlere Entfernung von ihm 14,76 Halbmesser des Jupiters oder 166,64 Halbmesser der Erde beträgt, in 618153 Sekunden. Also ist hier $\frac{R}{r} = 2,773$ und $\frac{R^3}{r^3} = 21,323$ und $\frac{t}{T} = 3,819$, also $\frac{t^2}{T^2} = 14,58$. Folglich ist Jupiters Masse 310 Mal größer als die Masse der Erde; und auf eine ähnliche Art finden Sie, daß die Masse Saturns 163 Mal größer ist. Die Masse des Herschel ist, nach der Angabe des Herrn Herschels selbst, 17,74 Mal größer als die Masse der Erde. Die Massen der übrigen Hauptplaneten, welche keine Trabanten haben, lassen sich auf keine zuverlässige Art, sondern bloß durch Muthmaßungen bestimmen. Auch die Masse des Mon-

des läßt sich aus seiner Wirkung bey der Ebbe und Fluth auf keine sichre Art herleiten. Genauer läßt sie sich durch das Vorrücken der Nachtgleichen und das Wanken der Erdaxe bestimmen, wie Sie in der Folge sehn werden, und sie scheint nur $\frac{1}{70}$ von der Masse der Erdkugel zu betragen.

Die Dichtigkeit eines jeden Körpers verhält sich, gerade wie seine Masse, und umgekehrt wie sein Umfang, oder der Raum den er einschließt. Ist also die Masse der Sonne oder eines Planeten M die des andern m, der Umfang, der zu M gehört, = V, und der zu m gehörige = v, so wird $D : d = \frac{M}{V} : \frac{m}{v}$, wenn D die zu M, und d die zu m gehörige Dichtigkeit bedeutet. Bey der Erde ist m = 1 und v = 1 folglich auch d = 1. So wird $D = \frac{M}{V}$, und man erhält auf diese Art eine Zahl, welche anzeigt, um wie viel ein Himmelskörper dichter ist als die Erde.

Bey der Sonne ist M = 345031 und V = 1344476. Theilt man jene Zahl mit dieser, so erhält man 0,2566. Die Sonne hat also fast nur $\frac{1}{4}$ von der Dichte der Erde. Jupiters Dichte macht $\frac{310}{1433}$ oder 0,216; Saturns Dichte $\frac{163}{1439}$, oder 0,113; Herschels Dichte $\frac{17,74}{85}$ oder 0,2; und des Monds Dichte $\frac{48,867}{70}$, oder 0,698 von der Dichte der Erde aus.

Was die Schwere auf der Oberfläche der Himmelskörper anbetrifft, so verhält sich dieselbe, weil man sich die Masse eines jeden Körpers in dem Mit-

telpunkte seiner Schwere vereinigt vorstellen kann, gerade wie die Masse M oder m, und umgekehrt wie das Quadrat des Halbmessers R oder r des Körpers. Ist also wieder m die Masse der Erde und r ihr Halbmesser, beide = 1, so wird die Schwere auf jedem andern Himmelskörper $= \frac{M}{R^2}$. Diese Zahl zeigt zugleich an, um wie viele Male die Höhe, durch welche ein Punkt im leeren Raume auf dem Himmelskörper in einer Sekunde fällt, größer oder kleiner ist als die ähnliche Höhe auf der Erde. Auf der Sonne ist die Schwere $= \frac{345031}{12181,537}$, oder 28,3 Mal größer als auf der Erde; auf dem Jupiter 2,44; auf dem Saturn 1,28; auf dem Monde 0,19 von der Schwere auf der Erde. Auf dem Herschel scheint sie ungefähr eben so groß zu seyn als bey uns.

Ungeachtet die himmlischen Körper kein Gewicht haben, so wie die Körper auf unsrer Erde, so hat dennoch bey ihnen derselbe Punkt, den wir bey irdischen Körpern den Schwerpunkt nennen, auch bey ihnen sehr merkwürdige Eigenschaften. Es mögen so viele Massen vorhanden seyn als man will, und sie mögen schwer seyn oder nicht, so haben Sie gesehen, daß die Summe aller in einem gewissen Zeitpunkte in ihnen vorhandnen reduzirten Bewegungen der Bewegung gleich ist, welche ihr gemeinschaftlicher Schwerpunkt nach derselben Richtung in demselben Augenblicke erhält, wenn man annimmt, daß in ihm die Summe aller Massen vereinigt ist. *) Da dieser Satz auch von den himmlischen Körpern gilt, welche kein Gewicht haben, so wollen wir bey ihnen denjenigen Punkt, welcher bey schweren Körpern auf der Erde

*) Man sehe den zwey und dreyßigsten Brief.

der Schwerpunkt heißt, lieber den Mittelpunkt ihrer Masse nennen.

Stellen Sie sich zwey Massen ohne alle Schwere vor, die einander nach den Gesetzen der allgemeinen Schwere anziehn. Nehmen Sie an, daß auf sie, nachdem sie einmal durch einen Stoß oder Wurf eine gewisse Bewegung erhalten haben, keine äußere Ursache weiter im geringsten wirkt; und Sie sehen leicht, daß der Mittelpunkt dieser Massen entweder ruhen, oder immer mit ganz unveränderter Bewegung fortgehen müsse, es mögen die Massen unter sich auf einander wirken, wie man immer will. Denn da diese Wirkungen immer gegenseitig und einander gerade entgegengesetzt und gleich sind, so ist auch die Summe der dadurch erzeugten Bewegungen in jedem Zeitpunkte $= 0$, so daß der Zustand der Ruhe oder der Bewegung des gemeinschaftlichen Mittelpunkts der Massen dadurch gar nicht verändert wird.

Es mögen sich also die beiden Massen, unter den angenommenen Umständen, bewegen, wie man immer will, so kann man sich ihren gemeinschaftlichen Mittelpunkt allemal als ruhend vorstellen. Denn er mag nun wirklich ruhen oder sich bewegen, so ändert er in beiden Fällen seinen Zustand nicht. In beiden Fällen kommt alles bloß darauf an, die relativen Bewegungen der Massen, in Ansehung ihres Mittelpunkts, zu bestimmen. Man kann ihn sich immer auf einer beweglichen immateriellen Ebne als ruhend gedenken, und im Falle, da er sich bewegt, diese Bewegung der Ebne beylegen, und annehmen, daß sie die Massen und ihren Mittelpunkt mit sich fortreißt, indem sie immer gleichförmig und nach einer unveränderten Richtung fortgeht.

Hätten die beiden Massen, deren Zustand wir hier untersuchen, auf der angenommenen Ebne gar

keine Bewegung, so würden sie durch ihre Ziehkräfte mit beschleunigter Bewegung gegen einander laufen, und sich in ihrem gemeinschaftlichen Mittelpunkte vereinigen. Hat aber die eine, oder haben beide durch einen Stoß oder Wurf schon eine gewisse Bewegung erhalten, so wollen wir uns, um alles deutlicher zu übersehn, beide Körper als gleichartige Kugeln gedenken. Wir können uns alsdann, da sie sich nach den Gesetzen der allgemeinen Schwere anziehn, ihre Massen in ihren Mittelpunkten vereinigt vorstellen, und diese Punkte anstatt der Kugeln setzen. Hat also der eine Punkt, oder haben beide Punkte eine Bewegung, die mit der durch beide Punkte gehenden geraden Linie irgend einen Winkel macht, so muß nothwendig, indem der eine Punkt auf die eine Seite fortgeht, der andre zugleich sich auf die andre Seite bewegen. Denn setzen Sie, (Fig. 35) der eine Punkt befinde sich in einem gewissen Augenblicke in A, der andre in C, und es verhalte sich CO zu AO, wie die Masse in A zu der in C; so ist O der Mittelpunkt beider Massen. Geht also der eine Punkt in einer gewissen Zeit z. B. nach F, so muß der andre, indem A in F ankommt, in der verlängerten geraden Linie FO, in G ankommen, so, daß GO : OF, wie die Masse in A zu der Masse in C, also wie CO : AO ist. Denn da wir hier bloß die Bewegungen in Ansehung des Mittelpunkts der Massen untersuchen, so müssen wir diesen Punkt als ruhend annehmen, und daher muß immer die gerade Linie, welche beide Punkte vereinigt, durch den festen Punkt O gehn, es mögen sich die Punkte bewegen wie man immer will.

Ueberhaupt müssen beide Punkte sich vollkommen so bewegen, als wenn sie selbst sich gar nicht anziehn möchten, sondern vom Punkte O, als einem

Mittelpunkte der Kräfte, in dem umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen, angezogen würden; und zwar in gleicher Entfernung von ihm die kleinere Masse um so viel stärker wie die größere, als diese größer ist wie jene. Denn der eine Punkt zieht den andern beständig nach O, und zwar nach Verhältniß seiner Masse, so lange beider Punkte Entfernung von O gleich bleibt. Aendert sich aber diese, so ändert sich auch beider Ziehkraft in dem Verhältnisse von $\frac{1}{AC^2}$. Nun ist aber das Verhältniß von OC oder AO zu AC unveränderlich, weil ich annehme, daß beide Massen sich immer gleich bleiben. Gesetzt die Masse A sey $\frac{1}{10}$ von C; so ist auch OC $\frac{1}{10}$ von AO, also $\frac{1}{11}$ von AC. Es verhält sich aber offenbar das Quadrat von $\frac{1}{11}$ AC immer, wie das Quadrat von AC. Also verändern sich, bey veränderten Entfernungen von O, die Ziehkräfte beider Massen offenbar wie $\frac{1}{OC^2}$ oder wie $\frac{1}{AO^2}$ und sie werden also beständig, indem sie sich um O herum bewegen, eben so nach O getrieben, als wenn sie gar nicht auf einander wirkten, sondern beide von diesem Punkte, in dem umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen angezogen würden.

So verhalten sich zwey Massen, wenn von außen keine Ursache weiter in sie wirkt. Aber die Aufgabe, wie unter ähnlichen Umständen sich drey oder mehrere Massen verhalten, welche sich unter einander nach den Gesetzen der allgemeinen Schwere anziehn, ist eine der schwersten und unter dem Nahmen der Aufgabe von drey Körpern bekannt.

Die Körper bewegen sich alsdann keineswegs so, als wenn sie von dem Mittelpunkte ihrer Massen angezogen würden und selbst gegen einander nicht schwer wären. Sie werden bald auf die eine bald auf die andre Seite dieses Punkts getrieben, und es giebt überhaupt gar keinen Punkt, um welchen ihre Führer in gleichen Zeiten gleiche Ausschnitte beschreiben sollten. Es ist deßhalb eine schwere und mühsame Arbeit, die Aufgabe von drey Körpern in völliger Schärfe aufzulösen, indessen ist eine solche Auflösung auch in der Ausübung wenig oder gar nicht brauchbar. Da bey den himmlischen Bewegungen, wo man sie nöthig hätte, allemal ein Körper angetroffen wird, der die übrigen an Größe so sehr übertrifft, daß der gemeinschaftliche Mittelpunkt der Massen nahe an seinen Mittelpunkt fällt, so bewegen sich die übrigen fast völlig eben so, als wenn dieser Punkt der Mittelpunkt ihrer Kräfte wäre, um welchen sie, als um ihren Brennpunkt, in Ellipsen herumliefen, und die kleinen Verschiedenheiten zwischen ihrer wirklichen und dieser angenommenen Bewegung lassen sich durch Näherungen so genau als es immer nur nöthig ist, bestimmen. So verhält sich die Sache bey den Hauptplaneten, welche um die Sonne, und bey den Trabanten, welche um den Jupiter und Saturn laufen. Selbst die Bahn des Mondes kann man als eine um den Mittelpunkt der Erde beschriebne Ellipse ansehn, wiewohl der Lauf dieses Trabanten durch die vereinigte Wirkung der Erde und der Sonne vorzüglich stark gestört wird.

Vierzigster Brief.

Wenn der Mond bloß gegen die Erde und diese gegen ihn schwer wäre, ohne daß die Sonne oder ein andrer Himmelskörper auf beide wirkten, so würde der Brennpunkt der elliptischen Bahn des Mondes nicht in den Mittelpunkt der Erde, sondern in den Mittelpunkt der Massen beider Körper fallen, und jener Punkt müßte um diesen, wie Sie sich aus meinem letzten Schreiben davon überzeugen können, jeden Monat eine kleine Ellipse durchlaufen. Da OC = OH, wenn A den Mond vorstellt (Fig. 35) und OC der Halbmesser der Erde ist, $\frac{1}{60}$ AO beträgt, die Masse aber des Mondes nur etwa $\frac{1}{70}$ von der Masse der Erde ist, so sehen Sie leicht, daß der Mittelpunkt der Massen der Erde und des Mondes zwischen O und H fällt, und daß seine Entfernung von O sich zu OH = 60 : 71 oder fast wie 6:7 verhält. Da nun OH in der mittleren Weite der Sonne unter einem Winkel von 8,7 Sekunden erscheint, so muß der Sehewinkel von jener Entfernung in derselben Weite $7\frac{1}{2}$ Sek. betragen. Es muß also jene Bewegung des Mittelpunktes der Erde um den Mittelpunkt ihrer und des Mondes Masse in dem scheinbaren Orte der Sonne bey uns auf der Erde einen Unterschied machen, der zuweilen ins Mittel auf 7 bis 8 Sekunden steigt, und dieser Unterschied muß am merklichsten seyn, wenn die Sonne z. B. in der Linie OA und der Mond in der Linie OE, also der leztre in seinem Viertel ist, weil der Mittelpunkt der Erde sich bey dieser Bewegung immer dem

Monde gegen über befindet, also irgendwo in der rückwärts verlängerten EO ist, wenn O den Mittelpunkt der Massen vorstellt. Alles dieses stimmt mit der Erfahrung aufs vollkommenste überein, ungeachtet die Sonne, durch ihre Wirkung auf die Erde und den Mond, in der Bewegung beider gegen einander, einige Veränderungen verursacht, die aber nur geringe sind, da sie zugleich in die eine und den andern mit Kräften wirkt, die einander beynahe parallel und gleich sind.

Wären sie einander immer völlig parallel und gleich, so würde dadurch, wie Sie leicht sehen, in den Bewegungen der Erde und des Mondes um ihren gemeinschaftlichen Mittelpunkt der Massen nicht die geringste Veränderung hervorgebracht werden. Beide Körper würden sich noch immer eben so, als wenn jene Kräfte gar nicht vorhanden wären, drehen, nur daß sie sich als auf einer um die Sonne fortgehenden Ebne drehen würden. Da dieses aber nicht der Fall ist, dennoch aber die Erde, wegen ihrer Nähe, bey weitem stärker auf den Mond wirkt als die Sonne, so nimmt man an, daß der Mond zwar um den Mittelpunkt der Massen als um einen Brennpunkt eine Ellipse beschreibt, daß aber dieser Lauf, durch die Wirkung der Sonne, viele Störungen leidet, die man aus der Größe und Richtung der Störungskraft (vis perturbatrix) bestimmt.

Um aber diese zu finden, sucht man sich ihr nach und nach immer mehr zu nähern. Man nimmt Anfangs an, daß der Mond um den Mittelpunkt der Erde T (Fig. 150) einen Kreis beschreibt, und daß der Mittelpunkt der Sonne S sich in der Ebne dieses Kreises befinde. Ist nun der Mittelpunkt des Mondes in L, so zieht die Sonne die Erde nach der Rich-

tung TS mit einer Kraft, deren Größe durch TS vorgestellt werden mag, und den Mond L nach der Richtung und mit der Kraft BL an; beide Kräfte aber BL und ST verhalten sich gegen einander wie $\frac{1}{SL^2} : \frac{1}{ST^2}$. Zieht man nun LA mit TS parallel, und macht man LA = ST, so kann die Kraft BL in die zwey Kräfte LA und LD aufgelöst werden. Jene hat gar keinen Einfluß auf die Bewegung des Mondes um die Erde, da sie der Kraft ST parallel und gleich ist. Also ist die andere Kraft LD ganz allein diejenige, durch die der Lauf des Mondes gestört wird.

Da die Sonne an 400 Mal weiter von der Erde entfernt ist als der Mond, also CS um $\frac{1}{400}$ kleiner und HS um $\frac{1}{400}$ größer ist als TS, (ich nehme nämlich an, daß die verlängerte Linie TS die Bahn des Mondes in H, wie auch in C, durchschneidet) und da SL am kleinsten ist, wenn L in C und am größten, wenn L in H fällt, so kann SL nie um mehr als höchstens um $\frac{1}{400}$ ST von ST verschieden seyn. Daher ist SL^2 höchstens $= 1,005\ ST^2$. Da wir nun $BL.SL^2 = ST.ST^2$ angenommen haben, so ist BL höchstens etwa um $\frac{1}{200}$ ST von ST, also von SL höchstens um $\frac{1}{400}$ ST verschieden. Nun ist, wenn Sie das Parallelogramm LABD beschreiben, und die Linie TS durch die Punkte E und b geht, SB:Bb = SL : LE und Bb = ED. Da nun BS nur etwa $\frac{1}{400}$ von SL beträgt, so macht auch Bb oder ED nur etwa $\frac{1}{400}$ von LE, und man kann also, da ohnehin die Kraft LE selbst nur klein ist, annehmen, daß die Punkte E und D zusammenfallen, und daß die Störungskraft = LE ist.

Ziehn Sie die Sehne LN parallel mit CH und auf sie und HC senkrecht den Durchmesser IMTK, so ist, wenn Sie den Halbmesser der Mondbahn TL, r, und den Winkel CTL, p, nennen, $LM = r . \mathrm{Cos.}\, p$. Eine genauere Untersuchung lehrt, daß überall $TE = 3\, LM = 3\, r . \cos.\, p$ ist.[1] Es ist aber C der Punkt des Neulichts, H der Punkt des Volllichts, also CH die Linie der Syzygien, und IK die Linie der Viertel. Der Winkel p mißt also die Entfernung des Mondes vom Neulichte, und Sie sehen leicht, daß in den Syzygien die Störungskraft am größten ist. Denn hier ist $p = 0$, also $\cos.\, p$ am größten und $= 1$, folglich $TE = 3\, r$, und LE, da hier die Linien LE und CS zusammenfallen, $= 2\, r$. Dagegen ist jene Kraft in den Vierteln am kleinsten und $= r$, weil hier $\cos.\, p = 0$ ist, und LE in IT fällt.

Lösen Sie die Störungskraft LE, in die Tangenzialkraft LG und in die Normalkraft LF auf, und ziehn Sie NO senkrecht auf TL, so sind die Dreyecke LNO, FLE einander ähnlich. Daher wird $TE : FE = NL : NO$ oder $TE : NL = FE : NO = 3 : 2$, weil $TE = 3\, ML$ und NL, wie Sie leicht sehen $= 2\, ML$ ist. Es ist daher $FE = \frac{3}{2} NO$. Nun aber ist $NO = r . \sin.\, NTL$, und NTL hat, wenn Sie LT in n verlängern, mit NTn einerley Sinus. Es ist aber $NTn = 2\, HTn = 2\, p$. Also wird die Tangenzialkraft LG oder $FE = \frac{3}{2}\, r . \sin.\, 2\, p$.

Eben so ist $ET : FT = NL : LO$ und $3 : 2 = FT : LO = FL + LT : LT - TO$, also $2\, FL + 2\, LT = 3\, LT - 3\, TO$ und $FL = \frac{1}{2} LT - \frac{3}{2} TO$.

Es ist aber $LT = r$ und $TO = r.\cos.2p$. Also wird die Normalkraft $LF = \frac{1}{2}r - \frac{3}{2}r.\cos.2p$.

Sie sehen hieraus, daß die Tangenzialkraft in den Syzygien, wo $p = 0$, und in den Vierteln, wo $p = 90°$ also $2p = 180°$ und $\sin.2p = 0$ ist, am kleinsten, und ebenfalls $= 0$ ist. Hingegen wird sie in den Achteln des Mondes, wenn p 45 Grade hält, am größten, weil $2.45 = 90$ ist. Die Normalkraft ist am kleinsten und $= 0$, wenn $\frac{1}{2}r = \frac{3}{2}r.\cos.2p$ oder $\cos.2p = \frac{1}{3} = 0,33333$ ist. Alsdann ist $2p = 109°28'$ und $p = 54°44'$. Ist also der Mond um diesen Winkel von den Syzygien entfernt, so verschwindet die Normalkraft, und TLE wird ein rechter Winkel. Es wird aber der Mondlauf in jedem Quadranten der Bahn, von C bis K, von K bis H, von H bis I, und von I bis C, durch diese Kräfte auf eine ganz ähnliche Art verändert. Denn in beiden Vierteln, in K und I ist $2p = 180°$ also $\cos.2p = 1$, und die Normalkraft $= -r$, also gegen T gerichtet, wodurch die Schwere des Mondes gegen die Erde in beiden Punkten vermehrt wird. Nahe an der Linie der Syzygien, bey H und C, fällt zu beiden Seiten der Punkt O zwischen T und n, und es wird daher $LF = \frac{1}{2}LT + \frac{3}{2}TO = \frac{1}{2}r + \frac{3}{2}r.\cos.2p$. Da nun, in H und C, $p = 0$ oder $= 180°$ wird, so ist beide Male $\cos.2p = 1$ und die Normalkraft $= 2r$. Sie fällt nämlich mit der Kraft LE zusammen, die auch in den Syzygien $= 2r$ ist. Unten in C ist sie nach S gerichtet, oben in H hat sie eine entgegengesetzte Richtung. Hier wird die Erde vom Monde, dort der Mond von der Erde, durch die überwiegende Normalkraft der Sonne, abgezogen, also in beiden Punkten der Mond von der Erde entfernt und seine Schwere gegen sie vermindert;

und zwar noch einmal so stark als sie in den Vierteln vermehrt wird. Durch diese abwechselnde Vermehrung und Verminderung der Schwere des Mondes gegen die Erde wird die Bahn des Mondes um die Punkte I und K etwas stärker gekrümmt, und um G und H etwas flächer gemacht. [a]

Durch die Tangenzialkraft werden in der Geschwindigkeit des Mondes allerley Veränderungen verursacht, welche man, in so fern sie bloß von von dieser Kraft abhängen, die Variazion des Mondes zu nennen pflegt. Wenn der Mond in seiner Bahn von C nach K geht, so wird er durch diese Kraft immer zurückgezogen und verzögert, von K nach H hingegen wird seine Bewegung beschleunigt, weil hier die Richtung der Tangenzialkraft nach oben über H herauf gerichtet ist, welches auch zwischen H und I Statt findet, daher hier der Mond verzögert, so wie von I nach C beschleunigt wird. Ueberhaupt also wächst die Geschwindigkeit des Mondes von den Vierteln bis zu den Syzygien; von diesen aber bis zu den Vierteln nimmt sie ab. Sie verändert sich am stärksten in den Achteln des Mondes, und zu beiden Seiten derselben weniger.

So lassen sich schon eine Menge von Ungleichheiten, die man in dem Laufe des Mondes wirklich beobachtet, aus der Theorie der allgemeinen Schwere begreifen, wenn gleich man auf die Exzentrizität seiner Bahn und der Bahn der Erde, auf die Verschiedenheit der Ebne seiner Bahn von der Ebne der Ekliptik, und auf andre ähnliche Umstände keine Rücksicht nimmt. Bringt man aber nach und nach auch alle diese Bedingungen mit in Anschlag, so nähert man sich der Wahrheit immer mehr, und setzt sich in den Stand, die

Beschaffenheit des Mondlaufs immer genauer und richtiger zu bestimmen. Wir haben z. B. bisher die Entfernung der Sonne von der Erde als unveränderlich angenommen. Wenn wir aber erwägen, daß die Erde zusammt dem Monde im Winter der Sonne merklich näher ist als im Sommer, so werden wir sogleich einsehen, daß der Mond im Winter, wo die Sonne ihm und der Erde näher ist, eine etwas längre Zeit zu seinem Umlaufe um die Erde brauchen muß als im Sommer. Denn die Störungskraft ist im Winter größer, und da durch sie die Schwere des Mondes gegen die Erde in den Syzygien noch einmal so stark vermindert als in den Vierteln vermehrt, also im Ganzen allemal vermindert wird, so ist es eben so viel als wenn die Zentralkraft gegen die Erde im Winter kleiner wäre. Der Mond muß sich also im Winter, weil er nicht so stark gegen die Erde gezogen wird als im Sommer, von ihr etwas weiter entfernen und überhaupt einen etwas größern Kreis um sie beschreiben, also auch eine größere Umlaufszeit nöthig haben als im Sommer.

Ziehn wir ferner die Gestalt der Mondbahn in Erwägung, die sich zwar einem Kreise sehr nähert, aber dennoch merklich von ihm verschieden ist, so läßt sich leicht begreifen, daß sie, im strengsten Verstande genommen, auch keine Ellipse seyn kann. Denn da die Störungskraft bloß aus dem Unterschiede der Kräfte entspringt, mit welchen die Sonne den Mond und die Erde anzieht, dieser Unterschied aber um desto größer wird, je weiter der Mond, unter übrigens gleichen Umständen, von der Erde entfernt ist, so muß die Schwere des Mondes gegen die Erde in einem kleinern Verhältnisse, als dem umgekehrten der Quadrate der Entfernungen, abnehmen, wenn sie

durch die Sonne verstärkt, und in einem größern, wenn sie durch die Sonne geschwächt wird. Eine Ellipse kann aber nur alsdann beschrieben werden, wenn jenes Verhältniß in völliger Schärfe Statt findet. Indessen hat man ein Mittel, wenn die Veränderungen jenes Verhältnisses nur unbeträchtlich sind, wie man die Ellipse beybehalten, und dennoch den Lauf des Mondes oder eines andern bewegten Körpers sehr genau bestimmen kann. Man nimmt nämlich alsdann an, der Körper laufe in einer beweglichen Ellipse, die sich selbst zugleich mit um ihren Brennpunkt dreht. Setzen Sie, daß AB die große Axe (Fig. 40) der elliptischen Bahn eines solchen Körpers und T ihr Brennpunkt ist. Wird nun die Schwere des Körpers gegen T geschwächt, so, daß sie in einem größern Verhältnisse mit der Entfernung abnimmt, als sie abnehmen sollte, so ist sie, nach Verhältniß der Geschwindigkeit des Körpers in der entferntern oder obern Apside B zu klein und in der untern A zu groß. Also wird um B die Bahn des Körpers durch die Normalkraft des Punkts T, zu wenig und in A nach Verhältniß zu viel gekrümmt *). Der Körper nähert sich also, indem er aus B nach b geht, dem Brennpunkt weniger als er sollte, eben so, als wenn er zwar in der Ellipse bliebe, der Punkt B aber hinter ihm fortginge, weil jeder Punkt zwischen b und B von T weiter entfernt ist, als b. Eben so entfernt er sich nicht so viel von T, als er sollte, indem er aus A nach a geht, eben so als wenn die ganze Ellipse, in deren Umfange er läuft, sich zugleich mit um T von A gegen a drehte. In diesem Falle also geht die ganze

*) Sechs und dreyßigster Brief. 4 Anmerk.

ganze Apsidenlinie AB, so wie der Körper, allmählich vorwärts, nach der Ordnung der Zeichen. Wird aber dagegen durch die Störungskraft die Schwere des Körpers gegen T verstärkt, nimmt also diese in einem kleinern Verhältnisse ab, als sie sollte, so verhält sich alles umgekehrt. Die Bahn des Körpers wird, nach Verhältniß in B zu viel und in A zu wenig gekrümmt, und die Apsiden bewegen sich daher rückwärts gegen die Ordnung der Zeichen.

Anmerkungen.

1. Es ist $BL : ST = ST^2 : SL^2 = ST^2 : ST^2 - 2ML.ST = ST : ST - 2ML$. Denn da der Winkel bey S immer sehr klein ist, so kann man, ohne merklichen Irrthum, $SL = ST - ML$ setzen, als wenn die Linie SL auf ST fiele. Ferner ist ML^2 als eine unendlich kleine Größe gegen ST^2 anzusehn, die man also weglassen kann, wenn man das Quadrat von $ST - ML$ berechnet. So wird $BL - ST : ST = 2ML : ST - 2ML$, und $BL - ST$ $= \frac{2ML.ST}{ST - 2ML} = 2ML$. Denn wenn man $2ML.ST$ mit $ST - 2ML$ wirklich theilt, so erhält man $2ML + \frac{4ML^2}{ST - 2ML}$, wovon man die letztre Größe, als unendlich klein, weglassen kann. Es wird also $BS = BL + ML - ST = 3ML$. Nun ist in dem Parallelogramme DA, $bS + SE = AL$. Wir haben aber auch angenommen $AL = ST = SE + TE$. Also wird $bS + SE = SE + TE$ und $TE = bS = BS = 3ML$.

2. Die Größe der Normalkraft in den Vierteln des Mondes läßt sich, nach der Methode Newtons, leicht berechnen. Es sey die mittlere Kraft, womit die Erde den Mond anzieht, $= v$, der mittlere Halbmesser der Mondbahn $= r$, und die mittlere Umlaufszeit des Mondes $= t$; die mittlere Schwere der Erde gegen die Sonne $= V$, der mittlere Halbmesser ihrer Bahn $= R$ und ihre mittlere Umlaufszeit $= T$; so wird $v : V = \frac{r}{t^2} : \frac{R}{T^2}$ (38 Brief), oder $vR : Vr = T^2 : t^2$. Ist nun die Normalkraft der Sonne, womit sie den Mond in seinen Vierteln stört, $= f$, so ist $f : V = IT : ST = r : R$, also $Vr = fR$. Daher wird $v : f = T^2 : t^2$. Nun ist $T^2 : t^2 = 178{,}757 : 1$ (38 Brief). Folglich ist auch die Normalkraft der Sonne in den Mondvierteln f zu der Kraft, mit welcher die Erde den Mond zurückhält, $= 1 : 178{,}757$.

Ein und vierzigster Brief.

Sie haben aus meinem letzten Schreiben gesehn, daß die Schwere des Mondes gegen die Erde, zur Zeit der Viertel, durch die Sonne etwas verstärkt, zur Zeit der Syzygien aber noch einmal so stark geschwächt wird, und daß daraus eine Bewegung der Apsidenlinie der Mondbahn folgt, die in den Vierteln rückwärts, in den Syzygien aber vorwärts gehen muß. Da nun die Schwächung viel stärker ist, als die Verstärkung, so gehn auch die Apsiden, bey jedem Umlaufe des Mondes, mehr vorwärts, als rückwärts,

und daher kommt es, daß sie in ungefähr 9 Jahren, die ganze Reihe der himmlischen Zeichen, nach ihrer Ordnung, durchlaufen. Die Normalkraft nämlich der Sonne ist nicht nur in den Syzygien doppelt so groß, als in den Vierteln, sondern auch so lange, bis sie verschwindet, das ist: bis auf 54° 44′ von den Syzygien, der Schwere des Mondes gegen die Erde entgegengesetzt. Hernach fängt zwar die Schwere an, durch sie verstärkt zu werden, aber nur in der Entfernung von 35° 16′ von den Vierteln, und nur halb so stark, als sie vorhin geschwächt worden war. Ueberhaupt ist die Bewegung der Apsiden der Mondbahn sehr ungleichförmig. Denn wenn sie in die Syzygien selbst fallen, so gehen sie am schnellsten vorwärts, weil der Unterschied der Normalkräfte der Sonne in den Apsiden A und B am stärksten ist, wenn die Linie BA gerade nach der Sonne geht, das heißt: wenn die Apsiden in die Syzygien fallen. Bey A ist alsdann die Normalkraft = 2AT und bey B = 2BT, das Verhältniß aber AT : BT am größten, wenn AB die Apsidenlinie ist. Folglich weicht alsdann auch das Verhältniß der Schwere in A zu der Schwere in B von dem Verhältnisse $TB^2 : TA^2$ am stärksten ab, und ebendeßhalb müssen sich auch alsdann die Apsiden am stärksten vorwärts bewegen. Hingegen gehn sie alsdann am langsamsten rückwärts, wenn der Mond bey D oder E in seine Viertel kömmt. Denn hier sind alsdann die Normalkräfte der Sonne einander gleich, bey D, = DT, und bey E = ET, so, daß durch sie das Verhältniß der Schwere des Mondes gegen die Erde in beiden Punkten auf gleiche Art, und überhaupt nur wenig verändert wird, da um die Punkte D und E herum die Entfernung von T ihre mittlere Größe hat, und am wenigsten wächst oder abnimmt.

Fallen aber die Viertel des Mondes in A und B, so müssen aus einem ähnlichen Grunde alsdann die Apsiden am schnellsten zurückgehn, und zur Zeit der Syzygien, wenn der Mond in D oder E ist, sich am langsamsten vorwärts bewegen.

Um sich aber der wahren Bewegung des Mondes so viel zu nähern, als möglich, ist es nicht genug, die Ellipse, in welcher man ihn laufen läßt, als um ihren Brennpunkt beweglich anzunehmen. Die Ungleichheiten seines Laufs sind so merklich, daß man jener Ellipse zugleich eine veränderliche Gestalt geben, und setzen muß, daß sie ihre Exzentrizität beständig verändert. Diese Veränderung nennt man die Evekzion des Mondes. Alle solche Ellipsen nämlich sind einander ähnlich und haben eine gleiche Exzentrizität, deren beide Axen, oder welches einerley ist, in denen die Theile AT und TB der grossen Axe, sich auf einerley Art verhalten. Sobald aber dieses Verhältniß von AT : TB sich ändert, so ändert sich auch die Exzentrizität der Ellipse. Nun verhält sich bey der Bahn des Mondes allemal $AT^2 : TB^2$ wie die Zentralkraft in B zu der in A. Da nun das Verhältniß dieser Kräfte durch die Wirkung der Sonne beständig geändert wird, so muß sich auch das Verhältniß von AT : TB und folglich zugleich die Exzentrizität der Mondbahn beständig ändern. Sie ist am größten, wenn die Apsiden in die Syzygien, und am kleinsten, wenn sie in die Viertel fallen. Denn im ersten Falle sind die Kräfte bey A und B, durch die Wirkung der Sonne, am meisten, und im zweyten Falle am wenigsten von einander verschieden.

Ausserdem bewegt der Mond sich nicht in der Ebne der Ekliptik, wie wir bisher angenommen haben, sondern seine Bahn durchschneidet die

Ekliptik unter einem Winkel, der etwas über 5 Grade beträgt, und auf diese Neigung muß bey der Bewegung des Mondes ebenfalls Rücksicht genommen werden. Da sie indessen geringe ist, so ändert dieser Umstand die Länge der Linien ST, SL und LE nicht im geringsten merklich, und man kann daher noch immer TE = 3 r. cos. p annehmen *), indem r den mittleren Halbmesser der Mondbahn, und p den Winkel CTL bedeutet. Nur muß man sich vorstellen, daß in dem Dreyecke TLE, die Linie TE in der Ebne der Ekliptik, und TL in der Ebne der Mondbahn liegt, LE aber von einer Ebne zu der andern geht. Läßt man nun (Fig. 151) aus E eine senkrechte Linie EP auf die Ebne der Mondbahn fallen, und ist LQ ihr parallel, so ist die Kraft LE in die Kräfte LP und LQ aufgelöst. Die erstre ist von LE nicht im geringsten merklich verschieden, und wir können sie ohne Bedenken an die Stelle der LE setzen; aber die zweyte Kraft nach LQ verdient eine besondre Untersuchung.

Es sey TO die Knotenlinie des Mondes, oder der Durchschnitt der Ebne seiner Bahn mit der Ebne der Ekliptik. Man ziehe auf sie die PO senkrecht und vereinige EO; so ist POE der Neigungswinkel beider Ebnen gegen einander **), und man hat in den rechtwinklichten Dreyecken OTE, OPE, TE : EO = 1 : sin. ETO und EO : EP (oder LQ) = 1 : sin. POE, also TE : LQ = 1 : sin. ETO. sin. POE. Da nun TE = 3 r. cos. p ist, so wird LQ = r. 3 cos. p. sin. ETO. sin. POE, und man sieht hieraus, wie man die Kraft nach LQ mit der Kraft vergleichen kann durch welche die

*) Man sehe den vierzigsten Brief.

**) III. Band Einleit. 139.

Schwere des Mondes in den Vierteln verstärkt, und die durch r ausgedrückt wird. Geht die Linie TE durch die Syzygien, so kann man sagen, daß die Kraft nach LQ in dreyen Fällen verschwindet: 1) in den Vierteln, weil hier p = 90° und cos. p = 0 ist, 2) wenn die Knotenlinie TO mit TE zusammenfällt, 3) wenn der Mond selbst sich in TO befindet. Ueberhaupt ist LQ nahe am Knoten nur klein, aber am größten, wenn der Mond mit der größten möglichen Breite in den Syzygien ist.

Durch diese Kraft wird der Mond beständig nach der Ebne der Ekliptik getrieben und daher die Neigung seiner Bahn und die Lage ihrer Knotenlinie immerfort verändert. Wenn er ohne jene Kraft (Fig. 41) in N die Ebne der Ekliptik AB durchschnitten haben würde, so geht er, wegen derselben Kraft, schon in M durch, und der Knoten N kommt ihm also gleichsam entgegen nach M, er mag der aufsteigende oder der absteigende seyn. Diese Bewegung der Knoten der Mondbahn rückwärts, oder wider die Ordnung der Zeichen, dauert immerfort, außer wenn der Mond in seinen Vierteln oder ohne Breite ist, weil alsdann die Kraft verschwindet, durch welche sie erzeugt wird, und sie ist am größten, wenn der Mond mit der größten möglichen Breite in den Syzygien ist. Zugleich wird die Neigung seiner Bahn vermehrt, wenn er sich einem Knoten nähert. Denn der Winkel LMB ist größer, als LNB. Aber sie wird auch wieder vermindert, indem der Mond den Knoten verläßt und weiter geht. Denn anstatt, daß er ohne die Kraft, welche ihn gegen die Ekliptik treibt, nach ND zu gegangen seyn würde, muß er sich jetzt in NE bewegen unter einer kleinern Neigung ANE, als AND war. Und so wächst

die Neigung seiner Bahn immer, wenn er sich dem nächsten Knoten nähert, so wie sie abnimmt, wenn er sich von dem nächsten Knoten immer weiter entfernt. Sie wächst daher bey jedem Umlaufe des Mondes zwey Mal und wird zwey Mal vermindert, so daß sie ins Mittel immer gleich groß bleibt. Am größten ist sie, wenn die Knotenlinie in die Linie der Mondviertel fällt, weil alsdann der Mond in den Syzygien die größte mögliche Breite hat, also auch die nach der Ebne der Ekliptik gerichtete Kraft am größten ist. Dagegen ist sie am kleinsten, wenn die Knotenlinie durch die Syzygien geht.

Die Planeten bewegen sich eben so um die Sonne, wie der Mond um die Erde. Nur ist der Mittelpunkt der Massen des ganzen Sonnensystems dem Mittelpunkte der Sonne ungleich näher, als der gemeinschaftliche Schwerpunkt der Erde und des Mondes dem Mittelpunkte der Erde. Denn die Masse der Sonne übertrifft die vereinigten Massen aller Planeten fast zehn Mal mehr an Größe, als die Masse der Erde die des Mondes übertrifft, und überdieses befinden sich auch die Planeten nicht alle nur von einer Seite der Sonne. Daher hat auch die Sonne selbst, um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt, gar keine merkliche Bewegung und der Lauf der Planeten um sie ist viel regelmäßiger, als der Lauf des Mondes um die Erde. Sie beschreiben fast ganz genau Ellipsen, um den Mittelpunkt der Sonne, als den gemeinschaftlichen Brennpunkt ihrer Bahnen, und verändern ihre Exzentrizität nicht merklich. Aber dennoch gehn die Apsidenlinien ihrer Bahnen, wiewohl sehr langsam, vorwärts, und ihre Knotenlinien rückwärts, weil die Planeten auf eine ähn-

liche Art auf einander wirken, wie die Sonne auf den Mond wirkt, obgleich viel schwächer. Diese Bewegung macht unter andern, daß sich die Apsiden der Erbahn von den Punkten der Sonnenwenden nach und nach immer weiter entfernen.

Die Wirkungen der Hauptplaneten auf einander sind besonders bey den obern wegen ihrer großen Entfernung von der Sonne und wegen ihrer ansehnlichen Massen merklich. Eben deßhalb kann auch die Sonne den Lauf der Trabanten dieser Planeten bey weitem so stark nicht stören, als sie den Lauf des Mondes stört. Aber selbst der Lauf der Erde um die Sonne empfindet den Einfluß andrer Planeten auf eine merkliche Art, vorzüglich der Venus, weil sie der Erde zuweilen sehr nahe kommt, und des Jupiters, wegen seiner großen Masse. Indessen hat die Erfahrung gelehrt, daß alle diese Störungen sich aus der Theorie von der allgemeinen Schwere vollkommen begreifen und berechnen lassen.

Nur die Kometen äußern keine merkliche Wirkung auf die Planeten, wenn gleich sie nahe bey ihnen vorbeygehn. Zwar beweiset ihr elliptischer oder parabolischer Lauf um die Sonne deutlich, daß auch sie den Gesetzen der allgemeinen Schwere unterworfen sind; indessen scheint ihr Gewebe höchst locker und neblicht zu seyn, so daß vielleicht die meisten derjenigen, die man bisher beobachtet hat, bey aller ihrer scheinbaren Größe, kaum den tausendsten Theil der Masse der Erde gehabt haben mögen. Vorzüglich locker müssen unfehlbar diejenigen seyn, die bey ihrer Näherung an die Sonne große Schweife erhalten. Es mögen die Kometenschweife entstehen, aus welcher Ursache man im-

mer will, so scheinen sie doch allemal zu zeigen, daß auf einem Kometen, sobald er der Sonne nahe genug kommt, die Theile stärker gegen die Sonne gezogen werden, als gegen seinen eignen Mittelpunkt, und daß also seine Masse von gar keiner Bedeutung ist. Denn so wie bey uns auf der Erde eigenthümlich leichtre Dämpfe und flüssige Materien in eigenthümlich schwereren in der lothrechten Linie aufsteigen, und sich vom Mittelpunkte der Erde entfernen; eben so entfernen sie sich dagegen auf den Kometen vom Mittelpunkte der Sonne, und es ist daher sehr wahrscheinlich, daß dieser sie stärker anziehn muß, als der Mittelpunkt ihres eignen Körpers. Diese Vermuthung wird dadurch bestätigt, daß die Schweife um desto länger werden, jemehr die Kometen sich der Sonne nähern. Wie könnten sie auch zu einer so ungeheuren Länge anwachsen, und sich so unbegreiflich weit und mit einer solchen unglaublichen Schnelligkeit von dem Körper des Kometen entfernen, wenn seine Masse und Schwere einigermaßen beträchtlich und sein ganzes Gewebe nicht so äußerst locker wäre?

Zwey und vierzigster Brief.

Einer der auffallendsten Beweise des wechselseitigen Anziehens der Körper unsres Sonnensystems ist die Ebbe und Fluth. Sie ist, wie schon Newton deutlich erwiesen hat, eine nothwendige Folge der allgemeinen Schwere, indem der Mond mit Kräf-

ten auf die Erde zurückwirkt, die denen völlig ähnlich sind, mit welchen die Erde und die Sonne den Lauf des Mondes bestimmen. Möchte der Mond und die Sonne alle Theile der Erde mit vollkommen gleichen und parallelen Kräften anziehn, so würde keine Ebbe und Fluth möglich seyn. Aber da die Erdkugel eine gewisse Dicke hat, und ihre verschiedne Theile, wegen ihrer verschiednen Entfernungen, mit ungleicher Stärke und nach verschiednen Richtungen angezogen werden, so entspringen hieraus gewisse besondre Kräfte in den Theilen, welche denen ganz ähnlich sind, mit welchen die Sonne den Lauf des Mondes stört. Denn wenn in derselben 150 Figur, deren wir uns bey dem Monde bedient haben, CIHK jetzt den Aequator der Erde, T ihren Mittelpunkt, und S den Mittelpunkt der Sonne oder des Mondes bedeutet, so ist auch hier wieder LE die Kraft, mit welcher bloß ein gewisser Punkt L im Umfange der Erde, wegen der schiefen Richtung SL, nicht aber der Mittelpunkt T, von der Sonne oder dem Monde angezogen wird; die Kraft LA aber kann in die besondern Bewegungen auf der Erde gar keinen Einfluß haben, weil sie $= TS$, und dem Punkte L mit dem Mittelpunkte T gemein ist. Lösen Sie nun jene Kraft LE in die Normalkraft LF und in die Tangenzialkraft LG auf, so ist die erste $N = r\,(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\cos.\,2\,p)$ und die letztre $T = r\,.\,\frac{3}{2}\sin.\,2\,p$, indem p den Winkel CTL bedeutet *).

Sie können diese Ausdrücke zum Gebrauche bequemer einrichten, wenn Sie sich erinnern, daß die Kraft N, in K und I, $= r$ ist. Setzen Sie

*) Vierzigster Brief.

also die Größe, die sie alsdann hat, $= n$, so wird überhaupt $N = n (\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cos. 2p)$ und $T = \frac{3n}{2} . \sin. 2p$. Ist nun die Kraft, mit welcher die Sonne oder der Mond in der Entfernung 1 anziehn, $= F$, und die Kraft, womit T von ihnen angezogen wird, $= f$, die Entfernung TS aber $= b$; so wird $f = \frac{F}{b^2}$ und $f : n = b : r$; also $n = \frac{rf}{b} = \frac{rF}{b^3}$; folglich $N = \frac{rF}{b^3} (\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cos. 2p)$ und $T = \frac{3rF}{2b^3} . \sin. 2p$. Die letztere Kraft ist in den Punkten C, I, H, K, $= 0$, mitten aber zwischen diesen Punkten, in der Entfernung von 45° von ihnen, am größten und $= \frac{3rF}{2b^3}$. Die Normalkraft dagegen n, in I und K, ist $= \frac{rF}{b^3}$, und in C und H $= \frac{2rF}{b^3}$ (39 Brief). Setzen Sie $r = 1$, so wird für den Mond $b = 60$, und die größte dieser Kräfte $= \frac{2}{60 . 60 . 60} F = \frac{1}{108000} F$; also, da die Masse des Mondes $\frac{1}{70}$ von der Masse der Erde beträgt, $= \frac{1}{7560000}$ der Schwere auf der Erde. In Ansehung der Sonne findet man jene größte Kraft noch viel geringer, und nur etwa $\frac{1}{18840000}$ der Schwere auf der Erde.

Durch solche ungemein geringe Kräfte könnte auf der Erde wohl schwerlich eine merkliche Bewegung in

den Meeren erzeugt werden, wenn die Erde sich nicht um ihre Axe drehte, sondern ruhte. Denn was die Tangenzialkraft anbetrifft, so ist sie, wo sie am größten ist, z. B. 45° von I und C, nur $= \frac{3 r F}{2 b^5}$ also $\frac{1}{10080000}$ der Schwere auf der Erde. Da sie nun in I und C = 0 ist, so verhält sie sich gegen den ganzen Quadranten I L C ungefähr eben so, wie eine gleichförmige Kraft, die halb so groß, also $= \frac{1}{20160000}$ die Schwere ist. Da nun der Mond etwa 7 Tage Zeit braucht, um 90° zu durchlaufen, so würde er, wenn die Erde sich nicht drehte, 7 Tage lang alle Punkte des Quadranten I L C nach und nach in einem gewissen Augenblicke mit der größten, in der übrigen Zeit aber mit immer geringerer Stärke, nach der Linie C S zu, ziehn, also ungefähr 7 Tage lang gleichsam mit einer gleichförmigen mittleren Kraft, die $\frac{1}{20160000}$ der Schwere ausmachte, den ganzen Quadranten von I nach C zu drehen suchen. Da sich nun die gleichförmigen Kräfte gerade wie die erzeugten Geschwindigkeiten und umgekehrt, wie die Zeiten verhalten, in denen sie erzeugt werden, so läßt sich leicht übersehn, daß der Mond in dem Quadranten nur höchstens eine Geschwindigkeit von etwa 11 Zollen in einer Sekunde würde hervorbringen, und daher die Bewegung des Meers kaum merklich seyn können.[2]

Noch weniger würde durch die Normalkraft ausgerichtet werden können. Zwar würde das Meer durch sie bey I etwas schwerer und zugleich bey C etwas leichter werden. Allein diese beiden Punkte

liegen 12 bis 13 hundert Meilen aus einander, und das Meer würde also eine lange Zeit gebrauchen, um sich dort etwas weniges zu senken, hier aber zu erheben, und die der höchst geringen Veränderung seiner Schwere gemäße Gestalt anzunehmen. Ehe aber dieses geschehen könnte, würde der Mond bereits eine ganz andre Lage gegen die Erde haben, und die Schwere derselben Theile verstärken, die er vorher geschwächt hatte. Also könnte die elliptische Afterkugel, die man gewöhnlich bey der Erklärung der Ebbe und Fluth zur Hülfe nimmt, nie zu Stande kommen; zu geschweigen, daß eine so ungemein geringe Veränderung des Drucks in einer so ungeheuern Weite, auch wenn der Mond sich gar nicht bewegte, schwerlich eine einigermaßen merkliche Abweichung von der Kugelgestalt in den Gewässern der Erde bewirken könnte.

Es scheint auf den ersten Anblick, daß durch die Drehung der Erde die Wirkung des Mondes auf die Meere noch viel schwächer werden müsse. Denn nunmehr zieht der Mond, z. B. auf den Quadranten ICL, nur 6 Stunden lang, gegen CS, und kann also in ihm durch seine Tangenzialkraft nur eine Geschwindigkeit von $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ Zoll in einer Sekunde erzeugen, die also vollends ganz unmerklich ist; und die Afterkugel der Normalkraft hat jetzt noch viel wenigere Zeit um sich zu bilden, als vorher. Wenn man aber die Sache genauer untersucht, so sieht man ganz augenscheinlich, daß bey der erstaunend schnellen Bewegung der Theile auf der Oberfläche der sich drehenden Erde, bloß dadurch, daß mit jenen Kräften die Richtung der Schwere etwas verändert wird, sehr ansehnliche Bewegungen in den Meeren erzeugt werden müssen. Dieses ist der wahre Gesichtspunkt, aus welchem man

die Erzeugung der Ebbe und Fluth betrachten muß, und den man gewöhnlich, bey der Erklärung dieser wichtigen Erscheinung der Natur, entweder gänzlich verfehlt, oder wenigstens nicht ins gehörige Licht stellt.

Um sich hiervon zu überzeugen, erwägen Sie erstlich, daß die Kräfte N und T aus der Schwere gegen den Mond und die Sonne entspringen, also auch der Kraft der Schwere auf unsrer Erde völlig ähnlich sind. Sie durchdringen die ganze Masse der Meere, und bleiben, an jedem Orte der Erde, bis auf den Grund des Meeres, sich fast vollkommen gleich. Ferner erinnern Sie sich, daß die Tangenzialkräfte allenthalben auf die Richtung der Schwere senkrecht sind, die Normalkräfte aber selbst in diese Richtungslinie fallen, und also beide gemeinschaftlich dazu beytragen, die Richtung der Schwere in der ganzen Masse der Gewässer zu ändern. Denn gesetzt AD (Fig. 43) zeige die Richtung und Größe der Schwere an irgend einem Orte der Erde, und AB die dortige Tangenzialkraft des Mondes und der Sonne an; so wird nunmehr an demselben Orte die Richtung der Schwere nicht mehr nach AD, sondern nach der Diagonale des Parallelogramms ADCB gehn. Ist nun die in E verlängerte AB die eigentliche Horizontallinie desselben Ortes, und AF auf AC senkrecht, so werden die Winkel FAE, DAC einander gleich, und AF verhält sich zu FE, wie AC : AB, wenn FE auf AE senkrecht ist; AF ist die neue Horizontallinie der geänderten Schwere, und das Meer kann nicht in Ruhe seyn, als bis sich seine Oberfläche an dieser Linie befindet.

Hierzu kommt, daß auch die Normalkraft sich mit der Tangenzialkraft vereinigt, um die Richtung der Schwere zu ändern. Denn setzen Sie z. B. der

Theil, um welchen der Mond die in dem einen Endpunkte des Quadranten des Erdäquators verstärkte Schwere in dem andern Endpunkte desselben schwächt, sey CG, und Sie sehen leicht, daß durch diese Schwächung die Richtung der Schwere aufs neue verändert wird, indem der Winkel AGB sich zu ACB, wie BC : BG verhält, weil sehr kleine Winkel sich wie ihre Sinus verhalten, und man ohne Bedenken AC = BC setzen kann. Wenn also FE die ganze Abweichung der neuen Horizontallinie andeutet, so kann man sagen, da BG : AB = AE : EF ist, oder daß sich jene Abweichung zu der Länge AE, auf welcher sie Statt findet, wie die Summe der beiden wirksamen Kräfte zu der Schwere verhalte.

Sowohl die eine, als auch die andre Kraft, ist durch den Quadranten ILC (Fig. 150) sehr veränderlich: die Kraft T ist in I und C = o in der Mitte aber zwischen beiden Punkten am größten; die Kraft N ist in I negativ, in C positiv und doppelt so groß, als in I, in der Entfernung aber von 54° 44′ von C = o. Also muß man, wie es scheint, die halbe Summe von beiden Kräften nehmen, um dadurch eine gewisse gleichförmige Kraft durch den ganzen Quadranten zu erhalten. Von N ist die Hälfte $\frac{3\,rF}{2\,b^3}$, weil man den Unterschied zwischen der negativen Kraft in I und der positiven in C nehmen muß; von T ist die Hälfte $\frac{3\,rF}{4\,b^3}$. Man hat also zusammen die Summe von $\frac{9\,rF}{4\,b^3} = \frac{1}{6720000}$, und die neue Horizontallinie der durch diese Kräfte geänderten Schwere ist daher auf jede 10000 Klafter um $\frac{1}{672}$ Klafter von der eigentlichen Horizontallinie ent-

fernt. Das macht auf 57096 Klafter, oder auf einen Grad des Aequators, 0,051 Fuß, und auf 90 Grade $4\frac{2}{3}$ Fuß. Wollte man, welches auch richtiger zu seyn scheint, die ganze Normalkraft $\frac{3\,r\,F}{b^3}$ mit der halben Tangenzialkraft verbinden, weil bey geneigten Flächen es nicht auf die mittleren Punkte, sondern nur auf die Lage der Endpunkte gegen einander, ankommt, so würde die Summe der Kräfte $\frac{15\,r\,F}{4\,b^6}$ werden. So würde die neue Horizontallinie sich von der wahren auf jeden Grad um 0,085 und auf 90 Grade um $7\frac{2}{3}$ Fuß entfernen. Fügt man hierzu 3,06 Fuß für die Wirkung der Sonne, so würde durch beide Himmelskörper zusammen, in ihrer mittleren Entfernung von der Erde, die Horizontalfläche, auf eine Länge von 90 Graden, um 10,7 Fuß erhöhet werden.

Nunmehr erwägen Sie, daß durch die Drehung der Erde wirklich ein jeder Punkt ihrer Oberfläche I in 6 Stunden bis C, durch 90 Grade, fortgerissen wird. Es ist also eben so viel, als wenn der Punkt I in 6 Stunden auf einer geneigten Fläche durch 10,7 Fuß gefallen wäre. Freylich kann eine so geringe Neigung in der Richtung der Schwere weder auf die Lage eines Bleyloths noch auf das feste Land, den geringsten merklichen Einfluß haben, aber das Wasser, welches so äußerst beweglich ist, muß in tiefen und breiten Meeren dadurch sehr stark bewegt werden. Wenn es in seiner Bewegung gar nicht gehindert würde, müßte es eine Geschwindigkeit von beynahe 26 Fuß erhalten, weil diese zu der Höhe von 10,7 Fuß gehört. Allein durch die Reibung und andre Hindernisse geht immer ein Theil dieser Geschwindig-

schwindigkeit verloren, der um desto beträchtlicher ist, je schmähler und seichter die Gewässer sind. Ueberdieses wird erfordert, daß das Meer von Westen nach Osten eine Breite von 90 Graden habe. Denn ist es schmäler, so wird, wie Sie leicht einsehen, der Fall des Wassers nie so ansehnlich seyn. Daher muß die erzeugte Bewegung, besonders in seichten Meeren, zuletzt ganz unmerklich werden, wie das auch wirklich der Fall bey den meisten kleinen und eingeschränkten Meeren ist.

Auf die Punkte (Fig. 39) des Quadranten EB wirkt der in S befindliche Mond eben so, wie auf den Quadranten DA. Hier und da fließt das Wasser von Westen nach Osten, von D nach A, und von E nach B. Dagegen fließt es in EI und BD zugleich zurück von Osten nach Westen. Aber die fließenden Theile werden in AD und EB, indem die Erde sich von D durch A nach E dreht, durch die Drehung mit fortgerissen, und in AE und BD dagegen immer zurückgeführt. Daher kommt es, daß die beiden entgegengesetzten Ströme sich nicht in A und B, sondern etwas weiter, in N und P begegnen. Hier stemmen sich die Wasser an einander, und machen zwey Fluthen zu gleicher Zeit; da hingegen bey D und E, in O und Q, von wo die Wasser beständig abfliessen, weil sie, in Ansehung der veränderten Richtung der Schwere, die höchsten Oerter sind, an beiden Stellen zugleich Ebbe ist.

Anmerkungen.

1. Man kann die Größe dieser Kraft noch auf eine andre Art finden. Die Normalkraft der Sonne in K und I macht $\frac{1}{178757}$ der Ziehkraft der Erde

im Monde aus (39 Brief 2 Anm.). Diese Kraft ist aber 60 × 60 Mal kleiner, als die Schwere auf der Erde. Jene Normalkraft macht also $\frac{1}{643525,2}$ der Schwere auf der Erde aus. Aber die ähnliche Normalkraft bey der Erde, wenn HKCI den Erdäquator bedeutet, ist in I und K 60 Mal kleiner, als bey dem Monde, weil sie sich immer wie r verhält, und der Halbmesser der Erde 60 Mal kleiner ist, als der Halbmesser der Mondbahn. Also ist die von der Sonne herrührende Normalkraft, in I und K, $\frac{rF}{b^3} = \frac{1}{643525,2 \cdot 60} = \frac{1}{38611512}$, und $\frac{2rF}{b^3} = \frac{1}{19305756}$, noch etwas kleiner, als ich sie auf eine andre Art gefunden habe.

2. Die Geschwindigkeit, welche die Schwere 1 in einer Sekunde erzeugt, ist 2 g. Wenn also durch eine gleichförmige Kraft, die $= \frac{1}{20160000}$ ist, in einer Zeit von 7 Tagen, oder 604800 Sekunden, eine Geschwindigkeit c erzeugt wird, so muß diese $= \frac{30 \cdot 6048}{20160} = \frac{1}{1,1}$ Fuß, oder von 10,9 Zollen seyn.

Drey und vierzigster Brief.

Sie haben aus meinem letzten Schreiben gesehn, daß die Ebbe und Fluth bloß in heftigen Strömungen besteht, welche in grossen und tiefen Meeren durch die Wirkung der Sonne und des Mondes erregt werden. Stauchen sich diese irgendwo an den Ufern in Buchten, oder durch entgegengesetzte Strömungen an, die sich nicht ausweichen können, so erhebt sich das Wasser, oder es fluthet, und zwar erhebt es sich um desto höher, je stärker es in seinem Laufe gehemmt wird, und je weniger es ausweichen kann. Daher ist die Höhe der Fluth an verschiednen Oertern so ungemein verschieden, und mitten in recht offnen grossen Meeren mehrentheils niedrig, weil hier das Wasser nach allen Seiten Platz findet, um auszuweichen. Hierzu kommt, daß der Boden des Meeres so sehr ungleich ist, und daß die Geschwindigkeit der Gewässer da, wo sie am tiefsten sind, durch die Reibung und andre Hindernisse am wenigsten geschwächt wird. Denn ebendeßhalb hängt die Schnelligkeit und selbst die Richtung der im Meere erregten Strömungen grossentheils von der Beschaffenheit des Bodens ab; und die Fluth ist um desto höher, je tiefere und schnellere Strömungen von der Art auf die Ufer stoßen.

Sie können sich von diesen Bewegungen des Meeres auch dadurch einen deutlichen Begriff machen, daß Sie sie mit dem Laufe der Flüße vergleichen. Gemeiniglich gehn die Flüsse in einer Stunde durch eine halbe Meile, also in derselben Zeit durch etwa drey Meilen, in welcher ein Punkt unter der Linie durch

90 Grade fortgerissen wird, und durch 10,7 Fuß fällt. Wenn also ein Meer sich von Westen nach Osten auf 90 Grad weit erstreckt und unter der Linie liegt, so muß es sich eben so schnell bewegen, als ein sehr grosser und tiefer Fluß, der auf jede Meile über $3\frac{1}{2}$ Fuß Gefälle hätte. Dieser aber würde gewiß sehr schnell fortlaufen, da das Gefälle grosser Flüsse gewöhnlich viel kleiner ist.

Bliebe der Mond, während der Umdrehung der Erde um ihre Axe, beständig an einer Stelle, so würden zwischen jeder Fluth und der nächsten Ebbe immer 6 Stunden verfließen, weil die Erde, bey ihrer Umdrehung an 6 Stunden Zeit gebraucht, um sich durch AE, EB u. s. w. (Fig. 39) zu drehen. Da aber auch der Mond indessen von Westen nach Osten, und zwar ins Mittel in einem Tage um 13 Grade 10 Minuten 35 Sekunden weiter fortrückt, so braucht der Punkt A an 24 Stunden 50 Minuten Zeit, um nach einer Umwälzung der Erde wieder in die Linie TS zu kommen, welche die Mittelpunkte des Mondes und der Erde vereinigt. Da nun der Mond zu der Bewegung des Meeres bey weitem das meiste beyträgt, so muß an jedem Orte, auf eine jede Fluth, die Fluth des nächsten Tages nicht eher folgen, als ins Mittel nach 24 Stunden 50 Minuten, welches auch mit der Erfahrung völlig übereinstimmt.

Indessen wird dennoch, durch die Wirkung der Sonne, nach Beschaffenheit ihrer Lage gegen den Mond, die Ebbe und Fluth bald sehr beträchtlich verstärkt, bald merklich vermindert. Wenn der Mond in dem neuen oder dem vollen Lichte ist, wenn also Sonne, Mond und Erde in einer geraden Linie liegen, so wirken die beiden erstern übereinstimmend auf die leztre, und Ebbe und Fluth sind am grösten. Wenn aber der Mond in seinen Vierteln ist, und

sich also irgendwo in der Linie DE, die Sonne aber in S, befindet, so geschieht die Wirkung bloß mit dem Unterschiede der Kräfte beider Himmelskörper, und die Ebbe und Fluth ist überhaupt am kleinsten. Denn indem der Mond z. B. das Wasser von A nach E zieht, treibt es die Sonne zugleich von E nach A. Eine Wirkung hindert die andre, und die Ebbe und Fluth wird alsdann bloß mit dem Unterschiede der Kräfte erzeugt, welche zur Zeit der Springfluthen in eine Summe vereinigt sind.

Das einmal in Bewegung gesetzte Wasser würde fortfahren noch immer eine Zeit lang hin und her zu strömen, wenn gleich Sonne und Mond ganz aufhörten auf das Meer zu wirken, obgleich seine Ebben und Fluthen immer schwächer werden und in kurzer Zeit ganz aufhören müßten. Hieraus begreifen Sie leicht, daß die Höhe einer Fluth nicht bloß von der Größe der Kraft abhängt, durch welche sie erzeugt wird, sondern daß auch die nächstvorhergehenden Fluthen um desto mehr dazu beytragen, je größer sie sind. Vor dem Vollichte z. B. sind die Fluthen mittelmäßig und am Tage des Vollichts groß. Die zwey folgenden Fluthen werden aber gewöhnlich noch größer, weil sie auf eine größere Fluth folgen, als die des Vollichts, und die Kräfte der Sonne und des Mondes sich in so kurzer Zeit nur wenig verändern. Aus einer entgegengesetzten Ursache nehmen nach den Vierteln die Fluthen noch etwa anderthalb Tage lang ab. Die Springfluthen aber sind am größten, wenn der Mond in der Erdnähe, und am kleinsten wenn er in der Erdferne ist, weil seine Kräfte im ersten Falle am größten, und im zweyten am kleinsten sind.

Wenn der Mond von dem Neulichte zum ersten, oder dem Vollichte zum letzten Viertel übergeht, mit einem Worte: wenn er sich irgendwo in der geraden

Linie MT (Fig. 44) befindet, so werden die Fluthen durch die Sonne in S beschleunigt, daß sie merklich früher ankommen, weil sie die Wassertheile immer zurückzieht, daß sie nicht so weit hinter O fortlaufen können, als sie, ohne diese Wirkung fortgelaufen seyn würden. Dagegen bilden sich die Fluthen später, wenn der Mond aus den Vierteln in die Syzygien übergeht, oder wenn er irgendwo sich in der Linie LT befindet. Denn die Sonne S zieht die Fluth, die sich schon bey F gebildet haben würde, nach G und nöthigt die Gewässer noch weiter zu laufen. Ueberhaupt aber ist diese Beschleunigung und Verzögerung von der Sonne in den Achteln des Mondes am größten, wenn LTA oder MTA 45 Grade hält, weil die Sonne alsdann die Punkte N oder O mit der größten Stärke zieht.

Wir haben bisher eigentlich bloß die Fluthen unter der Linie untersucht, allein die in den übrigen Parallelkreisen der Erde verhalten sich völlig auf eine ähnliche Art. Stellen Sie sich unter AEBDA (Fig. 44) einen Durchschnitt durch die Axe der Erde vor, auf welchen die aus dem Mittelpunkte des Mondes, den ich noch immer in der Ebne des Aequators annehme, zu dem Mittelpunkte der Erde T gezogne gerade Linie senkrecht ist, und Sie sehen leicht, daß der Mond in alle Punkte des Umkreises AEBDA völlig auf gleiche Art wirken wird, weil alle gleich weit von T abstehn, und die von diesen Punkten zum Monde gehenden Linien mit jener aus T nach dem Monde gezognen Linie überall gleiche Winkel machen. Der Mond wird also jeden Punkt A, E, B, D u. s. w. mit einer Normalkraft, die $= \frac{rF}{b^3}$ ist, gegen T treiben, seine Tangenzialkraft aber in

diesen Punkten wird = o seyn. Gesetzt also OPDQO (Fig. 45) wäre ein Parallelkreis der Erde, C ihr Mittelpunkt und NS ihre Axe, in L aber, in der Ebne des Aequators EBE, der Mond; so sind P und Q zwey solche Punkte, von welchen ich geredet habe, in denen die Tangenzialkraft = o, die nach C gerichtete Normalkraft aber $= \frac{rF}{b^3}$ ist. Die Punkte O und D hingegen liegen in einem durch den Mond selbst und die Axe NS gehenden Durchschnitte, der auf den erstern Durchschnitt durch PQ senkrecht ist. Einen solchen Durchschnitt aber erhalten Sie, wenn Sie sich in der 150 Figur unter IK die Axe der Erde, und in LN die Ebne des Parallelkreises vorstellen. Hier ist in L und N die gegen die Ebne des Aequators gerichtete Tangenzialkraft $LG = \frac{3\,rF}{2\,b^3} . \sin. 2\,p$, indem hier p die Breite der Oerter L und N bedeutet; die Normalkraft aber LF, welche in die nach dem Mittelpunkte der Erde T gezogne Linie fällt, ist $= \frac{rF}{b^3} (\frac{1}{2} - \frac{3}{2} . \cos. 2\,p)$.

So lassen sich in jedem möglichen Parallelkreise OPDQO (Fig. 45) die Kräfte in den Punkten O, P, D, Q berechnen. Ist z. B. die Breite p des Parallelkreises von 45 Graden, so wird sin. 2 p = 1 und cos. 2 p = o. Daher ist die Normalkraft in P und Q, wo die Schwere gegen C verstärkt wird, $= \frac{rF}{b^3}$, und in O und D, wo die Schwere durch sie geschwächt wird, $= \frac{rF}{2\,b^3}$. Die Tangenzialkraft hingegen ist in P und Q = o, und in O und D

$= \frac{3rF}{2b^3}$; überall aber ist sie gegen die Ebne des Aequators gerichtet. Die Summe also der Kräfte, durch welche in diesem Parallelkreise die Richtung der Schwere geändert wird, macht $(1 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}) \frac{rF}{b^3}$ oder $\frac{9rF}{4b^3}$. Sie ist folglich viel kleiner, als die ähnliche Summe der Kräfte unter der Linie, im Verhältnisse von 9 : 15. Das Gefälle also, was durch die Meerströme ihre Bewegung erhalten, ist überhaupt unter der Linie am größten, und wird gegen die Pole zu immer kleiner. In den Polen selbst verschwindet die Tangenzialkraft gänzlich, weil p = 90° wird, und die Normalkräfte in O, P, D, Q, welche von einander immer um desto weniger verschieden sind, je mehr man sich dem Pole nähert, fallen hier völlig zusammen. Jede wird $= \frac{rF}{b^3}$, und ist nach C gerichtet.

Es scheint also auf den ersten Anblick, daß die Fluthen unter der Linie allenthalben am größten seyn und von da gegen beide Pole zu, immer mehr abnehmen müssen. Allein wenn Sie sich erinnern, daß die Geschwindigkeit der Ströme nicht bloß von ihrem Gefälle abhängt, so werden Sie leicht einsehen, daß der Schluß von der Größe der Veränderung in der Schwere auf die Größe der Fluthen sehr große Ausnahmen leidet. Das Wasser unter der Linie hat zwar ein größres Gefälle, aber es muß auch durch die Drehung der Erde eine größre Strecke durchlaufen, ehe es so tief fällt, als das Wasser in den übrigen Parallelkreisen. Es verhält sich so, wie ein Fluß, der zwar einen größern Fall, aber auch eine

grössre Länge hat, als ein andrer, und deßhalb oft langsamer fließt, als dieser. Daher ist es sehr wahrscheinlich, daß, unter übrigens völlig gleichen Umständen, die Fluthen, wenigstens bis auf eine gewisse Weite von der Linie, ungeachtet des geringern Gefälles, eben so stark und vielleicht noch etwas stärker seyn würden, als selbst unter der Linie.

Hierzu kommt, daß die Gewässer unter der Linie alle bloß von Westen nach Osten oder nach der entgegengesetzten Richtung fortgetrieben werden, und also ruhig neben einander fortströmen können, ohne einander in ihrem Laufe zu hindern; dahingegen in nordlichen Breiten das Meer nicht bloß nach Westen oder Osten, sondern auch nach Süden, und in den südlichen Breiten nach Norden, gezogen wird. Und diese durch die Tangenzialkräfte bewirkte Abweichung nach Süden oder Norden ist nicht allenthalben gleich stark, sondern unter einer Breite von 45 Graden am stärksten, weil die Tangenzialkraft $\frac{3rF}{2b^3} \cdot \sin. 2p$ am größten ist, wenn die Breite p, 45 Grade ausmacht. Also müssen vorzüglich in den Breiten von 40 bis 50 Graden, wie es scheint, die verschiednen Meerströme oft zusammen stoßen und einander verstärken, weil sie nicht parallel neben einander fortgehn können.

Endlich scheinen die Meere in den nordlichen Breiten mehrere Untiefen und seichte Plätze zu haben, zwischen welchen sich die Meerströme durchdrängen müssen, und also an Schnelligkeit zunehmen, als die grosen und weiten südlichen Meere in der Gegend der Linie. Daher können in den leztern auch die Gewässer, wenn sie durch irgend einen Widerstand aufgehalten werden, viel leichter ausweichen und

zur Seite abfließen, als in den erstern, in welchen sie sich um desto mehr erheben müssen.

Ich glaube, wenn Sie alle diese Umstände, die ich angeführet habe, zusammennehmen, daß Sie keine Schwierigkeit finden werden, zu begreifen, weßhalb nach dem einhelligen Zeugnisse aller derer, die zur See weite Reisen gethan haben, eines le Gentil, Adanson, Deverdun und andrer, die Fluthen in der Gegend der Linie niedriger sind, als in einer gewissen Weite davon, besonders in den nordlichen Breiten von 40 bis 50 Graden. Indessen scheinen diese Erfahrungen die Unrichtigkeit der gemeinen Erklärung der Ebbe und Fluth aufs deutlichste zu beweisen. Es ist wohl schwerlich möglich, sie mit dem elliptischen Sphäroide der Gewässer um die Erde zu reimen, aus welchem man die Ebbe und Fluth gewöhnlich herzuleiten pflegt.

Vier und vierzigster Brief.

Der Mond, den wir uns bisher immer in der Ebne des Aequators der Erde vorgestellet haben, befindet sich fast allezeit außer derselben. Daher geht der Durchschnitt der Erde, in dessen Umkreise alle Punkte gleich weit vom Mittelpunkte des Mondes entfernt sind, weil er auf die aus diesem Mittelpunkte zum Mittelpunkte der Erde gezogne Linie senkrecht ist, fast nie durch die Axe der Erde, sondern er macht mit ihr einen gewissen Winkel. In beiden Punkten aber, wo jene Linie die Oberfläche der Erde durchschneidet, ist die Normalkraft des Mondes am allerstärksten.

Diese Punkte der größten Stärke liegen also nicht in dem Aequator, sondern der eine über ihm der andre unter ihm. Auf eine ähnliche Art fallen auch zwischen dem Mittelpunkte der Erde und den Polen allenthalben die Punkte, in welchen die Schwere am stärksten und auf gleiche Art geschwächt wird, in solche Kreise der Erde, die auf jenen Durchschnitt senkrecht, und mit der Linie, welche die Mittelpunkte des Mondes und der Sonne vereinigt, parallel sind. Sie liegen also nie beide zusammen in einerley Parallelkreise, sondern der eine in dem einen, der andre in dem andern.

Diese Sache hat zwey verschiedne Folgen. Setzen Sie, der Mond habe eine starke nordliche Abweichung, und N (Fig. 45) sey der Nordpol; so sehen Sie leicht, daß der durch C gehende, auf die den Mittelpunkt des Mondes mit G vereinigende Linie senkrechte Durchschnitt, da er mit der Axe NC einen ansehnlichen Winkel macht, irgendwo in HI, weit außer dem Mittelpunkte R, durch den Parallelkreis OPDQO gehen werde. Hier in H und I sind jetzt die Punkte, wo die Schwere nach C am meisten verstärkt wird, und das Wasser muß also durch den Bogen IO, der nicht größer ist, als der Quadrant QO, fortgeführt werden, ehe es fluthen kann. Dadurch muß die Fluth schwächer werden, als sie sonst gewesen seyn würde. Zwar ist von der andern Seite der Bogen der andern Fluth HD um desto kleiner; allein dagegen ist auch die Normalkraft in D nur klein, weil der Punkt, in welchem sie so stark ist, als in O, wie ich gezeigt habe, tief unter OPDQO in einem ganz andern Parallelkreise liegt. Daraus läßt sich begreifen, weshalb die Springfluthen, wie man allgemein bemerkt hat, vorzüglich

um die Zeiten der Nachtgleichen stark zu seyn pflegen, weil alsdann Mond und Sonne sich in der Ebne des Aequators befinden.

Zweytens werden bey dieser ansehnlichen Abweichung des Mondes die beiden Fluthen, in den Bogen HOI und HDI, der Zeit und Größe nach, gegen die Pole zu immer mehr und mehr ungleich. Ihre Ungleichheit kann so weit gehn, daß die eine Fluth, bey einer hohen Breite von 60 Graden und drüber, ganz unmerklich wird, und also das Meer nur einmal in 24 Stunden fluthet. Schon an den französischen Küsten sind aus dieser Ursache die Springfluthen im Sommer bey Tage merklich höher und im Winter merklich niedriger, als bey der Nacht.

In kleinen Meeren kann sich, wie ich Ihnen bereits gesagt habe, keine Ebbe und Fluth erzeugen. Es kommt bey ihnen alles auf die Art ihrer Verbindung mit dem Ozean an. Das mittelländische Meer z. B. ist ziemlich breit und hat bey Gibraltar eine schmale Meerenge. Das fluthende Wasser des atlantischen Ozeans wird in dieser zwar beschleunigt; da es aber gleich darauf sich nach allen Seiten verbreiten kann, so verliert es in kurzer Zeit fast seine ganze Bewegung und kann sich daher nur in einigen Buchten, wo es vorzüglich stark aufgehalten wird, einigermaßen merklich erheben. Mit der Ostsee hat es eine ähnliche Bewandniß. Das rothe Meer hingegen hat bey Babelmandeb eine an 10 deutsche Meilen breite Meerenge und ist dabey sehr schmal. Daher behalten die eintretenden Fluthen des indischen Ozeans ihre Schnelligkeit bey, indem sie durch dieses Meer heraufsteigen.

Wenn Flüsse sich in Meere ergießen, welche fluthen, so steigt die Fluth zwar langsam, aber dennoch oft bis auf eine große Weite in ihnen herauf, weil das fluthende Meer ihre Oeffnung gleichsam verstopft, und dadurch das Wasser aufstauchet. So müssen oft auch Meere und große Seen, wenn gleich sie weit sind, einer merklichen Ebbe und Fluth unterworfen seyn, wenn sie durch Straßen oder Meerengen einen starken Abfluß in große und fluthende Meere haben. Dieser Fall scheint unter andern bey der Hudsonsbai und Baffinsbai in Amerika Statt zu finden. Indessen läßt sich von den besondern Erscheinungen der Ebbe und Fluth in gewissen Gegenden der Erde wenig zuverlässiges sagen, weil uns sichre Nachrichten der Umstände fehlen, aus denen sie erklärt werden müssen.

Der Mond und die Sonne wirken unfehlbar mit denselben Elementarkräften auf die Atmosphäre als auf die Meere der Erde; die Totalkräfte aber sind um desto kleiner bey der erstern, jemehr das Wasser die Luft an Dichtigkeit übertrifft. Daher sind unfehlbar die in der Atmosphäre erzeugten der Ebbe und Fluth ähnlichen Bewegungen ganz unmerklich. Denn welche merkliche Wirkung kann wohl das Gewicht einer 10 bis 11 Fuß hohen Luftsäule von der mittleren Dichte der Atmosphäre, in dieser hervorbringen? Und an dem Barometer ist es vollends unmöglich, die geringste Spur dieser Wirkung des Mondes oder der Sonne zu bemerken, da die ganze Verminderung der Schwere, wenn sie am stärksten ist, nur $\frac{1}{7560000}$ beträgt. Die Meynung also von den grossen Einwirkungen des Mondes auf unsre Atmosphäre und aufs Barometer, hat nicht den geringsten Grund und ist

ganz unrichtig, ungeachtet sie noch immer ihre Anhänger findet.

Die Ebbe und Fluth beweiset übrigens ganz unwidersprechlich, daß die Erde sich um ihre Axe dreht. Die Kräfte der Sonne und des Mondes, welche daher entspringen, daß die verschiednen Theile der Erde nach verschiednen Richtungen oder mit verschiedner Stärke angezogen werden, sind, wie Sie gesehen haben, so geringe, daß durch sie, ohne die Drehung der Erde, keine merkliche Bewegung in dem Meere würde erzeugt werden können. Und auf die festen Theile der Erde würde sie noch weniger den geringsten merklichen Einfluß haben, wenn die Erdkugel sich nicht drehte, und nicht um die Pole etwas abgeplattet wäre, wie Sie in der Folge deutlicher sehen werden. Wäre die Erde eine vollkommne Kugel, so würde jener geringe Unterschied der Ziehkräfte auch bey ihrer Drehung völlig unmerklich seyn. Wenn Sie sich eine vollkommne Kugel gedenken, auf deren Oberfläche überall eine Art von fester Decke aufliegt, die von den beiden Polen an gegen die Linie zu, immer dicker wird, so haben Sie ein Bild von der wahren Gestalt unsrer Erde. Da das Mittel dieser Decke, wo sie am dicksten ist, auf die Linie fällt, so durchschneidet es die Ebne der Ekliptik unter einem Winkel von $23\frac{1}{2}$ Graden. Wenn daher N und S (Fig. 152) die beiden Pole der Erde sind, C aber ihren Mittelpunkt, AB den Aequator und DE die Ekliptik vorstellt, so sehen Sie augenscheinlich, daß die Erdkugel durch eine auf die Ekliptik senkrechte Ebne FG in zwey unähnliche Hälften zerschnitten wird, welche also auch die in der Ebne DE befindliche Sonne auf eine sehr ungleiche Art anzieht. Es verhält sich hier alles so, wie

bey dem Laufe des Mondes. Weil seine Bahn nicht nicht in der Ekliptik liegt, wird er von der Sonne beständig nach der Ekliptik gezogen, und hieraus entsteht, wie Sie gesehen haben, das Rückgehn der Knoten und die abwechselnde Vermehrung und Verminderung der Neigung seiner Bahn. Auf eine ähnliche Art wird die um die Linie herum angehäufte Materie der Erdkugel von der Sonne und dem Monde beständig gegen die Ekliptik gezogen, und dadurch werden zwey verschiedne Dinge bewirkt: das Rückgehn der Knoten des Erdäquators, oder, welches einerley ist, das Vorrücken der Nachtgleichen, und eine abwechselnde Vermehrung oder Verminderung der Schiefe der Ekliptik, oder das Wanken der Erdaxe. Jedoch sind beide Veränderungen nur ungemein geringe.

Der Mond wirkt auch hier $2\frac{1}{2}$ Mal stärker, als die Sonne, aber sehr ungleichförmig, weil sein ganzer Lauf so ungleichförmig ist. Da die mittlere Neigung der Ebne seiner Bahn gegen die Ebne der Ekliptik $5\frac{1}{6}$ Grade beträgt, so zieht er den Aequator der Erde bald nach dieser, bald nach einer andern Richtung, obgleich im Ganzen und ins Mittel immer gegen die Ekliptik. Fällt der aufsteigende Knoten der Mondbahn in den Anfang des Widders, wo sich der aufsteigende Knoten des Aequators befindet, so hat der Mond durch alle nördliche Zeichen eine nördliche, und durch alle südliche eine südliche Breite. Er entfernt sich also alsdann zu beiden Seiten ins Mittel bis auf $23\frac{1}{2} + 5\frac{1}{6}$ oder auf $28\frac{2}{3}$ Grade vom Aequator, und die Neigung seiner Bahn gegen den Aequator ist alsdann am größten. Fällt aber der aufsteigende Knoten der Mondbahn in den Anfang der Wage, so macht ihre Neigung gegen den Aequator nur $23\frac{1}{2} - 5\frac{1}{6}$ oder $18\frac{1}{3}$ Grade ins Mittel.

und sie ist alsdann am kleinsten. So wächst diese Neigung etwas über 9 Jahre lang von $18\frac{1}{3}$ bis zu $28\frac{2}{3}$ Graden, nachher aber nimmt sie allmählich eben so lange wieder ab, da die Knoten der Mondbahn in etwa 19 Jahren nach und nach durch alle Zeichen herumkommen.

Je grösser aber die Neigung der Mondbahn zur Ebne des Aequators ist, um desto grösser ist auch die Kraft, mit welcher der Mond das Rückgehn der Nachtgleichen beschleunigt. Daher ist auch dasselbe nach den genauesten Beobachtungen veränderlich: am grössten, und von etwa 58 Sekunden in einem Jahre, wenn der aufsteigende Knoten des Mondes in den Widder fällt; am kleinsten, und von etwa 43 Sek. jährlich, wenn derselbe Knoten in die Wage kommt; und von mittlerer Grösse, von etwa $50\frac{1}{3}$ Sek. jährlich, wenn er in dem Kolur der Sonnenwenden ist. Diese Ungleichheiten in dem Rückgehn der Punkte der Nachtgleichen haben, so wie das Rückgehn der Knoten der Mondbahn, eine Periode von etwa neunzehn Jahren.

Eben so wird die Schiefe der Ekliptik etwa um 9 Sek. vermehrt, wenn der aufsteigende Knoten der Mondbahn im Widder ist, und hernach wieder um 9 Sek. vermindert, wenn er in die Wage kommt. Sie wächst also 9 Jahre lang, und nimmt 9 Jahre lang hernach wieder ab, verändert sich aber überhaupt um ungefähr 18 Sek. Die Axe der Erde verändert sich also auch auf die nämliche Art und eben so stark ihre Neigung gegen die Axe der Ekliptik, und diese Bewegung ist es eigentlich, welche man das Wanken der Erdaxe nennt.

Wankte die Erdaxe nicht, so begreifen Sie leicht, daß sie immer gleich weit von der Axe der Ekliptik entfernt bleiben würde, ungeachtet sie um die leztre, als

als um einen Mittelpunkt, einen kleinen Kreis beschreiben müßte, weil die Durchschnittslinie der Ebne der Ekliptik und des Aequators nicht beständig einerley Lage behält, sondern sich dreht, und so die Erscheinung des Vorrückens der Nachtgleichen veranlaßt. Wenn nämlich P (Fig. 42) der Pol der Ekliptik ist, so würde, ohne das Wanken der Erdaxe, der Pol der Erde N, nach und nach, um P einen Kreis NBDA beschreiben, dessen Halbmesser PA der Neigung der Ekliptik zum Aequator völlig gleich, und von $23\frac{1}{2}$ Graden wäre. In diesem Kreise würde der Pol der Erde jährlich ins Mittel etwa um 50 Sek. rückwärts gehn. Allein da die Schiefe der Ekliptik sich verändert, so geht eigentlich bloß ein gewisser mittlerer Ort des Pols in dem Kreise NADBN fort, und der wahre Pol läuft um diesen mittleren Ort beständig in einer kleinen Ellipse EHGFE, in welcher er in 18 Jahren und 7 Monaten einmal herumkommt. Er ist in E, wenn der aufsteigende Knoten der Mondsbahn in den Widder kommt; in F, wenn jener Knoten sich im Steinbocke; und in G, wenn er sich in der Wage befindet. Da NG 9 Sekunden hält, so ist der Erdpol in G dem Pole der Ekliptik um 18 Sek. näher als in E. So können Sie sich von dem Wanken der Erdaxe, welches zuerst Bradley entdeckt hat, einen deutlichen Begriff machen.

Anmerkungen.

Es stelle DABE (Fig. 153) einen halben Durchschnitt der Erde durch die Sonne S und die Axe der Erde NC; SDE die Ebne der Ekliptik, AC des halben Aequators, und B den Pol der Ekliptik vor; so sieht man leicht, daß ein jeder Punkt K in der

Erde von der Sonne nach der Richtung KS, und der Mittelpunkt C nach der Richtung CS angezogen wird. Ist die Ziehkraft der Sonne in der Entfernung 1 = F, so wird C mit der Kraft $\frac{F}{SC^2}$, und K mit der Kraft $\frac{F}{SK^2}$ angezogen. Löst man nun die Kraft bey K in eine nach C gerichtete und in eine nach der Richtung CS auf, so wird durch die erste bloß die Schwere des Punkts K gegen C verstärkt. Aber die zweyte Kraft verhält sich zur Kraft $\frac{F}{SK^2}$ wegen des Parallelograms der Kräfte, wie SC zu zu KS. Sie ist also $= \frac{F.SC}{SK^3}$. Der Unterschied v dieser Kraft, und der, mit welcher C gezogen wird, ist daher $\frac{F.SC}{SK^3} - \frac{F}{SC^2} = F.SC \times \left(\frac{1}{SK^3} - \frac{1}{SC^3}\right)$ $= \frac{F}{SK^3.SC^2}(SC^3 - SK^3)$. Ist nun KL parallel mit BC, so kann man ohne das geringste Bedenken SK = SL = SC — LC setzen. Daher wird $SK^3 = SC^3 - 3SC^2.LC$, weil die höhern Potenzen von LC als unendlich kleine Größen anzusehn sind. Es wird also $v = \frac{F}{SK^3.SC^2} \times 3SC^2.LC = \frac{3F.LC}{SK^3}$. Ist also CL = w und SC oder SK = b, so wird $v = \frac{3F.w}{b^3}$. Stellt man sich also w als eine gleichartige Linie vor, die zu beiden Seiten von BC nach und nach bis D und E wächst, so ist die Kraft für jedes unendlich kleine

Theilchen derselben $= \frac{3 F w d w}{b^3}$, und für die ganze Linie $OK = LC \frac{3 F w^2}{2 b^3}$. Denn dieser Ausdruck ist das Integral von $\frac{3 F w d w}{b^3}$, und man hat hier keine beständige Grösse beym Integriren nöthig, da die Kraft $= 0$ wird, wenn $w = 0$ ist. Die Sonne zieht nämlich alle Punkte von einer Seite der BC stärker und von der andern schwächer an als C. Daher ziehn diese die Linie BC gegen F, und jene gegen I, indem ich FI mit DE als parallel annehme. Ist nun die Linie DMB allenthalben von BC so weit entfernt als ENB, also $OI = OM$, so ziehn alle Theilchen, zwischen BC und der einen Linie, die BC eben so stark auf die eine, als die Theilchen, zwischen BC und der andern Linie, sie auf die andre Seite. Durch diese Wirkungen entsteht ein völliges Gleichgewicht, und wir haben daher nur auf die Kräfte der Linien zu sehn, die wie MF außer der gezogenen Linie DMB liegen. Es ist aber die zu der Linie MF gehörige Kraft $= \frac{3 F}{2 b^3} \cdot (OF^2 - OI^2)$.

Nimmt man nun an, der Durchschnitt DAE sey elliptisch, welches man hier immer ohne einen merklichen Irrthum annehmen kann, wenn es auch nicht in aller Schärfe so seyn sollte, so wird CA die halbe große Axe $\frac{1}{2} a$, und CN die halbe kleine $\frac{1}{2} c$. Ist nun FG aus F auf CA senkrecht, und $CG = x$, $FG = y$, so wird $c^2 x^2 + a^2 y^2 = \frac{1}{4} a^2 c^2$ (7. Brief 2. Anmerk.). Will man nun, anstatt dieser, eine Gleichung zwischen $CO = z$ und OF oder $OI = u$ haben, so muß man sich des Winkels ACD $=$ AHF bedienen und seinen Sinus s, seinen Kosi-

uns k nennen. So wird $s:k = y:GH$ und $GH = \frac{ky}{s}$, also $CH = x - \frac{ky}{s}$. Ferner $s:1 = z:CH$ und $z = sx - ky$. Eben so ist $FH = \frac{y}{s}$ und $HO = \frac{kz}{s}$, also $FH + HO = u = \frac{y}{s} + \frac{kz}{s}$ und $su - kz = y$. Da nun $sx = z + ky$ ist, so wird $x = ku + sz$. Also verwandelt sich die erste Gleichung zwischen x und y in folgende zwischen z und u: $(c^2k^2 + a^2s^2)u^2 + (c^2 - a^2).2ksuz + (c^2s^2 + a^2k^2)z^2 = \frac{1}{4}a^2c^2$. Macht man nun der Kürze wegen $c^2k^2 + a^2s^2 = A^2$; $ks(a^2 - c^2) = B^2$ und $c^2s^2 + a^2k^2 = C^2$, so erhält man $A^2u^2 - 2B^2uz + C^2z^2 = \frac{1}{4}a^2c^2$. Daraus wird nach den gemeinen Regeln der Algebra $u = \frac{B^2}{A^2}z \pm \sqrt{(\frac{a^2c^2A^2}{4} + B^4z^2 - A^2C^2z^2)}$ $:A^2$. Man kann diesen Ausdruck verkürzen, weil $B^4 - A^2C^2$ so viel ausmacht als das Quadrat von $acs^2 + ack^2$ negativ genommen. Da aber $s^2 + k^2 = 1$ ist, so wird $acs^2 + ack^2 = ac$, und daher $u = \frac{B^2}{A^2}z \pm ac\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}:A^2$. Es ist nämlich in unserm Falle $OF = \frac{B^2z + ac\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}}{A^2}$ und $OI = \frac{B^2z - ac\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}}{A^2}$. Daher wird die zur Linie MF gehörige Kraft $= \frac{3F}{2b^3}(OF^2 OI^2)$ $= \frac{3F}{2b^3} \times \frac{4B^2acz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}}{A^4} = Dz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}$, wenn man $\frac{6FB^2ac}{A^4b^3} = D$ setzt.

Stellt man sich nun die ganze Linie CB in unendlich kleine Theilchen zerlegt vor, so wird ein jedes an einer mit DE parallelen Linie, wie FO, liegendes unendlich schmales Rechteck $= u\,dz$ und die Kraft eines solchen Streifchens an $FM = D\,z\,dz\,\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}$, das Moment aber dieser Kraft, wenn man CB als einen um C beweglichen Hebel ansieht, $= Dz^2dz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}$. Das Integral dieses Ausdrucks ist: $\frac{1}{16}DA^2\int dz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)} - \frac{1}{4}Dz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)^3}$. Denn wenn man es differenzirt, so erhält man $\frac{1}{16}DA^2dz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)} - \frac{1}{4}Ddz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)^3} + \frac{3}{4}Dz^2dz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}$. Es ist aber $\frac{1}{4}Ddz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)^3} = \frac{1}{4}Ddz(\frac{1}{4}A^2 - z^2)\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)} = \frac{1}{16}DA^2dz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)} - \frac{1}{4}Dz^2dz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}$. Wenn man daher diese Größe von den beiden andern abzieht, so bleibt nichts als $Dz^2dz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}$, welches eben der Ausdruck für das Moment der Kraft war, der integrirt werden sollte. Bey $z = 0$ muß das ganze Integral verschwinden, und es ist daher keine beständige Größe nöthig. Ist aber $z = \frac{1}{2}A$, so verschwindet die eine Hälfte des Integrals, und es bleibt nichts als die andre übrig, deren Bedeutung sich leicht finden läßt. Denn wenn man (Fig. 145) mit dem Halbmesser $CE = \frac{1}{2}A$ einen Kreis beschreibt, und es ist $CN = z$, so wird die senkrechte halbe Sehne $NM = \sqrt{\overline{CM^2 - CN^2}} = \sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}$. Ist nun nm der NM unendlich nahe, so wird das Streifchen $NMmn = dz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}$; also ist das Integral davon oder $\int dz\sqrt{(\frac{1}{4}A^2 - z^2)}$ der Raum DCNM, der sich, wenn $z = \frac{1}{2}A$ ist, in den Quadranten DCED verwandelt. Nennt man nun das Verhältniß des Umkreises zum Durchmesser $p : 1$, so wird der Quadrant $DCED = \frac{1}{16}A^2p$ und also das ganze Moment,

wenn $z = \frac{1}{2} A$ ist, $= \frac{1}{256} DA^4 p$. So groß sind die Momente in der halben Scheibe DAE (Fig. 153). In der andern Hälfte sind sie eben so groß, und sie machen daher für die ganze Scheibe $\frac{1}{128} DA^4 p$ aus. Es ist nämlich $\frac{1}{2} A = Cb$ der höchste Werth, den z haben kann, und der da Statt findet, wo u, oder bP eine Berührungslinie ist; wo also beide Werthe von u zusammenfallen und $\frac{1}{4} A^2 - z^2 = 0$ ist. Nennt man daher das Moment des ganzen Durchschnitts M, so wird $M = \frac{1}{128} DA^4 p = \frac{3}{64} FB^2 acp$, indem man, anstatt D, seinen Werth: $\frac{6 FB^2 ac}{A^4 b^3}$ setzt, und $b = 1$ macht, welches frey steht. Schafft man auf diese Art auch B^2 weg, so wird $M = \frac{3}{64} Facpks (a^2 - c^2)$.

Stellt man sich nun die ganze Kugel vor, deren halber Durchschnitt DAE ist, so kann man durch sie unzählige mit diesem parallele Durchschnitte über ihm und unter ihm machen. Jeder wird eine der DAE ähnliche Ellipse seyn, deren Axen sich leicht bestimmen lassen. Da nämlich der Aequator ein vollkommner Kreis ist, so wird, wenn in der Entfernung $CG = v$ (Fig. 145) vom Mittelpunkte ein Schnitt FI gemacht wird, die halbe große Axe desselben $FG = \sqrt{(CF^2 - CG^2)}$ oder da $CF = CB = \frac{1}{2} a$ ist, $= \sqrt{(\frac{1}{4} a^2 - v^2)}$ seyn. Die halbe kleine Axe aber wird, da alle diese Ellipsen einander ähnlich sind, $= \frac{c}{a} \sqrt{(\frac{1}{4} a^2 - v^2)}$ seyn. Setzt man also in dem oben gefundenen Ausdrucke $\frac{3}{64} Facpks (a^2 - c^2)$, in dem Produkte $ac (a^2 - c^2)$, anstatt a, $2 \sqrt{(\frac{1}{4} a^2 - v^2)}$, und $\frac{2c}{a} \sqrt{(\frac{1}{4} a^2 - v^2)}$, anstatt c, so wird dasselbe $= \frac{16 c}{a^3} (a^2 - c^2) (\frac{1}{4} a^2 -$

$v^2)^2$, und das Moment einer jeden unendlich dünnen Scheibe der Kugel wird daher $\frac{3 F p k s c}{4 a^3} (a^2 - c^2)$ $(\frac{1}{4} a^2 - v^2)^2 dv = E (\frac{1}{4} a^2 - v^2)^2 dv$, wenn man $E = \frac{3 F p k s c}{4 a^3} (a^2 - c^2)$ setzt. Das Integral aber von diesem Differenziale ist $\frac{1}{16} E a^4 v - \frac{1}{6} E a^2 v^3 + \frac{1}{5} E v^5$, und es braucht keiner beständigen Größe, weil es verschwindet, wenn $v = 0$ ist. Nimmt man aber $v = \frac{1}{2} a$, so erhält man für die eine ganze Halbkugel $(\frac{1}{32} - \frac{1}{48} + \frac{1}{160}) . E a^5$ oder $\frac{1}{60} E a^5$, und für die ganze Kugel $\frac{1}{30} E a^5 = \frac{1}{40} F p k s c a^2 (a^2 - c^2)$.

Der Inhalt einer elliptischen Afterkugel wird auf eben die Art berechnet, wie der Inhalt einer gemeinen Kugel. Hat die halbe Ellipse, durch deren Umdrehung sie entsteht, eine große Axe, die $= a$, und eine kleine, die $= c$ ist, so wird der Inhalt der Ellipsoide $= \frac{1}{6} p a a c = M$. Also ist unser Totalmoment, wenn wir M anstatt $\frac{1}{6} p a a c$ setzen, (Fig. 153) $= \frac{3}{20} F M k s (a^2 - c^2)$. Nennen wir nun den Winkel ACD, r, da $\sin. 2r = 2ks$ ist (III. B. Einleit. 186), so wird jenes Moment $\frac{3}{40} F M . (a^2 - c^2) . \sin. 2r$. Es bezieht sich auf die Linie CB, auf welche wir die Richtung der Kräfte senkrecht angenommen haben. Da es aber bey einer Scheibe, die man drehen will, gleichgültig ist, an welchem Punkte des Umfanges man die Kraft anbringt, wenn sie nur die Richtung der Tangente hat, und die Erde als ein fester Körper sich eben so verhält, so wollen wir in A eine Kraft V annehmen, deren Richtung in die Ebne DAE fällt und auf $AC = \frac{1}{2} a$ senkrecht ist. Ist nun ihr Moment, $\frac{1}{2} a V$, dem gefundnen Totalmomente $\frac{3}{40} F . M (a^2 - c^2)$

sin. 2 r gleich, so wird $V = \frac{3 F . M}{20 a}(a^2 - c^2) \sin. 2 r$. So groß ist also die ganze Kraft, mit welcher die Sonne den Punkt A, senkrecht auf A C, zu drehen sucht, wenn man sie sich in diesem Punkte angebracht vorstellt.

Da nun die Erde sich um ihre Axe dreht, so erlangen alle ihre Theile, durch die Drehung gewisse Kräfte, mit welchen sie jeder Veränderung dieser Drehung widerstehn. Diese Kräfte verhalten sich überall, wie ihre Schwungkräfte, also wie das Produkt aus der Masse eines Theilchens in seine Entfernung von der Axe *) (35. Brief 1. Anm.). Ist also D A E (Fig. 131) eine gleichartige Scheibe, welche sich um ihren Mittelpunkt dreht, ihr Halbmesser $S E = \frac{1}{2} a$ und irgend ein Theil von ihm $S H = x$, so wird der ganze mit S H beschriebene Umkreis $= 2 p x$. und der unendlich schmale an ihm liegende Ring $= 2 p x d x$. Diese Größe kann zugleich die Masse des Ringes ausdrücken. Daher wird seine Kraft $= 2 p x^2 d x$. Wäre in E die Masse N, welche sich zugleich mit drehte, so würde ihre Kraft $= \frac{1}{2} a N$, und daher, wenn sie nach der entgegengesetzten Seite ginge, an dem Hebel S E mit der Kraft des Ringes im Gleichgewichte seyn, wenn die Momente beider Kräfte einander gleich seyn möchten. So wäre $\frac{1}{4} a^2 N = 2 p x^3 d x$ und daher $N = \frac{8 p x^3 d x}{a^2}$. Da nun das Integral von dieser Größe $= \frac{2 p x^4}{a^2}$ ist, so folgt, daß eine Masse, die $= \frac{2 p x^4}{a^2}$ ist, in der Entfernung $\frac{1}{2}$ a von S, in E angebracht, durch die Drehung der Scheibe eine Kraft erhält, deren Moment der Summe der Momente der

*) Man sehe den sechs und vierzigsten Brief.

Kräfte aller Theilchen der ganzen Scheibe SH gleich ist; oder daß eine solche Masse, wenn sie in E durch eine ihrer Kraft gleiche aber entgegengesetzte Kraft getrieben werden möchte, mit der Kraft der ganzen Scheibe das Gleichgewicht halten würde.

Ist nun BDE (Fig. 145) ein halber Kreis, der durch sein Umdrehen um die Axe BE eine Kugel beschreibt, und man nimmt die halbe auf CE senkrechte Sehne $MN = x$, $CE = \frac{1}{2}a$ und $CN = z$; so beschreibt MN eine solche Scheibe, als die vom Halbmesser SH, welche wir eben betrachtet haben. Diese erhält eine unendlich kleine Dicke, wenn man $Nn = dz$ annimmt, und so wird die in der Entfernung $\frac{1}{2}a$ von N nöthige Masse, um das Gleichgewicht zu halten, $= \frac{2px^4}{a^2}dz$. Es ist aber $x^2 = \frac{1}{4}a^2 - z^2$, also $\frac{2px^4dz}{a^2} = \frac{2p}{a^2}$ $(\frac{1}{16}a^4dz - \frac{1}{2}a^2z^2dz + z^4dz)$. Das Integral dieser Größe ist $\frac{2p}{a^2}(\frac{1}{16}a^4z - \frac{1}{6}a^2z^3 + \frac{1}{5}z^5)$. Keine beständige Größe ist hier nöthig, weil alle Kräfte verschwinden, wenn $z = 0$ ist. Ist aber $z = \frac{1}{2}a$, so erhält man für die halbe durch den Quadranten CDE beschriebene Kugel $2pa^3(\frac{1}{32} - \frac{1}{48} + \frac{1}{160})$ oder $\frac{1}{30}pa^3$, und für die ganze Kugel $\frac{1}{15}pa^3$, oder, da der Inhalt der Kugel $S = \frac{1}{6}pa^3$ ist, $\frac{2}{5}S = N$. So groß muß also eine Masse seyn, wenn sie in D, in der Entfernung $\frac{1}{2}a$ von C, durch die Drehung der Kugel ein Moment erlangen soll, welches der Summe aller Momente der Kräfte der ganzen Kugel zusammen gleich ist.

Nimmt man an, daß BDE nicht ein halber Kreis, sondern eine halbe Ellipse ist, welche durch

ihre Umdrehung eine Afterkugel beschreibt, so findet man die Masse N ebenfalls zwey Fünftheilen der Masse dieser Kugel gleich. Man kann also, da die Erde ohnehin von einer Kugel sehr wenig abweicht, auf alle Fälle, anstatt ihrer, einen immateriellen steifen Hebel von der Länge $\frac{1}{2}$ a annehmen, in dessen Endpunkt aber eine Masse setzen, die $\frac{2}{5}$ M ausmacht, wenn M die Masse der ganzen Erdkugel bedeutet, und die sich eben so geschwinde dreht als ein Punkt unter der Linie. Die Totalkraft, mit welcher die Sonne in diese Masse wirkt, ist $= \frac{3}{20 . a} F . M (a^2 - c^2) \sin. 2 r$. Theilt man daher diese Kraft durch $\frac{2}{5}$ M, so erhält man $\frac{3}{8 a} F . (a^2 - c^2) . \sin. 2 r$, als die Elementarkraft der Sonne v. Verbindet man diese Kraft nach ihrer Richtung mit der aus der Drehung entspringenden Kraft, welche die Masse $\frac{2}{5}$ M bereits hat, so läßt sich daraus der Rückgang der Nachtgleichen berechnen.

Der Winkel ACD oder r (Fig. 153) ist offenbar die Abweichung der Sonne. Je größer diese also ist, um desto größer ist auch die Kraft der Sonne v. Sie nimmt zu, von den Nachtgleichen bis zu den Sonnenwenden, und wird immer kleiner von den Sonnenwenden bis zu den Nachtgleichen. Da der Aequator durch sie immer gegen die Ebne der Ekliptik gezogen wird, so vermehrt sich die Schiefe der letztern von den Nachtgleichen bis zu den Sonnenwenden, und vermindert sich hernach wieder. Indessen ist diese Veränderung fast ganz unmerklich, in so weit sie von der Sonne herrührt. Es mag sich aber die Schiefe der Ekliptik vermehren oder vermindern, so gehn die Nacht-

gleichenpunkte zugleich immerfort, so wie die Knoten der Mondbahn, der Sonne entgegen.

Es sey (Fig. 154) ADB der Aequator, AEB die Ekliptik, N der Pol und C der Mittelpunkt der Erde, NDE aber ein Abweichungskreis, so ist DE oder der Winkel DCE $= r$ die Abweichung der Sonne, wenn sie sich in der Linie CE befindet. Hat nun die Sonne den Punkt des Aequators D in der Zeit dt durch Dd gezogen, so ist $Dd = gvdt^2$. Denn es ist überhaupt $2gvt = c$ und $c = \frac{2s}{t}$ (26. Brief 1. Anmerk.), also $gvt^2 = s$, oder wenn t unendlich klein ist, $gvdt^2 = ds = Dd$. Jeder Punkt des Aequators, also auch D, geht in einer Stunde durch 15 Grade, oder durch $\frac{1}{24}ap$, weil der ganze Umfang des Aequators, nach unsrer Bezeichnungsart $= ap$ ist, und wir hier, bey so sehr kleinen Bewegungen eine Stunde zur Einheit annehmen können. Ist also D in der Zeit dt durch den Bogen FD gegangen, so wird $FD = \frac{1}{24}apdt$. Es verhält sich aber, da bey D ein rechter Winkel ist, in dem unendlich kleinen Dreyecke FDd, welches man als geradlinicht ansehn kann, $Fd : Dd = 1 : \sin. DFd$. Und da $FD = Fd$ ist, so wird $\sin. DFd = \frac{Dd}{FD} = \frac{24gvdt}{ap}$.

Ferner ist F die gleichförmige Kraft der Sonne in der Entfernung der Erde, die wir $= 1$ angenommen haben. Ist also S der Raum, durch welchen die Erde in einer Stunde gegen die Sonne fallen würde, wenn sie ruhte, so wird $gF = S$ und daher $\sin. DFd = \frac{9S(a^2 - c^2).\sin. 2r.dt}{a^2p}$.

Es ist aber bey der Erde höchst wahrscheinlich, wie

Sie in der Folge sehen werden $a : c = 178 : 177$, also $\frac{a^2 - c^2}{a^2} = 1 - \left(\frac{c}{a}\right)^2 = 0{,}011205$. Also wird $\sin. DFd = \frac{S . \sin. 2r . dt}{p} . 0{,}100845$.

Wenn also nach der Zeit dt der Aequator der Erde die Lage $FdGH$ hat, so sind die Nachtgleichen um den Winkel BCG zurückgegangen. Ist nun der Bogen BH auf FH senkrecht, so hat man in den beiden rechtwinklichten Dreyecken FBH und GBH, wenn man die Neigung der Ekliptik FBG oder $FGE = BGH$, m nennt, $1 : \sin. FB = \sin. BFH : \sin. BH$ und $\sin. GB : 1 = \sin. BH : \sin. m$ (12. Brief Anmerk.), also $\sin. GB : \sin. FB = \sin. BFH : \sin. m$. Daher wird $\sin. GB$ oder, welches einerley ist, $\sin. GCB = \frac{\sin. FB . \sin. DFd}{\sin. m}$. Es ist aber $FB = DB$ und AD macht mit DB $180°$. Beide Bogen haben also einerley Sinus. Daher wird $\sin. GCB = \frac{\sin. AD . \sin. DFd}{\sin. m} = \frac{S \sin. 2r . \sin. AD}{p . \sin. m} dt$. $0{,}100845$.

Da wir hier die Erde außer ihrer Drehung als unbewegt ansehn, so müssen wir, anstatt ihres Laufs, den scheinbaren Lauf der Sonne setzen. Gesetzt also, der Weg der Sonne AE, von dem Nachtgleichenpunkte A an gerechnet, sey $= x$, und e der Weg in einer Stunde, die wir hier als die Einheit der Zeit ansehn, so wird $e : 1 = dx : dt$, und $dt = \frac{dx}{e}$. Ferner ist $\sin. AE : \sin. AD = \cos. DE : \cos. DAE$ (12. Brief. Anm.), oder $\sin. x : \sin.$

$AD = \cos. r : \cos. m$, also $\sin. AD = \frac{\sin. x . \cos. m}{\cos. r}$. Da nun auch $1 : \sin. AE = \sin. DAE : \sin. DE$, oder $1 : \sin. x = \sin. m : \sin. r$ ist, so wird $\sin. r = \sin. x . \sin. m$, und $\frac{\sin. AD . \sin. 2r}{\sin. m} = \frac{2 . \sin. x . \cos. m . \sin. r}{\sin. m} = 2 \cos. m (\sin. x)^2$ weil $\sin. 2r = 2 \sin. r . \cos. r$ ist. Folglich ist $\sin. GCB = \frac{2 S . \cos. m (\sin. x)^2 dx}{pe} . 0,100845$.

Es ist aber $\sin. x dx = - d (\cos. x)$ (III. Einl. 243) und CN (Fig. 145) $= \cos. x$, NM $= \sin. x$, wenn der Bogen EM $= x$, und CM $=$ CE $= 1$ ist. Daher ist das Rechteck MNmn $= \sin. x . d (\cos. x)$. Das Integral also von $- \sin. x . d (\cos. x)$ oder von $(\sin. x)^2 dx$ ist, der Raum EMN, weil EN $= 1 - \cos. x$, also Nn, als das Differenzial von EN, negativ wird. Ist also x dem ganzen Umkreise 2p des Kreis ABDEA gleich, dessen Durchmesser $= 2$ ist (und dieser Fall findet nach dem Verlaufe eines ganzen Jahres Statt, da die Sonne wieder in denselben Nachtgleichenpunkt zurückkehrt, von dem sie ausgegegangen war), so wird unser Integral $= p$. Es ist also der Sinus des Winkels, um welchen die Nachtgleichen, durch die Wirkung der Sonne, in einem Jahre zurückgehn müssen, oder $\sin. A = \frac{2 S . \cos. m . 0,100845}{e} = \frac{0,184915 S}{e}$, weil $\cos. m = 0,916828$ ist.

Ist nun ADFA die Bahn der Erde, (Fig. 34) und AD der Bogen, den sie in einer Stunde durchläuft, AB aber die Tangente an A, und C der Mit-

telpunkt, so kann man die Linie CB als parallel mit CA ansehn, weil AD sehr klein ist. Wenn daher ED mit AB parallel und AF ein Durchmesser ist, so wird $AE . EF = ED^2$. Man kann aber $BD = AE$ als den Raum S ansehn, durch welchen die Erde in einer Stunde gegen die Sonne fällt, und der Bogen e oder AD ist von seinem Sinus ED fast gar nicht verschieden, $AF = EF$ aber haben wir $= 2$ angenommen. Also wird $e : S = 2 : e$ und $\frac{S}{e} = \frac{1}{2} e = 73{,}9''$, weil die Erde ins Mittel in einer Stunde durch 2 Minuten 27,8 Sek. oder durch 147,8 Sek. geht. Da sich nun kleine Winkel verhalten, wie ihre Sinus, so ist $A = 0{,}184915 . 73{,}9'' = 13{,}66.''$ So viel trägt die Sonne zum jährlichen Rückgehn der Nachtgleichenpunkte bey. In Ansehung des Mondes sieht man aus dem Anfange dieser Anmerkung, wenn seine Entfernung von der Erde $= m$, seine Ziehkraft aber, in der Entfernung $1, = f$ ist, daß die Kraft, womit er die Theilchen der Erde stärker oder schwächer anzieht als ihren Mittelpunkt, sich wie $\frac{f}{m^3}$, also zu der ähnlichen Kraft der Sonne gerade wie seine Masse und umgekehrt wie der Würfel seiner Entfernung von der Erde verhält. Nun ist die Sonne 400 Mal weiter von der Erde als der Mond, ihre Masse aber 24152170 Mal größer, wenn man die Masse des Mondes $= \frac{1}{70}$ der Erdmasse setzt. (38. Brief). Also wirkt der Mond 2,65 Mal stärker als die Sonne, und treibt die Nachtgleichenpunkte um $36{,}2''$ jährlich zurück, welches mit der Erfahrung aufs genaueste übereinstimmt.

Fünf und vierzigster Brief.

Lassen Sie uns nunmehr zu dem Falle schwerer Körper auf geneigten Ebnen zurückkehren, nachdem wir die Bewegungen durch Zentralkräfte hinlänglich untersucht haben. Wenn ein schwerer Punkt bloß durch sein Gewicht auf mehreren an einander gefügten Ebnen AB, BC, CD (Fig. 49) herunterrollt, und wir nehmen indessen an, daß er durch die Veränderung seiner Richtung in den Ecken B, C, nichts von seiner Geschwindigkeit verliert, so sehen Sie leicht, daß er sich im Heruntersteigen völlig eben so verhalten muß, als wenn er auf einer einzigen Ebne herabrollte, es mögen so viele Ebnen zusammengefügt seyn als man immer will. Denn ziehn Sie durch A die Horizontallinie FI, verlängern Sie alle Ebnen bis an sie, in E, F u. s. w. und lassen Sie aus ihr die vertikalen Linien HB, GC, IL auf die Ebnen herab; so begreifen Sie sogleich, daß der aus der Ruhe aus A herabrollende Punkt, wenn er in B ankommt, die zu der Höhe HB gehörige Geschwindigkeit hat. Wird nun hier seine Richtung, ohne den geringsten Verlust seiner Geschwindigkeit, nach BC verändert, so verhält er sich in B, auf dem Anfangspunkte der Ebne BC, völlig eben so als wenn er aus EB heruntergefallen wäre. Er geht also durch BC auch eben so, und hat in C die der Höhe GC gehörige Geschwindigkeit. Eben so fährt er, wenn er in C keinen Verlust leidet, fort, auf CL herabzurollen, und hat in L die Geschwindigkeit der Höhe IL u. s. w.*)

*) Man sehe den zwey und dreyßigsten Brief.

Die Bedingung, daß durch die Veränderung der Richtung keine Bewegung verloren geht, läßt sich nun freylich bey geneigten Ebnen von einer beträchtlichen Größe, die unter ansehnlichen Winkeln zusammengefügt sind, nicht annehmen; allein sie findet bey krummen Flächen ohne Ausnahme Statt, die man als Systeme unendlich kleiner unter unendlich kleinen Winkeln an einander gefügter Ebnen ansehn kann. *) Hier geht durch die allmähliche Veränderung der Richtung von der Bewegung nicht das geringste verloren, wenn sie gleich noch so lange dauert, und es folgt hieraus, wenn AC eine vertikale, steife, krumme Linie ohne alle Reibung, AB aber eine horizontale Linie ist, in welcher E liegt, daß ein schwerer Punkt, der aus A bloß durch sein Gewicht auf der erstern herabrollt, in jedem Orte D eine Geschwindigkeit haben muß, welche der Höhe DE zukommt.

Eben so wird ein schwerer Punkt, der aus dem Punkte D (Fig. 74) auf der geneigten Ebne DC, nach der Richtung DC, mit einer der Höhe GD zukommenden Geschwindigkeit in die Höhe gestoßen wird, durch das System geneigter Ebnen DC, CB, BA, bis zu der durch G gehenden horizontalen Linie AG, mit verzögerter Bewegung, aufsteigen, wenn er weder in den Ecken C, B durch die Veränderung seiner Richtung, noch sonst durch irgend einen Widerstand etwas von seiner Bewegung verliert. Denn wenn Sie die Ebnen BC, AB bis auf die Horizontallinie DI verlängern, so sehen Sie leicht, daß der Punkt in C die zu der Höhe FC gehörige Geschwindigkeit hat.

*) Man sehe den fünf und dreyßigsten Brief.

hat. *) Wird also hier seine Richtung, ohne einigen Verlust seiner Bewegung, verändert, so hat er, wenn er in B ankommt, dieselbe der Höhe E B zukommende Geschwindigkeit, die er haben würde, wenn er aus H mit derselben anfänglichen Geschwindigkeit, nach der Richtung HB, geradezu bis in B aufgestiegen wäre. Eben so geht er durch BA, als wenn er gerade aus F käme, und hat daher in jedem Orte N, während seines Aufsteigens, die der Höhe MN zugehörige Geschwindigkeit.

Wenn also ACD (Fig. 75) irgend eine krumme steife Linie ohne Reibung in einer vertikalen Ebne, und DA horizontal ist, so rollt ein schwerer Punkt, den man in A auf sie legt, durch sein Gewicht bis zum tiefsten Punkte C herab, und hat daselbst eine zur Höhe BC gehörige Geschwindigkeit nebst einer horizontalen Richtung. Er fängt also mit dieser Richtung und Geschwindigkeit an, durch CFD aufzusteigen, bis er wieder in dieselbe horizontallinie DA kommt, aus welcher er gefallen ist. An jedem Orte F hat er die zu der Höhe EF gehörige Geschwindigkeit, und geht, nachdem in D seine ganze Bewegung durch das Aufsteigen vernichtet worden ist, aus D durch sein Gewicht wieder nach C zurück. Von da steigt er nach A, um seine Schwingung (oscillatio) denn so nennt man diese Bewegung, wieder von vorn anzufangen. So würde eine kleine glatte Kugel auf einer krummen glatten Fläche ohne Ende fort immer hin und her rollen, wenn nicht die Reibung und der Widerstand der Luft ihre Bewegung immer mehr schwächen und zuletzt ganz vernichten möchte.

*) Man sehe den vier und dreyßigsten Brief.

Sie steigt daher, wenn man sie aus A laufen läßt, nicht völlig bis D. Bey der Rückkehr bleibt sie von A noch weiter entfernt als vorher von D. Jede ihrer Schwingungen, das heißt: jeder Hingang aus A nach D, oder auch jeder Rückgang aus D nach A, ist immer kleiner als der vorhergehende; und so hört zuletzt ihre ganze Bewegung auf, indem sie in C ruhig liegen bleibt.

Es ist wohl keine Bewegung auf der Erde, die auf eine immerwährende Dauer mehreren Anspruch machen könnte als die Schwingung. Körper, welche sich hin und her schwingen, leiden oft nur eine ungemein geringe Reibung, und die Luft widersteht ihnen auch nur sehr wenig, besonders wenn sie sich langsam schwingen. Dennoch hört ihre Bewegung allemal zuletzt gänzlich auf. Wie viel mehr muß dieses nicht bey Maschinen Statt finden, wo die Reibung sehr viel größer ist. Daher müssen wir ihre Bewegungen durch das Aufziehn ihrer Gewichte oder Federn von Zeit zu Zeit erneuern, oder es müssen sonst andre äußerliche Ursachen ihre Theile ziehn oder forttreiben. Eine Maschine also, die dergleichen äußerliche Ursachen gar nicht nöthig hat, sondern durch ihre innern Kräfte, wenn sie einmal in Gang gebracht worden ist, ohne Aufhören fortgeht, mit einem Worte: ein Perpetuum mobile, ist ein Unding.

Unter den krummen Linien, auf welchen, wenn sie in einer lothrechten Ebne liegen, ein schwerer Punkt durch sein eignes Gewicht sich hin und her schwingen kann, ist die Radlinie (Cyclois) vorzüglich merkwürdig. Sie hat ihren Namen daher, weil jeder Punkt A eines Rades (Fig. 71), welches auf einer Ebne AG fortgeht, indem es sich zugleich um seine Axe dreht, diese Linie beschreibt. Stellen

Sie sich einen Kreis vor, den man den erzeugenden (circulus generator) nennt, der sich auf der geraden Linie AG immer so fortwälzt, daß jeder Punkt seines Umfanges A sich eben so geschwinde rückwärts dreht, als sein Mittelpunkt vorwärts fortgeht, so muß z. B. das Stück AD jener geraden Linie, welche man die Grundlinie nennt, dem Bogen DB gleich seyn, wenn der Mittelpunkt C des Kreises durch CO = AD gegangen ist, und der Punkt A sich zugleich durch DB gedreht hat, also sich in B befindet, wenn C in O ist. Sieht man nun A als den beschreibenden Punkt an, so liegen die Punkte A und B in der Radlinie. Hat A seinen halben Umlauf vollendet, und befindet sich dieser Punkt also in E, so, daß EF auf AG senkrecht ist, so ist AF dem halben Umfange des Kreises gleich und ABE die halbe Radlinie. Kommt aber der beschreibende Punkt, nach einer ganzen Umwälzung, in G, wieder in die Linie AG, so ist AG dem ganzen Umfange des erzeugenden Kreises gleich, und AEG eine ganze Radlinie. Ihre Axe ist die in der Mitte der Grundlinie auf diese senkrechte EF. [1]

Ist also (Fig. 155) FG die Grundlinie, BA die Axe und BMAB der erzeugende Kreis der Radlinie FAG, so sehen Sie leicht, wenn Sie aus irgend einem Punkte M des Umkreises eine gerade Linie mit FG parallel ziehn, bis sie der Radlinie in D begegnet, daß diese Linie MD dem Kreisbogen AM gleich seyn müsse. Denn machen Sie DV = MP, ziehn Sie DS und VH mit AB parallel, und verlängern Sie DM in P, so ist BS = PD. Es ist aber auch HS = VD = PM, weil die Kreise HD und BM einander gleich sind. Nehmen Sie also von BS die HS, und von PD die gleiche PM ab, so bleibt BH = MD. Es ist

aber FH dem Bogen HD oder BM und FB dem halben Umkreise, also BH dem Bogen AM gleich. Also ist auch MD diesem Bogen gleich.

Ziehn Sie an M und D Berührungslinien, welche die zu A gehörige Berührungslinie in E und T durchschneiden, so ist allemal bey einem jeden Kreise AE = EM. Ist nun die Linie dmp der DMP parallel und nahe, Mm ein Theil der Tangente ME, und AM auf die Linie PD in o verlängert, so wird, wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke mEA, mMo, Mo = Mm. Setzen wir also DP und dp seyn einander unendlich nahe, so ist Mm als ein unendlich kleiner Theil des Bogens AmM anzusehn, und diese Mm ist der Unterschied zwischen den beiden Kreisbogen AmM und Am. Da nun Mo = Mm, und DM dem Bogen AmM, dm aber dem Bogen Am gleich ist, so ist Mo der Unterschied zwischen MD und md, also Do = dm und om oder Am mit der Tangente DT parallel. Wenn also irgend zwey Punkte, wie D und M, beide in einer mit FG parallelen Linie liegen, so ist die zu dem einem Punkte gehörige Tangente der Radlinie, wie DT, der zum andern Punkte des erzeugenden Kreises, aus dem untersten Punkte der Axe A gezognen Sehne AM parallel. Denn da AM und Am einander unendlich nahe sind, so sehen Sie leicht, daß beide parallel unter sich angesehen werden müssen.

Aus diesem Satze folgt sogleich ein andrer sehr merkwürdiger Satz, den zuerst Huygens, so wie viele andre Eigenschaften entdeckt hat, durch welche sich die Radlinie vor andern krummen Linien auszeichnet. Befindet sich nämlich eine steife Radlinie FAG in einer lothrechten Ebne, und man legt irgendwo in F oder D einen schweren Punkt auf sie, und dieser schwingt sich auf ihr ohne alle Reibung:

und ohne irgend einen andern äußerlichen Widerstand, so vollbringt er eine jede seiner Schwingungen in einer Zeit, die sich zu der Zeit des freyen Falles durch die Axe B A, wie der Umfang eines Kreises zu seinem Durchmesser, oder wie p : 1 verhält.[a]

Da es ganz gleichgültig ist, ob man den schweren Körper in dem höchsten oder in irgend einem andern Punkte der Radlinie auf sie legt, und die Zeit seiner Schwingung dennoch allemal die angegebne Größe hat, so sehen Sie augenscheinlich, daß alle dergleichen Schwingungen, sie mögen größer oder kleiner seyn, immer in völlig gleichen Zeiten geschehn, indem der Körper, welcher größre Schwingungen macht, durch eine größre Höhe fällt, also auch mehrere Geschwindigkeit hat, und deßhalb auch einen größern Raum in eben derselben Zeit durchläuft als ein andrer, dessen Schwingungen kleiner sind. Daher nennt man auch die Radlinie die gleichzeitige Linie (linea isochrona, tautochrona). Sie verhält sich auf eine ähnliche Art, wie der Kreis, durch dessen geneigte Sehnen ein schwerer Punkt auch immer in gleicher Zeit herabläuft, sie mögen länger oder kürzer seyn. (32. Brief)

Ziehn Sie M e senkrecht auf m o, so wird m e = e o. Da nun m e der Unterschied zwischen den Sehnen A m und A M, und m o = d D der Unterschied zwischen den Bogen A d D und A d, der leztre Unterschied aber allemal doppelt so groß ist als der erstre; so folgt, daß auch der Bogen A d D doppelt so groß ist als die Sehne A M, und daß also die halbe Radlinie A D F = 2 A B ist.

Wenn also (Fig. 78) A G F eine halbe steife Radlinie, A H = F C ihre Axe, und H F = A C ihre halbe Grundlinie ist, so stellen Sie sich eine der A G F gleiche, völlig biegsame, geometrische Linie

in F befestigt, und bis in A um sie gelegt vor, die hierauf nach und nach von AGF abgezogen, zugleich aber immer gespannt wird, und Sie sehen leicht, daß das Ende dieser Linie einen Bogen AED beschreiben muß. Dieser aber wird eine der AGF ähnliche halbe Radlinie seyn. Denn gesetzt, Sie haben die biegsame Linie bereits bis an irgend einen Punkt G von der AGF abgezogen, so, daß ihr gerader gespannter Theil die Lage GE hat, so ist GE die Berührungslinie der Radlinie an G. Gesetzt, sie schneide die AC in N, HKA sey der halbe erzeugende, und über der verlängerten FC, CLD ein ihm gleicher halber Kreis, IKG aber mit HF parallel, und CM = AI; so ist erstlich die Sehne AK, folglich auch, wenn man ML mit IK parallel zieht, die Sehne CL parallel mit GE. Ferner ist GNE dem Bogen GA gleich, also doppelt so groß als AK oder CL. Da nun GN = AK ist, so muß auch EN = AK = CL, folglich ELM mit AC parallel seyn. Nun ist KG oder AN dem Bogen AK oder CL, und AC dem halben Umkreise AKH oder CLD, also NC = EL dem Bogen LD gleich. Also ist AED offenbar eine halbe Radlinie, deren erzeugender Kreis CLD, die also der AGF ähnlich und gleich ist.[3]

Sind also an der lothrechten Linie FD zwey halbe ähnliche und gleiche steife Radlinien AGF und BF lothrecht an einander gesetzt, zwischen ihnen aber befindet sich eine völlig biegsame, geometrische, unten bey E mit einem schweren Punkte belastete Linie, in F befestigt, so muß diese, wenn man sie anstößt, sich immer in gleichen Zeiten hin und her schwingen, indem ihr schwerer Punkt eine Radlinie AEDB beschreibt, die den Radlinien AGF und BF ähnlich und gleich ist.

Anmerkungen.

1. Man nennt die Radlinie, von welcher hier die Rede ist, die **gemeine** (Cycloïs ordinaria). Denn man kann sich auch vorstellen, daß sich ein Rad auf einer krummen Fläche fortwälzt. Daraus entstehn andre Arten der Radlinien, unter welchen die Epizykloiden die bekanntesten sind. Sie werden erzeugt, wenn ein Kreis sich von außen auf einem andern Kreise fortwälzt. Die Brennlinien der sphärischen Hohlspiegel sind dergleichen Linien, und die Zähne der Mühlräder müssen epizykloidisch gekrümmt seyn, wenn sie gut seyn sollen.

2. Es sey die Axe AB der Radlinie FAG (Fig. 155) $= a$, und irgendwo in K werde ein schwerer Punkt auf die Radlinie gelegt. Man ziehe IK wagrecht und parallel mit BG auf die lothrechte Axe AB, und beschreibe über dem Durchmesser AI $= 2r$ den halben Kreis IRA. Es sey ferner $IP = x$ und PN, nebst der ihr unendlich nahen pn mit BG parallel, davon die erstre den Kreis ARI in R, und den Kreis AQB in Q durchschneidet; so ist $AP = 2r - x$, und $PR^2 = IP.AP$ also, wenn PR y heißt, $y^2 = 2rx - x^2$ und $ydy = rdx - xdx$ und $\frac{(r-x)\,dx}{\sqrt{(2rx - x^2)}} = dy$.

Es ist aber das Quadrat des unendlich kleinen Bogens $Rr = dy^2 + dx^2$. Also wird $Rr^2 = \frac{(r^2 - 2rx + x^2 + 2rx - x^2)\,dx^2}{2rx - x^2}$ und $Rr = \frac{rdx}{\sqrt{(2rx - x^2)}}$.

Wenn der Punkt aus K in N ankommt, so gehört seine Geschwindigkeit c zu der Höhe $IP = x$.

Sie ist also $= 2\sqrt{gx}$. Ist nun die Zeit einer ganzen Schwingung $= t$, so wird die Zeit dt, da der Punkt durch Nn geht, $= \frac{Nn}{2\sqrt{gx}}$, weil man hier seine Bewegung als gleichförmig ansehn kann. Es ist aber, wenn qn senkrecht auf PN ist: $Nn : nq = AQ : AP$, und $AQ : AP$, weil BQA ein rechter Winkel ist, wie $BA : AQ$. Also ist auch $BA^2 : AP . BA = AQ^2 : AP^2$ und $AQ : AP = \sqrt{BA} : \sqrt{AP} = Nn : nq$; folglich $Nn = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{(2r-x)}}$, weil $nq = Pp = dx$ ist. Daher wird $dt = \frac{dx\sqrt{a}}{2\sqrt{g(2rx-x^2)}} = \frac{Rr\sqrt{a}}{2r\sqrt{g}}$. Kommt nun der Punkt von K bis A, so ist das Integral von $Rr = IRA = pr$, und die Zeit ist alsdann $= \frac{1}{2}t$. Es ist also $\frac{1}{2}t = \frac{pr\sqrt{a}}{2r\sqrt{g}}$ und $t = \frac{p\sqrt{a}}{\sqrt{g}}$. Nennt man nun die Zeit des freyen Falles durch a, $= BA$, T, so wird $g : a = 1 : T^2$ und $T = \sqrt{\frac{a}{g}}$. Es ist demnach $t = pT$, oder die Zeit einer Schwingung, der Ort K mag liegen wo man will, ist zu der Zeit des freyen Falles durch BA, wie $p : 1$.

3. Man nennt solche Linien, aus denen durch die Abziehung eines Fadens andere Linien erzeugt werden, die Evoluten der letztern Linien. So ist die Evolute der Radlinie auch eine Radlinie.

Sechs und vierzigster Brief.

Sie begreifen leicht, daß ein schwerer Punkt sich bloß durch seine eigne Schwere schwingt, er mag nun an einem völlig biegsamen immateriellen Faden hängen und eine gewisse krumme Linie beschreiben, nachdem man ihn aufgehoben hat und hernach fallen läßt, oder er mag auf einer ähnlichen und gleichen steifen krummen Linie hin und her laufen. Denn in beiden Fällen wird seine Richtung allmählich, ohne den geringsten Verlust seiner Geschwindigkeit, geändert, und es ist, außer seinem eignen Gewichte, weiter nichts da, was in seine Bewegung einigen Einfluß haben könnte. Der Faden thut durch den Zusammenhang seiner Theile eben dasselbe, was die steife Linie durch ihren Widerstand bewirkt, und er wirkt auch nach einerley Richtung, wenn der schwere Punkt in beiden Fällen einerley Linie durchläuft.

Ein jeder schwerer Körper, der an einem Faden oder an einem Drathe oder an einer Stange von einem festen Punkte herabhängt, so, daß er durch sein Gewicht sich um ihn schwingen kann, heißt ein Pendel. Da dergleichen Schwingungen vorzüglich geschickt sind, die Zeit zu theilen und zu messen, so verdienen sie eine umständlichere Untersuchung und Berechnung. Man stellt sich Anfangs, so wie wir bisher gethan haben, bloß einen einzigen schweren Punkt an dem einen Ende einer geometrischen Linie vor, deren andrer Endpunkt fest ist. Dieses Pendel nennt man ein einfaches, und die Entfernung seines schweren Punktes von dem festen Aufhängepunkte macht seine Länge aus.

Es ist freylich bloß im Verstande und nicht in der Natur möglich; aber man muß nothwendig bey ihm anfangen, wenn man sich von der Bewegung der wirklichen Pendel deutliche Begriffe machen will. Indessen kann man es dennoch auch den Sinnen einigermaßen darstellen, wenn man an einen sehr feinen und sehr leichten Faden eine kleine Kugel von Bley bindet, und sie so an einem festen Punkte aufhängt. Denn da das Gewicht eines solchen Fadens, in Ansehung des Gewichts der Kugel, ganz unbeträchtlich ist, so kann es auf die Bewegung der letztern auch keinen beträchtlichen Einfluß haben. Und eben so kann man die kleine Kugel, oder vielmehr ihren Mittelpunkt, besonders wenn der Faden lang ist, ohne sonderlichen Irrthum, als den schweren Punkt dieses einfachen physischen Pendels ansehn.

Wenn ein einfaches Pendel FD (Fig. 78) in F aufgehangen ist, und um D herum nur sehr kleine Schwingungen macht, so sehen Sie leicht, daß es sich auf einerley Art schwingt, es mag nun zwischen den steifen Radlinien AGF, BF hängen, oder sich ganz frey bewegen. In der That hat die Radlinie AEDB bey D einerley Krümmung mit einem Kreise, dessen Halbmesser FD ist [1]; und es schwingt sich daher das Pendel in diesem Kreise eben so, als in der Radlinie um D. Man kann deßhalb sagen, daß alle sehr kleine Schwingungen eines einfachen Pendels, sie mögen etwas größer oder etwas kleiner seyn, gleichzeitig oder isochron sind, und daß die Zeit einer jeden unendlich kleinen Schwingung sich zu der Zeit des freyen Falles durch die halbe Pendellänge verhält, wie der Umfang eines Kreises zu seinem Durchmesser. Denn Sie begreifen leicht,

daß der Durchmesser AH oder CD des erzeugenden Kreises der halben Länge des einfachen Pendels gleich ist, weil diese durch die Entfernung FD des schweren Punkts D von dem Aushängepunkte F gemessen wird.

Aus diesem Satze fließen verschiedne sehr wichtige Folgerungen. Die erste ist: daß man die Zeit am besten durch die sehr kleinen Schwingungen eines Pendels in gleiche Theile theilen kann. Denn wenn gleich die schon an sich sehr kleinen Schwingungen des Pendels durch die Reibung und den Widerstand der Luft immer noch mehr verkleinert werden, so bleiben sie dennoch immer gleichzeitig, so lange bis sie zuletzt ganz aufhören, wenn sonst nur das Pendel immer von gleicher Länge bleibt.

Zweytens verhalten sich die Zeiten unendlich kleiner Schwingungen allemal wie die Quadratwurzeln der Längen einfacher Pendel. Denn sie verhalten sich bey jeden zweyen einfachen Pendeln, wie die Zeiten des freyen Falles durch die halben Pendellängen. Die Quadrate aber der Zeiten des freyen Falles verhalten sich wie die Höhen, das ist: wie die halben oder ganzen Pendellängen; also die Zeiten selbst wie die Quadratwurzeln dieser Längen. Haben Sie z. B. gefunden, daß bey Ihnen ein einfaches Pendel von der Länge L genau in einer Sekunde eine ganze unendlich kleine Schwingung macht, und ein solches nennt man ein Sekundenpendel, so können Sie versichert seyn, daß ein einfaches Pendel von der Länge 4 L in 2 Sekunden, eins von der Länge 9 L in 3 Sekunden u. s. w. sich einmal schwingen wird. Dagegen muß die ganze Schwingung eines Pendels von $\frac{1}{4}$ L Länge nur $\frac{1}{2}$ Sekunde, eines andern von $\frac{1}{9}$ L Länge nur $\frac{1}{3}$ Sekunde u. s. w. dauern, weil die Quadrat-

wurzeln von 4, 9 u. s. w. 2, 3, und von $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ sind.

Drittens bleibt die Dauer der Schwingungen eines einfachen Pendels im leeren Raume immer einerley, es mag der schwere Punkt desselben dicht oder locker seyn, und viele oder wenige Masse haben. Denn alle Körper, dichte oder lockre, große und kleine, fallen im leeren Raume mit gleicher Geschwindigkeit, sowohl lothrecht und frey, als auch auf geneigten Ebnen, herunter. Also schwingen sich auch alle einfache Pendel von gleicher Länge im leeren Raume gleich geschwinde, ihre schweren Punkte mögen nun viele oder wenige Masse enthalten. Aber in der Luft oder einer andern flüssigen Materie sind die Schwingungen dichter Pendel geschwinder als lockrer von gleicher Länge. Denn dichte Körper fallen in der Luft überhaupt schneller, als lockre, unter übrigens gleichen Umständen. Sie verlieren in ihr, nach Verhältniß ihrer Masse, weniger von ihrem Gewichte als diese, und bewegen sich daher in ihr auch geschwinder, selbst alsdann, wenn ihre Geschwindigkeit nur geringe, und der aus ihr entspringende Widerstand der Luft unbeträchtlich ist.

Hieraus folgt viertens, wenn an zweyen verschiednen Oertern der Erde einfache Pendel von gleicher Länge im leeren Raume sich nicht gleich geschwinde schwingen, daß an diesen Oertern auch die Elementarkräfte der Schwere einander nicht gleich seyn können. Denn da diese Kräfte allenthalben auf der Erde gleichförmig sind, so verhalten sie sich auch allezeit wie die durch sie in einer Sekunde erzeugten Geschwindigkeiten. Diese aber werden durch die Räume ausgedrückt, welche mit den hervorgebrachten Geschwindigkeiten in einer Sekunde gleichförmig durchlaufen werden können. Da nun

jene Räume doppelt so groß sind, als die, durch welche die schweren Körper in einer Sekunde fallen, so verhalten sich die Elementarkräfte der Schwere, wie die Höhen des Falles in einer Sekunde, oder überhaupt in einer gleichen Zeit; also auch wie die halben Längen der Sekundenpendel. Man kann daher sicher schließen, wenn ein einfaches Pendel, welches an einem Orte Sekunden schlägt, verkürzt oder verlängert werden muß, sobald man es an einen andern Ort bringt, um dort ebenfalls Sekunden zu schlagen, daß an dem letztern Orte die Elementarkraft der Schwere kleiner oder größer ist als an dem erstern, und zwar in demselben Verhältnisse, in welchem das Pendel verkürzt oder verlängert worden ist.

Man kann daher durch Hülfe der Pendel die Größe der Schwere an jedem Orte der Erde genauer als auf irgend eine andre Art bestimmen. Man kann aus der gefundnen Länge eines Sekundenpendels an einem gewissen Orte leicht berechnen, wie tief daselbst ein schwerer Körper in einer Sekunde fällt. Jedoch erfordert diese Länge eine Verbesserung wegen der Luft. Denn obgleich der Widerstand derselben, wegen der sehr langsamen Bewegung eines solchen nur ungemein kleine Schwingungen machenden Pendels, ganz unmerklich ist, so verliert dennoch das Pendel allemal einen gewissen Theil seines Gewichts in der Luft, eben so, als wenn selbst die Elementarkraft der Schwere in demselben Verhältnisse vermindert worden wäre. Man muß daher die beobachtete Länge des Sekundenpendels dadurch auf den leeren Raum zurückbringen, daß man sie in demselben Verhältnisse vergrößert, als das Gewicht des sich schwingenden metallnen Körpers des einfachen physischen

Pendels durch die Luft vermindert worden ist. Eine kupferne kleine Kugel z. B. die an einem sehr dünnen Faden hängt, verliert in der Luft etwa $\frac{1}{7000}$ ihrer Schwere, weil das Kupfer ungefähr 7000 Mal eigenthümlich schwerer ist als die untre Luft, die uns umgiebt. Daher muß man auch die beobachtete Länge eines solchen Sekundenpendels um $\frac{1}{7000}$ vermehren, welches ungefähr 0,063 pariser Linien ausmacht, da das einfache Sekundenpendel ins Mittel 440 par. Linien lang ist. Unter der Linie hält das einfache Sekundenpendel, nach dem Bougver, bey einer Wärme von etwa 14 Französischen Graden, an 439,145 par. Linien. Da sein physisches einfaches Pendel von Kupfer war, so muß man es um 0,063 Linien verlängern. Es würde also im leeren Raume 439,208 oder kürzer 439,21 par. Linien lang gewesen seyn; woraus man leicht findet, daß unter der Linie ein schwerer Körper im leeren Raume, in einer Sekunde, durch 15,051 par. Fuß fällt. [2]

Ein zusammengesetztes Pendel ist ein System von schweren Punkten, die unter sich, und mit einem gemeinschaftlichen Aufhängepunkte, um welchen sie sich zugleich schwingen, durch steife Linien fest verbunden sind. Alle wirkliche Pendel sind zusammengesetzt und nicht einfach. Denn sie sind Körper, die aus unzählig vielen schweren Punkten bestehn, welche sich alle zugleich um einen gemeinschaftlichen Aufhängepunkt schwingen. Sie sind steife und feste Körper, deren Theilchen ihre Entfernungen von einander, während der Bewegung, nicht ändern. Man kann also diese als einzelne schwere Punkte betrachten, die unter sich und mit dem Aufhängepunkte durch steife Linien ohne Schwere fest verbunden sind. Sie sehen hieraus, daß man die Lehre von der Bewegung der Pendel auf die Natur nicht gehörig anwenden

kann, wenn man von der Beschaffenheit der zusammengesetzten Pendel keine Kenntnisse hat.

Stellen Sie sich an der geraden steifen geometrischen Linie CB (Fig. 77), welche um den Punkt C beweglich ist, zwey schwere Punkte A und B befestigt vor, und Sie sehen leicht, daß diese beiden Punkte, wenn sich das Pendel schwingt, beständig auf einander wirken müssen. Denn dieses Pendel besteht gleichsam aus zweyen vereinigten einfachen Pendeln CA und CB, welche auf einander liegen. Jenes würde sich, wenn es von dem andern abgesondert wäre, geschwinder, dieses langsamer, schwingen. Da aber beide verbunden sind, müssen sie sich zugleich schwingen. Der Punkt A muß also seine Schwingungen langsamer, und der Punkt B muß sie geschwinder machen; jener muß von diesem beständig verzögert, dieser aber von jenem beständig beschleunigt werden. Es muß also zwischen beiden Punkten A und B irgendwo ein Punkt O seyn, der weder beschleunigt noch verzögert wird, sondern sich eben so geschwinde schwingt, als wenn er ganz allein schwer wäre. Diesen Punkt nennt man den **Mittelpunkt der Schwingung**, (centrum oscillationis) und seine Entfernung von C ist die eigentliche Länge des zusammengesetzten Pendels. Denn ein einfaches Pendel von der Länge CO schwingt sich nothwendig vollkommen eben so und in derselben Zeit, als das zusammengesetzte Pendel CB. Jedes zusammengesetzte Pendel hat einen Mittelpunkt der Schwingung, weil es immer ein einfaches Pendel giebt, welches sich eben so geschwinde schwingt als jenes. Trägt man aber die Länge dieses einfachen Pendels aus dem Aufhängepunkt auf das zusammengesetzte Pendel, so giebt das Ende derselben den Mittelpunkt der Schwingung des letztern.

Anmerkungen.

1. Die Radlinie hat, so wie jede andre krumme Linie, an jedem Punkte E (Fig. 78) einen gewissen Halbmesser der Krümmung, und man kann jeden unendlich kleinen Bogen Ee als einen mit jenem Halbmesser beschriebnen Kreisbogen ansehn, weil dieser wirklich mit dem Bogen Ee drey Punkte gemein hat (36. Brief 3. Anmerk.). Nun ist die Tangente GE mit CL, und die Tangente der Radlinie bey E, mit LD, parallel. Da nun der Winkel CLD ein rechter ist, so ist auch GE auf die Radlinie ADB in E senkrecht. Eben so läßt sich zeigen, daß die unendlich nahe Tangente ge auf die Radlinie in e senkrecht ist. Und da dasselbe von jeder andern Tangente zwischen E und e gilt, alle diese Linien aber in dem Theilchen Gg zusammenlaufen, welches man, da es unendlich klein ist, als einen Punkt ansehen muß, so folgt, daß Ee einem aus dem Mittelpunkte G oder g, mit dem Halbmesser GE oder ge beschriebnen Kreisbogen gleich, und dieser der zu E oder e gehörige Halbmesser der Krümmung ist.

Zugleich sieht man hieraus deutlich, daß ein schwerer Punkt, der sich an dem Faden FD zwischen den beiden Radlinien AGF und BF schwingt, in jedem Punkte seiner Bahn ADB, von dem Faden senkrecht auf seine Richtung zurückgezogen wird, eben so wie er, wenn er ganz frey die steife ADB durchläuft, durch ihren Widerstand allenthalben senkrecht auf seine Richtung zurückgetrieben wird. Beide Arten der Schwingung sind demnach einander völlig ähnlich und gleich.

Der Halbmesser der Krümmung GE ist, in jedem Punkte der Radlinie E, der Sehne AK oder CL parallel, und doppelt so groß als sie. Also ist FD der

der zu D gehörige Halbmesser der Krümmung. Denn hier verwandelt sich jene Sehne in HI oder CD, und FD ist mit HI parallel und doppelt so groß, als HI oder CD.

2. Das Verhältniß des Umfanges eines Kreises zu seinem Durchmesser ist, wie 355 : 113, und die halbe Länge des Sekundenpendels unter der Linie beträgt 219,604 Linien oder 1,525 Fuß. Diese Höhe durchfällt also dort ein Körper in $\frac{113}{355}$ einer Sekunde. Da nun die Quadrate der Zeiten sich wie die Höhen des Falles verhalten, und das Quadrat von $\frac{355}{113}$, $\doteq$ 9,8696 ist, so muß man mit dieser Zahl die halbe Pendellänge vermehren, um die Höhe des Falls in 1 Sekunde zu erhalten. So sieht man, daß unter der Linie ein jeder Körper im leeren Raume, in einer Sekunde, durch 15,05114 Pariser Fuß fällt.

Sieben und vierzigster Brief.

Galilei war der erste, welcher die Schwingungen der Pendel mit Aufmerksamkeit untersuchte, und ihre Eigenschaften entdeckte. Eine von dem Gewölbe des Doms zu Pisa herabhängende Lampe, welche der Wind bewegte, als Galilei dem Gottesdienste beywohnte, gab ihm 1583 die erste Gelegenheit zu diesen Untersuchungen. Er bediente sich hierauf des Pendels zur Eintheilung der Zeit bey seinen astrono-

mischen Beobachtungen, und andre Sternkundige, so wie auch Hevel zu Danzig, folgten seinem Beyspiele. Zwar waren schon lange vor den Zeiten des Galilei die Uhren bekannt, aber sie hatten einen höchst ungleichförmigen Gang. Daher ließ man, wenn man kleine Zeiträume genau eintheilen wollte, aus einem Gefäße, welches immer voll erhalten wurde, durch eine kleine Oeffnung Wasser laufen, maß die herausgelaufnen Mengen genau, und theilte nach ihnen die Zeit ein, weil man annahm, daß das Wasser auf diese Art immer gleichförmig ausfließe. Galilei machte den Anfang, an dem Orte der Beobachtung ein physisches einfaches Pendel aufzuhängen, dessen Länge er genau gemessen hatte. Dieses wurde bey dem Anfange der Beobachtung angestoßen; man zählte seine Schwingungen laut, und erneuerte sie allenfalls durch einen neuen Stoß, wenn sie anfingen unmerklich zu werden. Da Galilei entdeckt hatte, daß kleine Schwingungen fast vollkommen gleichzeitig sind, und daß sich ihre Dauern wie die Quadratwurzeln der Pendellängen verhalten, so fand man in diesen Schwingungen das bequemste und zuverlässigste Mittel die Zeit der Beobachtung in gleiche Theile zu theilen.

Huygens brachte nachher dasjenige, was Galilei angefangen hatte, zur Vollkommenheit. Er entdeckte die Theorie der zusammengesetzten Pendel und verschiedne merkwürdige Eigenschaften der Radlinie. Endlich verband er das Pendel mit den Uhren, und verbesserte diese dadurch so sehr, daß man sich ihrer jetzt selbst bey den genauesten Beobachtungen bedienen kann. Es waren vorzüglich seine grossen mathematischen Kenntnisse, welche den Huygens in den Stand setzten, durch so wichtige Entdeckungen seinen Namen unsterblich zu machen.

Um aber die Natur des zusammengesetzten Pendels deutlicher zu erkennen, stellen Sie sich an einem Hebel CB (Fig. 156), der sich um C drehen läßt, zwey schwere Punkte A und B zugleich befestigt vor. Es würde jeder von ihnen, wenn er allein wäre, sich eben so zu bewegen anfangen, als wenn er auf einer geneigten auf CB senkrechten Ebne läge. Außer der Bewegung, welche der Hebel schon hat, indem er in CB ankommt, würde der Punkt A in der unendlich kleinen Zeit dt von der Schwere durch Aa, und zugleich B durch Bb, getrieben werden, Aa aber und Bb auf CB senkrecht und einander gleich seyn. Da aber jetzt beide verbundne Punkte A und B auf einander wirken, so kommt, in derselben Zeit dt, durch die Wirkung der Schwere, A nur bis D, und B bis E, der ganze Hebel aber in die Lage CDE, welche die ab in o durchschneidet. Beide Punkte wirken also eben so auf einander, als wenn in A eine Kraft v, die = A . aD, und in B eine ihr entgegengesetzte Kraft V, die = B . Eb ist, angebracht wäre. Denn die Kräfte verhalten sich immer, wie die durch sie in gleichen Zeiten erzeugten Bewegungen. Beide Kräfte entstehn aus der Wirkung und Gegenwirkung der Massen A und B, und müssen also einander vernichten. Wären daher die Massen beide frey, so müßte V = v seyn; da sie aber an dem Hebel CB angebracht sind, so müssen die Momente der Kräfte gleich seyn, wenn sie einander vernichten, wenn Wirkung und Gegenwirkung einander gleich seyn sollen. Daher ist V . CB = v . CA, also A . CA : B . CB = Eb : aD = bo : ao = BO : AO, und A . CA . AO = B . CB . BO. Der Punkt O aber ist derjenige, dessen Bewegung durch die Wirkung der Massen A und B auf einander nicht im geringsten verändert wird,

der in der Zeit dt durch Oo fortgeht, als wenn er allein schwer wäre, mit einem Worte: der Mittelpunkt der Schwingung.

Es mögen über O oder unter O so viele schwere Punkte zugleich vorhanden seyn, als man immer will, so sehen Sie leicht, daß in der Hauptsache dadurch nichts geändert wird. Bey jedem Punkte muß man sich, wenn er über O liegt, eine Verzögerungskraft, wie A. aD, und wenn er unter O fällt, eine Beschleunigungskraft, wie B. Eb, gedenken, und die Summe der Momente der erstern Kräfte muß der Summe der Momente der letztern gleich seyn. Da sich nun die Räume aD, Eb u. s. w. allemal, wie die Entfernungen der schweren Punkte von O verhalten, so ist auch allemal die Summe der Produkte jeder Masse und ihrer Entfernungen von C und O, über O, der Summe der ähnlichen Produkte unter O gleich.

Da $A.CA.AO = A.CA.CO - A.CA^2$ und $B.CB.BO = B.CB^2 - B.CB.CO$ ist, so wird $CO = \frac{A.CA^2 + B.CB^2}{A.CA + B.CB}$, und eben so erhält man in allen übrigen Fällen die Entfernung des Schwingungspunkts O vom Aufhängepunkte C, oder die Länge des zusammengesetzten Pendels, wenn man jeden schweren Punkt mit dem Quadrate seiner Entfernung von C vermehrt, und die Summe dieser Produkte mit der Summe der Momente dieser Punkte theilt, indem man sie als Gewichte ansieht, die an dem Pendel, als an einem Hebel, angebracht sind.

Ein zusammengesetztes Pendel schwingt sich eben so, als wenn alle seine schweren Punkte in dem Schwingungspunkte vereinigt wären. Dieser Punkt aber O

(Fig. 77) ist von dem Aufhängepunkte C weiter entfernt, als der Schwerpunkt des Pendels D. Denn es ist $A.AC : B.BC = BO : AO$, also $A.AC : A.AC + B.BC = BO : AB$. Es ist aber auch $A : B$ oder $A.AC : B.AC = BD : AD$, und $A.AC : A.AC + B.AC = BD : AB$; also $A.AC + B.BC : A.AC + B.AC = BD : BO$. Da nun $B.BC$ größer ist, als $B.AC$, so ist auch BD größer, als BO. Bey einem gleichartigen überall gleich dicken Drathe oder Faden z. B. macht, wenn er in C aufgehangen wird und sich schwingt, die Entfernung des Schwingungspunktes CO $\frac{2}{3}$ seiner ganzen Länge CB aus, dahingegen $CD = \frac{1}{2} CB$ ist. [1] Bey einem physischen einfachen Pendel aber, welches aus einer recht schweren, etwa 1 Zoll dicken und an einen sehr leichten und dünnen Faden gebundnen Kugel besteht, fällt der Schwingungspunkt mit dem Schwerpunkte mehrentheils beynahe völlig zusammen, indem er, wenn das Pendel Sekunden schlägt und die Kugel gleichartig ist, oft kaum $\frac{1}{30}$ einer Linie von ihrem Mittelpunkte liegt. [a] Und eben so verhält sich die Sache, wenn der sich schwingende schwere Körper nicht die Gestalt einer Kugel, sondern zweyer kleiner mit ihren größern Grundflächen an einander gefügter Kegel hat. [5] Indessen muß man in jedem Falle seinen Ort vorher genau berechnen, wenn man die wahre Länge eines einfachen Sekundenpendels durch Versuche genau bestimmen will, weil auch das einfachste physische Pendel immer in der That ein zusammengesetztes Pendel ist.

Da $A.AD = B.BD$ also auch $A.CD - A.CA = B.CB - B.CD$ ist, so wird $(A+B) CD = A.CA + B.CB$, und überhaupt ist an jedem Hebel die Summe der Momente aller Gewichte, dem Momente ihres Schwerpunkts gleich, wenn

sie alle in ihm vereinigt angenommen werden. Daher kann man auch überhaupt sagen, daß man die Länge CO eines zusammengesetzten Pendels findet, wenn man die Summe der Produkte aus jedem schweren Punkte und dem Quadrate seiner Entfernung vom Aufhängepunkte, mit dem Momente des Mittelpunkts der Schwere dieser Punkte theilt, indem man nämlich hier alle schwere Punkte vereinigt annimmt. So findet man, bey zwey schweren Punkten, CO, wenn man $A.CA^2 + B.CB^2$ mit $(A + B).CD$ theilt. Je näher der Schwerpunkt dem Aufhängepunkte liegt, oder je kleiner CD ist, um desto größer wird CO. Wenn z. B. B nicht unter, sondern über C an dem Pendel befestigt wäre, so würde D viel näher an C liegen, also CO auch viel größer seyn, als wenn A und B beide unter C sind. Fällt aber der Schwerpunkt sogar selbst in den Aufhängepunkt, ist z. B. $A.CA = B.CB$ und liegen A und B von verschiednen Seiten des Punktes C, so wird CO unendlich groß. Das Pendel macht nur in einer unendlich großen Zeit eine unendlich kleine Schwingung, oder es kann sich gar nicht schwingen und hat also auch keinen Schwingungspunkt. Daher hat die Bewegung eines Körpers, der sich um eine durch den Mittelpunkt seiner Schwere gehende Axe dreht, mit der Schwingung gar nichts gemein, und es läßt sich das, was von dieser gilt, gar nicht auf eine solche Drehung anwenden.

Es giebt aber dennoch viele große und dicke Körper, welche sich wirklich schwingen, ungeachtet sie keine eigentliche Pendel sind. Hierher gehören die Glocken, die sich schneller schwingen müssen, als ihre Klöppel, wenn diese beym Lauten an jene anschlagen sollen. Galilei hat schon bemerkt, daß selbst

ein sehr schweres Pendel durch das blosse Blasen des Mundes zuletzt sehr merklich bewegt werden kann, wenn man absatzweise und immer in solchen Zwischenzeiten, die der Zeit einer sehr kleinen Schwingung des Pendels gleich sind, auf dasselbe bläst. Er versichert, daß sogar Glocken auf eine ähnliche Art bewegt werden können. Bläst man aber unregelmäßig, oder in zu grossen oder in zu kleinen Zwischenzeiten, so erhält das Pendel nie eine merkliche Bewegung, weil es zurückgetrieben wird, ehe seine durch die Schwere erzeugte Schwingung geendigt ist, diese also immer geschwächt wird, anstatt daß durch ein gehörig abgesetztes Blasen die Anfangs unendlich kleinen Schwingungen immer mehr verstärkt, und zuletzt merklich gemacht werden.

Bey allen langen, dünnen oder schmalen Körpern, die sich um eine gewisse Axe drehen, ist der Schwingungspunkt, auch wenn sie sich nicht schwingen, sondern durch eine äussere Kraft auf irgend eine Art bewegt werden, allemal ein sehr wichtiger Punkt. Ueberhaupt erlangt ein jeder Körper, der sich um eine gewisse Axe dreht, wenn gleich er nicht schwer ist, durch die Drehung gewisse Kräfte, die denen eines sich schwingenden Pendels ähnlich sind. Denn jedes seiner Theilchen bewegt sich um desto schneller, je weiter es von der festen Drehungsaxe entfernt ist, und es verhalten sich daher überall die Bewegungen dieser Theilchen, wie die Produkte aus ihren Massen und ihren Entfernungen von jener festen Axe. Jede neue Bewegung, die der sich drehende Körper von aussen erhält, jeder Theil seiner Bewegung, der ihm durch eine äussere Ursache entzogen wird, muß sich in dem Verhältnisse jener Produkte durch alle seine Theilchen vertheilen. Diese wirken daher bey jeder Veränderung ihrer Bewegung mit gewissen Kräften

auf einander, die sich so wie die Bewegungen der Theilchen verhalten. Je grösser die Bewegung eines Theilchens ist, um desto grösser ist auch allemal die neue Bewegung, durch welche die, welche es schon hat, verstärkt oder geschwächt wird; um desto grösser ist also auch die Kraft, mit welcher in ihn gewirkt wird. Die Momente dieser Kräfte verhalten sich daher natürlich wie die Produkte aus der Masse eines jeden Theilchens und des Quadrats seiner Entfernung von der festen Axe. Daher nennt man diese Produkte auch die Momente der Massen oder die Massenmomente, weil sie auch bey bloßen Massen, ohne alle Schwere, Statt finden. Man kann deßhalb sagen, daß die Länge eines zusammengesetzten Pendels gefunden wird, wenn man das Massenmoment desselben mit dem Momente seines Schwerpunkts theilt, indem man annimmt, daß in dem letztern Punkte das ganze Gewicht des Pendels vereinigt ist.

Ist also ein Körper lang und schmal oder dünn, der sich um eine gewisse Axe dreht, so kann man sich ihn als eine geometrische steife Linie CB (Fig. 77) die um C beweglich, und mit Massen ohne Schwere versehn ist, vorstellen. Wir wollen Anfangs nur zwey solche Massen A und B annehmen. Sobald irgend ein unbewegliches Hinderniß die drehende Bewegung dieser Linie in O aufhält, so wirken beide Massen auf einander mit Kräften, die sich wie A . CA und B . CB verhalten. Ist also A . CA : B . CB = BO : AO so bleibt alles im Gleichgewichte, und der Widerstand in O vernichtet die ganze Bewegung der steifen Linie ganz allein. Verhält sich aber BO : AO nicht auf diese Art, so bleibt immer von dieser oder jener Seite des Punkts O einige Bewegung übrig, welche der feste Punkt C vernichten muß. Daher empfängt das Hinderniß den stärksten Stoß,

eben so, als wenn die Kräfte aller Massen bloß in O vereinigt wären, wenn A . CA : B . CB = BO : AO, oder wenn O der Schwingungspunkt des Pendels CB ist. Was von zweyen Massen gilt, läßt sich leicht auch auf mehrere ausdehnen; und Sie sehen daher, daß bey allen langen und dünnen oder schmalen Körpern, die sich um eine gewisse Axe drehen, der Schwingungspunkt zugleich der Mittelpunkt des Stoßes ist.

Anmerkungen.

1. Wenn CB eine gleichartige, durchaus gleich dicke, und gleich breite, gerade, physische Linie ist, sie sey ein Drath, Faden oder dergleichen, und ein senkrecht durch sie gemachter Durchschnitt ist = a, ihre Länge CB = b, und irgend ein Theil von ihr CA = x, der im Aufhängepunkt C anfängt; so ist adx das Gewicht des Theilchens von ihr, welches von C die Entfernung x hat, und daher das Massenmoment dieses Theilchens = ax^2dx. Das Integral dieser Größe $\frac{1}{3}ax^3$ ist das Massenmoment des ganzen Stücks CA, und $\frac{1}{3}ab^3$ das Massenmoment der ganzen Linie CB. Der Mittelpunkt der Schwere der ganzen Linie hat von C die Entfernung $\frac{1}{2}b$, und das Gewicht derselben ist ab, also das Moment des Schwerpunkts = $\frac{1}{2}ab^2$. Dividirt man daher $\frac{1}{3}ab^3$ mit $\frac{1}{2}ab^2$, so erhält man CO, oder die Entfernung des Schwingungspunkts der ganzen Linie von C, = $\frac{2}{3}b$.

2. Wenn die gleichartige Kugel AB an einem langen Faden in C aufgehangen ist (Fig. 157) der in AB verlängert durch ihren Mittelpunkt O geht, so erhält man das Massenmoment eines jeden Theilchens G, wenn man dessen Masse oder Gewicht mit

CG^2 vermehrt. Es ist aber CG^2, wenn DG senkrecht auf AB ist, $= CD^2 + DG^2$. Man muß also jedes Theilchen Masse mit CD^2 und sodann mit DG^2 vermehren, und beide Produkte addiren, wenn man die Momente der Massen haben will. Ist nun das Gewicht oder die Masse des unendlich dünnen durch D, senkrecht auf AB, gehenden Durchschnitts der Kugel $= m$, so giebt es immer, in gleicher Entfernung von O, einen zweyten ähnlichen und gleichen, durch E gehenden Durchschnitt, dessen Masse auch $= m$ ist. Von dem ersten ist das Moment $m \cdot CD^2$, vom andern $m \cdot CE^2$. Es sey $DO = OE = x$ und $CO = b$, so ist CD^2, weil x sehr klein gegen b ist, $= b^2 - 2bx$, und $CE^2 = b^2 + 2bx$. Daher wird die Summe beider Momente $= 2mb^2$. Es ist also eben so groß, als wenn beide Massen in O vereinigt wären. Da nun dasselbe für die ganze Kugel gilt, so folgt, daß die Summe der ganzen einen Hälfte der Massenmomente $= Mb^2$ ist, wenn M die Masse der ganzen Kugel bedeutet.

Was die zweyte Hälfte der gedachten Momente anbetrifft, so habe ich schon gezeigt (43 Brief Anm.), daß die Summe aller Produkte, wie $dM \cdot DG^2$ eben so groß ist, als das Produkt der Masse $\frac{2}{5}M$ in das Quadrat ihrer Entfernung von O, wenn diese dem Halbmesser der Kugel r gleich ist. Dieses Produkt aber ist $= \frac{2}{5}Mr^2$, und wir können daher in F in der Entfernung $r\sqrt{\frac{2}{5}}$ von O, die ganze Masse M annehmen, weil, wenn man sie mit dem Quadrate ihrer Entfernung von O vermehrt, das Produkt ebenfalls $= \frac{2}{5}Mr^2$ ist.

Also wird das ganze Massenmoment der Kugel $AB = M \cdot (OF^2 + CO^2) = M(\frac{2}{5}r^2 + b^2)$. Das statische Moment des Schwerpunkts ist $= Mb$.

Also ist CE oder die Entfernung des Schwingungspunktes E von C $= b + \frac{2r^2}{5b}$, und die Entfernung des Schwingungspunkts vom Schwerpunkte, oder OE, $= \frac{2r^2}{5b}$.

Ist z. B. wie bey einem Sekundenpendel, b von 446 und r von 6 Pariser Linien, so wird OE = 0,032 Linien etwa $\frac{1}{31}$ einer Linie.

Ich habe hierbey das Gewicht des Fadens CA ganz vernachlässigt, oder es, in Ansehung der sehr schweren Kugel, als unbeträchtlich angesehn. Eigentlich aber muß man es nicht vernachlässigen. Es sey dasselbe = p, und CA = g also b = g + r, so wird p = ag und das Massenmoment des Fadens $= \frac{1}{3}pg^2$, das statische Moment aber seines Schwerpunkts $= \frac{1}{2}pg$ (1 Anmerkung). Also ist in dem zusammengesetzten Pendel eigentlich CE =

$$\frac{\frac{1}{3}pg^2 + (\frac{2}{5}r^2 + (r+g)^2)M}{\frac{1}{2}pg + (r+g)M}.$$

3. Wenn anstatt einer Kugel an den Faden CA ein Körper befestigt wird, der, so wie EDF (Fig. 158), aus zwey gleichen Kegeln besteht, und es ist CD $= \frac{1}{2}a$, CE $= \frac{1}{2}e$, irgend ein Stück der Axe EN = z und der Halbmesser des auf die Axe senkrechten Durchschnitts NM = x; so ist $\frac{2px^4dz}{a^2}$ $\times CD^2$ der Summe aller Produkte aus den Massen der Theilchen des Scheibchens NM in die Quadrate ihrer Entfernungen von der Axe gleich (43 Brief Anmerk.) und z:x = e:a, also $x = \frac{az}{e}$ und die Masse $\frac{2px^4dz}{a^2} = \frac{2pa^2z^4dz}{e^4}$. Das Inte-

gral davon $\frac{2pa^2z^5}{5e^4}$ wird, wenn man $z = \frac{1}{2}e$ setzt, $= \frac{1}{80}pa^2e$, und drückt für den einen Kegel eine Masse aus, deren Produkt mit CD^2 der Summe der Produkte aller Theilchen mit den Quadraten ihrer Entfernungen von der Axe gleich ist. Für beide Kegel ist diese Masse also $\frac{1}{40}pa^2e$, und da die Masse beider Kegel zusammen, oder M, $= \frac{1}{12}pa^2e$ ist, so wird jene Masse $= \frac{3}{10}M$. Man kann also auch hier, so wie bey der Kugel, sich die ganze Masse M in der Entfernung $\frac{1}{2}a\sqrt{\frac{3}{10}}$ von C vorstellen, so wird die Entfernung des Schwingungspunkts vom Aufhängepunkte $= \frac{\frac{1}{3}pg^2 + (\frac{3}{40}a^2 + (\frac{1}{2}e+g)^2)M}{\frac{1}{2}pg + (\frac{1}{2}e+g)M}$; indem hier p das Gewicht des Fadens, und nicht, so wie kurz vorher, den Umfang eines Kreises bedeutet. Die Entfernung aber des Schwingungspunkts vom Schwerpunkte ist: $\frac{\frac{3}{40}a^2M - \frac{1}{6}pg^2 - \frac{1}{4}pge}{\frac{1}{2}pg + M(\frac{1}{2}e+g)}$ $= A$.

Es sey z. B. $p = 1$, $M = 1080$, $g = 440$, $a = 18$, $e = 12$ Linien; so ist $A = \frac{26244 - 33587}{481900}$ $= -0{,}015$ Linien. Es fällt also der Schwingungspunkt zwar unter den gemeinschaftlichen Schwerpunkt des Kegels und des Fadens, aber dennoch über den Schwerpunkt des erstern, in einer Entfernung von etwa $\frac{1}{60}$ Linien.

Acht und vierzigster Brief.

Die Werkzeuge, deren wir uns zum Hauen und Schlagen bedienen, sind mehrentheils viel länger, als dick oder breit; wir geben ihnen beym Gebrauche eine drehende Bewegung mit der Hand, und wenden dabey gewöhnlich eine ansehnliche Kraft an. Wir gebrauchen sie also auch in dem Falle, wenn ihr eignes Gewicht zu dieser Bewegung nichts beyträgt, nur alsdann mit dem größten Vortheile, wenn wir mit ihrem Mittelpunkte des Stoßes die Gegenstände treffen, welche wir hauen oder schlagen. Ich weiß ein Beyspiel, daß jemanden, der mit einem Stocke zu wiederholten Malen heftig auf etwas geschlagen hatte, nachher der Arm blau unterlief, als wenn er zerschlagen gewesen wäre. Dieses rührte bloß daher, daß der Stock gegen die Hand zu dicker und schwerer war, als an dem Ende, mit welchem er geschlagen hatte. Denn eben deßhalb war der Mittelpunkt des Stoßes der Hand näher, als jenem Ende; und der Schlag hatte mehr die Hand und den Arm erschüttert, als sich dem Gegenstande mitgetheilt. Auf eine ähnliche Art thun auch Schwerter, Säbel u. s. w. die größte Wirkung, wenn man mit ihrem mittleren Theile, in welchem ihr Schwingungspunkt liegt, die Gegenstände trifft, welche man haut.

Aexte und Hämmer sind gewöhnlich so schwer an Eisen, daß ihr Schwingungspunkt ins Eisen fällt, auch wenn man ihnen etwas lange Stiele von Holz giebt. Aber Beile und andre ähnliche Werkzeuge sind leichter, und ihre Schneide ist so groß, daß ihr

Schwingungspunkt zu nahe an die Hand fallen würde, wenn sie lange Stiele hätten. Daher giebt man ihnen kurze Stiele, weil alsdann ihr Schwingungspunkt von dem Theile ihrer Schneide, mit welchem man haut, nie weit entfernt seyn kann.

Bey dem Schneiden hat man nicht nöthig, so wie bey dem Hauen und Schlagen, auf den Mittelpunkt des Stoßes zu sehn. Es kommt hier alles darauf an, daß man das schneidende Werkzeug durch den Körper zieht, den man zerschneiden will. Eine Säge schneidet nicht, man mag das Holz, mit welchem Theile von ihr man will, schlagen oder drücken. Man muß sie auf dem Holze mit einem Drucke hin und her ziehn, wenn sie es zerschneiden soll. Aber alle schneidende Werkzeuge sind der Säge ähnlich. Ihre Schneiden sind keinesweges, wie sie uns zu seyn scheinen, ununterbrochne Linien; sondern sie bestehn aus sehr feinen Zähnchen, die wenigstens durch ein gutes Vergrößerungsglas sichtbar sind. Daher ist bey ihrem Schärfen so sehr viel an dem Striche gelegen, um jenen Zähnchen einerley Richtung und Stärke zu geben. Alle solche Werkzeuge müssen daher, wie die Sägen, gezogen werden, wenn sie zerschneiden sollen. Es giebt Leute, welche auf die Schärfe eines Schermessers mit der flachen Hand schlagen können, ohne sich zu beschädigen. Zwar rathe ich niemanden diesen Versuch nachzumachen, weil er immer gefährlich bleibt. Indessen beweist er offenbar, was ich sage, daß Messer, Säbel und andere schneidende Werkzeuge, ohne einen Zug der Länge nach, durch den bloßen Stoß wenig ausrichten.

Ueberhaupt versteht man unter dem Mittelpunkte des Stoßes denjenigen Punkt, in wel-

chem man sich bey dem Stoße die ganze Masse des stoßenden Körpers vereinigt vorstellen kann; der, wenn er durch ein unbewegliches Hinderniß in seiner Bewegung aufgehalten wird, macht, daß die ganze Bewegung des stoßenden Körpers bloß in dieses Hinderniß gleichsam übergeht. Es giebt daher bey festen Körpern nur drey Fälle. Wenn der Körper, welcher stößt oder schlägt, keine drehende, sondern bloß eine fortgehende Bewegung hat, so geht die Linie des stärksten Stoßes allezeit durch seinen Schwerpunkt, weil um diesen, wenn er aufgehalten wird, der ganze bewegte Körper ringsherum im Gleichgewichte bleibt, so, daß die ganze Bewegung desselben bloß in das Hinderniß übergeht, welches diesen Mittelpunkt des Stoßes aufhält. So stößt ein Rammklotz oder eine Stampe am stärksten, wenn der Stoß lothrecht unter dem Mittelpunkte der Schwere geschieht. Der zweyte Fall ist, wenn ein langer und dünner Körper sich so schwingt, oder dreht, daß man ihn als eine steife um einen gewissen festen Punkt bewegliche Linie ansehn kann. Hier ist, wie ich bereits gezeigt habe, der Schwingungspunkt allemal auch der Mittelpunkt des Stoßes. Wenn aber drittens ein dicker und breiter Körper sich um eine feste Axe von beträchtlicher Größe, die nicht durch seinen Schwerpunkt geht, schwingt, so kann der Mittelpunkt des Stoßes von seinem Schwingungspunkte verschieden seyn. Denn diesen setzt man gewöhnlich in die gerade auf die feste Axe senkrechte Linie, welche durch seinen Schwerpunkt geht. Es kann aber ein solcher Körper sich so schwingen, daß, zu beiden Seiten dieser Linie, die Momente seiner Schwungkräfte ungleich sind, und die Axe stärker nach einer als nach der andern Seite gezogen wird, also sich drehen würde, wenn sie nicht fest wäre. Ginge nun hier

die Richtung des Stoßes durch den Schwingungspunkt, so sehen Sie offenbar, daß jene Kräfte um diesen Punkt nicht im Gleichgewichte bleiben könnten, sondern daß auch die feste Axe einen Theil des Stoßes auffangen müßte. Aber es giebt alsdann allezeit in derselben Entfernung von der Axe, die der Schwingungspunkt hat, einen andern Punkt, um welchen auch von diesen Kräften die Momente alle einander gleich sind, und dieser ist der eigentliche Mittelpunkt des Stoßes in diesem Falle.

Uebrigens ist der Mittelpunkt des Stoßes nicht mit jenem Punkte zu verwechseln, durch welchen die Richtung des Stoßes auf einen beweglichen Körper gehen muß, wenn dieser, unter übrigens gleichen Umständen, durch den Stoß die größte mögliche Geschwindigkeit erhalten soll. Man könnte diesen den Punkt der größten Wirkung nennen, und er ist bey ganz freyen Körpern mit dem Schwerpunkte einerley. Aber bey Körpern, die sich um eine feste Axe drehen, hat er mehrentheils eine ganz andre Entfernung von der Axe, als der Schwerpunkt, oder auch als der Schwingungspunkt.

Wir wollen uns jedoch bey diesen Untersuchungen vor der Hand nicht länger aufhalten, sondern zu den Pendeln zurückkehren, die dadurch erstlich recht wichtig und allgemein nützlich werden, daß Huygens sie mit den Uhren verband. Die gemeinen Uhren sind, wie bekannt, aus Rädern zusammengesetzt, und würden sehr schnell ablaufen, wenn das Räderwerk nicht mit einem Theile verbunden wäre, welcher die Bewegung desselben beständig aufhält und hemmt, ohne sie zu vernichten. Vor den Zeiten des Huygens war diese Hemmung auf folgende Art eingerichtet. Ein mit den übrigen Rädern verbundnes lothrechtes Kronrad oder Kammrad mit sägeförmigen Zähnen

Zähnen hatte eine lothrechte Spindel mit zweyen schiefen Lappen, einem beym obern, den andern beym untern Rande des Rades, vor sich stehen. Es konnte sich nicht drehen, ohne wechselsweise einmal den obern, das andremal den untern Lappen fortzustoßen. Dadurch wurde es in seiner Bewegung beständig aufgehalten, und die Spindel, welche oben entweder an eine Art von wagrechtem Rade, an eine Unruhe, oder an eine wagrechte eiserne Stange, welche man die Balanzirstange nannte, befestigt war, drehte sich mit ihrer Unruhe oder Stange immer hin und her. Sie können sich von dieser Vorrichtung den deutlichsten Begriff machen, wenn Sie das innere Räderwerk einer Taschenuhr ansehn. Denn da finden Sie die Unruhe mit ihrer Spindel, und die Lappen der letztern zwischen den sägeförmigen Zähnen eines Kronrades. Die Räderuhren hatten bey dieser alten Einrichtung wegen der Ungleichheit ihrer Theile, besonders der Zähne der Räder, die man nie ganz vermeiden kann, wegen des Mangels an Genauigkeit in der Zusammenfügung der Theile, der bey der damaligen Unvollkommenheit der Kunst sehr merklich war, und wegen der ungleichen Flüssigkeit des Oels an den Zapfen, einen sehr ungleichförmigen Gang, dem weder die Unruhe noch die Balanzirstange abhelfen konnte, da diese sich nicht durch ihre eigne Schwere, sondern bloß durch die Kraft des Uhrwerks bewegten.

Huygens behielt die alte Einrichtung der Räderuhren völlig bey; nur gab er dem Kronrade, so wie auch der Spindel mit den schiefen Lappen, eine wagrechte Lage, und befestigte an diese anstatt der Unruhe oder Balanzirstange, ein langes schweres eisernes unten mit einem Gewichte versehnes Pendel. Durch diese neue Einrichtung, welche Huygens

1656 zu Stande brachte, verbesserte er die Uhren so sehr, daß man anfing, alle große Räderuhren mit Pendeln zu versehn, und selbst bey astronomischen Beobachtungen sich der Pendeluhren zu bedienen. Denn das schwere Pendel erhielt durch diese Verbindung eine große Gewalt über den Gang der Uhr, und machte ihn gleichförmig, da es sich immer durch gleiche Bogen, schwang, also auch alle Schwingungen in gleichen Zeiten machte. Der Stoß, den der Lappen seiner Spindel bey dem Anfange jeder Schwingung erhielt, ersetzte das, was die Reibung und der Widerstand der Luft seiner Bewegung entzog. Daher dauerten seine Schwingungen immerfort, und man konnte ihre Dauer verkürzen oder verlängern, nachdem man das untre Gewicht des Pendels an seiner Stange höher herauf oder tiefer herunter schraubte oder schob.[1] So wie dieses aber geschah, ging auch sogleich die Uhr selbst geschwinder oder langsamer, ja der Einfluß des Pendels auf die Uhr wurde durch diese Verbindung so groß, daß die letztre stille stand, wenn man jenes anhielt.

Indessen mußte das Pendel bey dieser Einrichtung immer sehr ansehnliche Schwingungen machen, und daher auch die nicht gänzlich zu vermeidende Ungleichheit der Schwingungen um desto beträchtlicher seyn. Um also auch die aus dieser Ungleichheit entspringende Ungleichförmigkeit in dem Gange der Uhren zu verbessern, kam Huygens nachher auf den Gedanken, die eiserne Stange mit dem Gewicht ID (Fig. 79) an Fäden FI zwischen zweyen radlinienförmig gekrümmten Blechen GF und HF aufzuhängen. Allein diese sinnreiche Einrichtung leistete das nicht, was sie auf den ersten Anblick zu versprechen schien. Denn zu geschweigen, daß es sehr schwer ist, sie gehörig auszuführen, war die Voraussetzung

ganz unrichtig, daß die Radlinie alle auch ungleiche Schwingungen gleichzeitig machen würde. Dieses kann nur bey einem Pendel Statt finden, welches sich im leeren Raume und ganz frey schwingt. In der Luft ist weder die Radlinie noch irgend eine andre krumme Linie eine gleichzeitige Linie. Denn die Luft widersteht einem sich schwingenden Körper um desto mehr, je mehr seine Geschwindigkeit zunimmt, und sie schwächt seine Bewegung beym Heraufsteigen, in der zweyten Hälfte seines Weges mehr, als beym Herabsteigen in der ersten. Diese ungleichförmige Verzögerung aber der Schwingungszeiten ist um desto merklicher, je größer die Schwingungen selbst sind. Ferner kann man nicht annehmen, daß ein Pendel, welches mit einer Uhr verbunden ist, sich völlig eben so schwingt, als ein freyes; ungeachtet man noch jetzt oft beide Arten der Bewegung irrigerweise für gänzlich gleichgültig ansieht. Denn auf die Schwingungen eines Uhrpendels hat das Uhrwerk allemal einen merklichen Einfluß, und man kann daher auf sie dasjenige so unbedingt nicht anwenden, was sich von den Schwingungen freyer Pendel erweisen läßt. Deßhalb läßt sich auch die wahre Länge eines Sekundenpendels aus der Dauer der Schwingungen eines mit einem Räderwerke verbundnen Pendels nie genau bestimmen. Und jener Einfluß der Uhr auf das Pendel mußte vorzüglich bey der Art, wie Huygens beide zusammen verbunden hatte, sehr merklich seyn, da die Lappen der Spindel, an welcher das Pendel befestigt war, fast beständig zwischen den Zähnen der Räder lagen, und diese während den Schwingungen des Pendels berührten. Hierzu kam, daß auf die Fäden, an welche Huygens seine Pendelstange hing, nicht

nur die Wärme und Kälte, sondern auch die Feuchtigkeit und Trockenheit einen grossen Einfluß hatte, so daß die Länge des ganzen Pendels, und mithin auch die Dauer seiner Schwingungen, beständigen Veränderungen unterworfen war.

Sie sehen also, warum die grossen Künstler, die nach den Zeiten des Huygens an der Verbesserung der Uhren arbeiteten, nicht nur die krummen Bleche, und die Fäden des Pendels, sondern auch die ganze Art der Verbindung der Uhr mit dem Pendel, die Huygens erdacht hatte, verwarfen, und sich vorzüglich bemühten, die Hemmung (l'echappement) so einzurichten, daß das Pendel sich so frey, als möglich, ohne von der Uhr im geringsten gestört zu werden, schwingen konnte. Noch jetzt suchen die größten Meister neue Mittel auszusinnen, um diese Hemmung immer freyer zu machen, weil die Erfahrung gelehrt hat, daß bloß dadurch der Gang der Uhren immer um desto regelmäßiger wird.

Anmerkung.

1. Je weiter man die untern schweren Punkte eines zusammengesetzten Pendels vom Aufhängepunkte entfernt, um desto mehr verzögern sie die obern Punkte, um desto langsamer schwingt sich das Pendel (46 Brief). Uebrigens kann man die Entfernung des Schwingungspunkts vom Aufhängepunkte eines solchen Pendels, wenn es auf einige Linien mehr oder weniger nicht ankommt, leicht finden, wenn man in der Formel der 2 Anm. des 46 Briefs $r = 0$ setzt. Es ist alsdann $CE = \frac{\frac{1}{3}p + M}{\frac{1}{2}p + M} g$. Hält z. B. die Länge der

Stange, oder C, 588 Pariser Linien und ist ihr Gewicht p von 18, das unten befestigte Gewicht aber M von 3 Loth; so wird CE = 441 Linien. Setzt man dagegen g = 578, r = 10 Linien, p = 18, M = 3, und sieht man das Gewicht M als eine Kugel an, so wird nach der angeführten Formel CE = 436 Linien.

Neun und vierzigster Brief.

Die von Huygens verbesserte Einrichtung der Uhren gab Gelegenheit, daß man sich mit viel mehrerem Fleiße, als vordem, auf die Verfertigung guter Uhren legte. Besonders zeichneten sich die englischen Künstler und unter diesen, im Anfange des achtzehnten Jahrhunderts, vorzüglich Graham, vor allen andern aus. Er setzte zuerst an die Stelle des Kronrades, welches Huygens eingeführet hatte, ein lothrechtes Stirnrad, oder ein Steigerad, mit sägeförmigen Zähnen. Oben über demselben brachte er einen eisernen, nach einem Bogen des Rades gekrümmten Hebel an, der sich in zwey hakenförmige Spitzen endigte. Er ist unter dem Namen des englischen Hakens bekannt, und von seinen Spitzen liegt wechselsweise bald die eine, bald die andre, an den Zähnen des Steigerades, indem sich der Haken mit dem Pendel hin und her bewegt. Um diesem ein desto freyeres Spiel zu geben, ist er nicht an dem Haken, sondern oben an einem besondern Träger befestigt. Aber an der Spindel des Hakens hängt ein kleines

Pendel herunter, welches mit seinem Arme das große eigentliche Pendel gleichsam umfaßt, und macht, daß das letztre sich mit dem Haken zugleich hin und her bewegt. Graham gab diesem eine sehr schwere Linse von 15 bis 20 Pfunden, damit es desto mehr Gewalt über den Gang der Uhr hatte. Er erreichte durch diese neue Verbindung zwey wichtige Vortheile. Denn das Pendel konnte sich jetzt viel freyer schwingen, als vorher, und seine Schwingungen wurden viel kleiner. Es bewegte sich kaum merklich, und dadurch wurde der Luft aller Einfluß, den sie wegen ihres Widerstandes gegen die Bewegung des Pendels auf den Gang der Uhr haben konnte, völlig benommen, und zugleich wurden die einzelnen Schwingungen einander so gleich gemacht als möglich, weil Schwingungen, die fast unendlich klein sind, immer gleich lange dauern, wenn gleich die eine etwas größer seyn sollte, als die andre.

Die Erfahrung bestätigte die Vorzüge dieser neuen Einrichtung auf eine so einleuchtende Art, daß man in kurzer Zeit sie, besonders bey den astronomischen Uhren, welche die äußerste Genauigkeit erfordern, und mit Sekundenpendeln versehn sind, allenthalben annahm. Ueberhaupt wird, der Erfahrung zur Folge, eine Uhr, unter übrigens gleichen Umständen, um desto vollkommner, je mehr der Künstler das Pendel, während seiner Schwingungen, von allem Einschlusse des Räderwerks zu befreyen weiß, sollte es gleich etwas große Schwingungen machen, wenn sonst nur die Uhr mit der gehörigen Sorgfalt ausgearbeitet ist.

Ein Pendel, welches so wie die gemeinen Uhrpendel sich um einen festen Punkt schwingt, beschreibt allezeit Kreisbogen, und seine Schwingun-

gen, wenn gleich sie noch so klein sind, haben immer eine gewisse Grösse. Wenn man ihre Dauer gehörig berechnet, so findet man, daß sie immer grösser ist, als die Dauer einer unendlich kleinen Schwingung eines Pendels von derselben Länge, oder, welches einerley ist, als die Dauer einer Schwingung von einer gewissen bestimmbaren Grösse seyn würde, wenn das Pendel völlig biegsam wäre, und zwischen zweyen gehörig eingerichteten Radlinien hinge.[1] Hierauf muß man Rücksicht nehmen, besonders wenn man die wahre Länge eines Sekundenpendels, welches unendlich kleine Schwingungen macht, durch die Erfahrung bestimmen will. Ein einfaches Pendel z. B. 440 Linien Länge, welches an einem gewissen Orte, wenn es im leeren Raume unendlich kleine Schwingungen machte, sich genau in einer Sekunde schwingen, also in 24 Stunden 86400 Schwingungen machen würde, macht deren nur 86364 in derselben Zeit, wenn es sich beständig in einem Bogen schwingt, dessen Sehne von 6 Zollen ist. Es hält also in diesem Falle nur an 439,8 Linien ungefähr, wenn es Sekunden schlägt, und man muß seine Länge im Verhältnisse der Quadrate von 86364 und 86400 vermehren, wenn man die wahre Länge des eigentlichen Sekundenpendels haben will.[2] Auch bey einer Pendeluhr muß, wenn sie Sekunden schlagen soll, die Linse allemal etwas höher geschraubt werden, als sie stehen dürfte, wenn das Pendel unendlich kleine Schwingungen machte.

Ueberhaupt sind nicht nur die Schwingungen in einer Radlinie geschwinder, als in einem Kreise, sondern es ist auch unter allen krummen Linien die Radlinie die einzige, durch welche ein Punkt laufen muß, wenn er aus einem Orte schief in einen andern in

der kürzesten möglichen Zeit herabsteigen will. Um sich hiervon deutlich zu überzeugen, nehmen Sie an, daß ein Punkt aus A nach B (Fig. 159) gehn soll, daß die gerade Linie AB auf die Ebne GH nicht senkrecht ist, und daß der Punkt über der Ebne mit der Geschwindigkeit k, und unter ihr mit der Geschwindigkeit c gleichförmig fortgeht. So sehen Sie leicht daß der Punkt, wenn er in der kürzesten möglichen Zeit aus A nach B kommen soll, nicht in der geraden Linie AB fortgehn kann. Denn wenn AB die Ebne in F durchschneidet, und C ein andrer Punkt neben F ist, so ist zwar die Linie BC länger, als BF, aber dagegen AC kürzer, als AF. Beschreiben Sie nun aus A den Bogen CD, und aus B den Bogen FE, so werden AC und AD, so wie auch BF und BE, weil sie einander gleich sind, und mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen werden, in gleichen Zeiten durchlaufen. Ist nun $\frac{DF}{k}$ größer, als $\frac{CE}{c}$, und dieses muß immer in einer gewissen Weite von F Statt finden, wenn k kleiner ist, als c, so wird auch die Zeit durch DF größer seyn, als die Zeit durch CE, weil bey gleichförmigen Bewegungen sich die Zeiten immer, gerade wie die Räume, und umgekehrt wie die Geschwindigkeiten, verhalten. Also wird der Punkt durch ACB geschwinder aus A nach B kommen, als durch die gerade Linie AFB.

Gesetzt nun AaB (Fig. 160) wäre die Linie, durch welche der Punkt, unter den angenommnen Umständen, am geschwindesten aus A nach B kommt, so müssen von beiden Seiten des Punkts a die Zeiten zunehmen, durch ACB muß der Punkt

eben so gut, als durch AFB, mehrere Zeit zu seinem Durchgange brauchen, als durch AaB. Es muß also irgendwo von der einen Seite die Zeit des Durchganges eben so groß seyn, als von der andern. Setzen wir, dieses finde bey AFB und ACB Statt, so kann man die aus A und B beschriebnen kleinen Bogen DC und FE, wenn die Punkte F und C einander unendlich nahe sind, als gerade, auf AF und BC senkrechte Linien ansehn; und es ist $\frac{DF}{k} = \frac{CE}{c}$ oder $k : c = DF : CE$. Allein man hat auch $FD : FC = \cos. AFH : 1$ und $FC : CE = 1 : \cos. GCB$, also $FD : CE = \cos. AFH : \cos. GCB = k : c$. Da nun die Punkte F, a, C, als einander unendlich nahe, zusammenfallen, so folgt, daß der Punkt in der kürzesten möglichen Zeit aus A nach B kommt, wenn seine Richtung über und unter der Ebne GH mit ihr Winkel macht, deren Kosinus sich wie die Geschwindigkeiten desselben über und unter GH verhalten.

Wenn Sie sich unter Aa einen einfallenden, und unter aB einen gebrochnen Strahl vorstellen, so sehen Sie leicht, daß die Kosinus von AFH, oder AaH, und GCB, oder GaB, den Sinus des Einfallswinkels und des Brechungswinkels gleich sind. Wenn man also annehmen könnte, daß die Geschwindigkeiten des Lichts bey der Brechung sich wie diese Sinus verhalten, so würde man auch zugeben müssen, daß es bey der Brechung in der kürzesten möglichen Zeit aus einem Punkte in den andern überginge.

Sind nun mehrere solche Ebnen oder Linien, die mit GH parallel sind, vorhanden, und der bewegte Punkt ändert bey jeder von ihnen seine Geschwindig-

keit, so muß diese sich überall wie der Kosinus des Winkels verhalten, den seine Richtung mit der zu dieser Geschwindigkeit gehörigen Ebne macht, wenn der Punkt aus einem Orte über der höchsten Ebne bis zu einem andern unter der tiefsten in der kürzesten möglichen Zeit gelangen soll und beide Oerter, in Ansehung der Ebne, eine schiefe Lage gegen einander haben.

So bewegt sich aber wirklich ein schwerer Punkt in einer Radlinie AD (Fig. 78), deren Axe CD lothrecht ist, wenn er aus ihrem Anfangspunkte A herabrollt. Denn man kann sich durch sie unendlich viele einander unendlich nahe wagrechte Linien, wie EM, gedenken, durch welche die Radlinie selbst in unendlich kleine Theilchen, wie Ee, zerschnitten wird. Ein jedes solches Theilchen kann als geradlinicht, und die Bewegung durch dasselbe als gleichförmig angesehen werden. Aber der bewegte Punkt ändert, so oft er durch eine wagrechte Linie, wie EM, geht, seine Geschwindigkeit, und in jeder solchen Linie verhält sie sich, $\sqrt{CM}$, weil sie dieser Höhe zukommt. Die Richtung aber des Punkts in E, oder die Berührungslinie daselbst, ist mit LD parallel, und macht also mit jeder wagrechten Linie den Winkel DLM. Es ist aber $\cos. DLM : 1 = LM : LD = LC : DC$; also $\cos. DLM = \frac{LC}{DC}$, und $CM : LC = LC : DC$, also $LC^2 = CM . DC$. Folglich wird $\cos. DLM = \sqrt{\frac{CM}{DC}}$.

Da nun DC eine beständige Größe, und $\cos. DLM : \sqrt{CM} = 1 : \sqrt{DC}$, also in einem beständigen Verhältnisse ist, so verhält sich offenbar der Kosinus von DLM überall, wie die Geschwin-

digkeit des Punkts. Daher ist die Radlinie die zeitkürzeste Linie (linea brachystochrona), oder: wenn ein Punkt durch seine Schwere aus einem Orte in den andern herabsteigen soll, und beide Oerter nicht lothrecht, sondern schief, unter einander liegen, so ist eine Radlinie, deren Anfang A in den obersten Ort fällt, und die durch den untersten Ort geht, diejenige Linie, in welcher der Punkt heruntergehn muß, wenn er in der kürzesten möglichen Zeit aus einem Orte in den andern gelangen soll.

Graham hat sich noch durch eine andre Erfindung um die astronomischen Pendeluhren sehr verdient gemacht. Da diese gewöhnlich das ganze Jahr über in ungeheizten Zimmern stehn, so pflegen sie im Sommer viel langsamer zu gehn, als im Winter, weil die Wärme ihre Pendelstangen verlängert, und die Kälte sie verkürzt. Diesem Fehler half Graham, nachdem er verschiedne andre Mittel versucht hatte, zuletzt durch das rostförmige Pendel ab. Anstatt einer einfachen Pendelstange brachte er eine Art von Rost an der Uhr an, der aus mehreren eisernen und messingnen Stangen zusammengesetzt war, und die eigentliche Pendelstange in seiner Mitte hatte (Fig. 81). Wenn z. B. 1 und 1 zwey eiserne parallele oben und unten fest mit Riegeln verbundne Stangen von 32 Zollen Länge, 2 und 2 aber zwey ähnliche messingne, unten in dem Riegel CD befestigte, oben aber mit einem beweglichen Riegel, an welchem die eigentliche Pendelstange hängt, verbundne Stangen sind, und die Stangen 1 und 1 dehnen sich z. B. durch die Wärme um 1 Linie aus, so geht der Riegel CD um 1 Linie tiefer herunter. Dehnt sich nun das Messing zugleich um 2 Linien aus, so heben die Stangen 2 und 2 den obern Riegel mit der Pendelstange um 1 Linie, weil sie unten

nur um eine Linie heruntergehn können, da sie in CD befestigt sind. Ist nun die eiserne Pendelstange GH auch 32 Zolle lang, so dehnt sie sich auch nach unten um 1 Linie aus. Da sie aber zugleich durch den obern Riegel um 1 Linie gehoben wird, so bleibt die Entfernung ihres Schwingungspunkts vom Aufhängepunkte O immer ebendieselbe, und weder Kälte noch Wärme können sie verändern. Freylich dehnt sich das Messing durch die Wärme nicht 2, sondern nur etwas mehr, als $1\frac{1}{2}$ Mal so stark aus, als das Eisen; allein Sie sehen leicht, daß man das Pendel dennoch unveränderlich machen kann, wenn man mehrere Paare eiserner und messingner oder noch besser eiserner und zinkner Stangen auf die beschriebne Art verbindet. Man kann dadurch auch den Rost selbst verkürzen, indem mehrere kurze Stangen sich zusammen genommen um eben so viel ausdehnen, als eine lange, und also, wenn mehrere bewegliche Riegel, wie EF, vorhanden sind, der letzte, an welchem die Pendelstange hängt, immer so hoch gehoben werden kann, als es nöthig ist.

Die französischen Künstler pflegen in derselben Absicht, als Graham, auf die eiserne Pendelstange noch eine eiserne und eine messingne Stange zu legen und alle drey durch einen Querriegel oder eine Art von kurzem Hebel, in welchen alle drey Stangen eingeschraubt sind, so zu verbinden, daß die messingne Stange, indem sie sich ausdehnt, das eine Ende dieses Hebels niederstößt, und eben dadurch das andre Ende nebst der daran befestigten Pendelstange nöthigt, sich zu erheben. Man hat auch einfache Pendelstangen von Glas oder von gewissen ausländischen Holzarten, welche die Feuchtigkeit sehr schwer annehmen, an die astrono-

mischen Uhren angebracht, weil Holz und Glas durch die Erwärmung nur ungemein wenig ausgedehnt werden. Freylich wird durch alle diese Mittel, da sich die Metalle und andre feste Körper ungleichförmig ausdehnen, das Pendel nie ganz unveränderlich; allein dennoch kann die Abwechselung der Wärme es bey weitem so sehr nicht verändern, als ohne jene Mittel.

Anmerkungen.

1. Zuerst muß man bemerken, wenn der Halbmesser CD (Fig. 145) eines Kreises $= r$, irgend ein Stück davon $DK = x$, und die halbe auf CD senkrechte Sehne $Km = y$ ist, daß $DK:Km = Km:KA$ oder $x:y = y:2r - x$, also $y^2 = 2rx - x^2$ und $ydy = rdx - xdx$, und $dy = \frac{rdx - xdx}{\sqrt{(2rx - x^2)}}$ ist. Nun ist $Mn = dx$ und $nm = dy$, also Mm oder ds, das Differenzial des Bogens DM, als die Hypothenuse in dem rechtwinklichten Dreyecke Mnm anzusehn. Daher wird $ds^2 = dx^2 + dy^2 = \frac{r^2dx^2}{2rx - x^2}$.

Wenn also ein schwerer Punkt sich im Kreise AB (Fig. 76) durch den Bogen GBE im leeren Raume hin und her schwingt, und es sind GE, FD zwey wagrechte Linien, welche den lothrechten Halbmesser CB in H und b durchschneiden, so mache man $Bb = x$, $Fb = y$, $CB = r$, $GFB = s$. Es wird alsdann $ds = \frac{rdx}{\sqrt{(2rx - x^2)}}$ seyn, und der Punkt

durch diesen kleinen Raum in der Zeit dt gehn. Da er aber in F die Geschwindigkeit, welche der Höhe Hb zukommt, hat, und diese $= 2\sqrt{(ag - gx)}$ ist, wenn man $HB\, a$, also $Hb = a - x$ setzt, so wird $dt = \frac{r\,dx}{2\sqrt{(ag - gx)} \cdot \sqrt{(2rx - x^2)}}$, weil die Zeit dieser unendlich kleinen und gleichförmigen Bewegung sich, gerade wie der an F liegende Bogen ds, und umgekehrt wie die Geschwindigkeit in F, verhält. Wenn man hier von beiden Seiten mit $\frac{2\sqrt{g} \cdot \sqrt{2r}}{r}$ oder mit $2\sqrt{\frac{2g}{r}}$ multiplizirt, so erhält man $2dt\sqrt{\frac{2g}{r}} = \frac{dx}{\sqrt{(a-x)} \cdot \sqrt{(x - \frac{x^2}{2r})}}$

$$= \frac{dx}{\sqrt{(ax - x^2)} \cdot \sqrt{(1 - \frac{x}{2r})}}.$$

Wenn wir in der (Fig. 145) $DK = z$ und $CD = 1$ setzen, so wird $CK = 1 - z$ der Kosinus des Bogens DM. Es ist also das Differenzial des Bogens, dessen Kosinus $1 - z$ ist, oder $d \,.\, \text{Arc.} \cos.\, (1 - z) = \frac{dz}{\sqrt{(2z - z^2)}}$. Setzen wir nun $z = \frac{2x}{a}$, so wird $dz = \frac{2dx}{a}$ und $2z - z^2 = \frac{4}{a^2}(ax - x^2)$; also $d \,.\, \text{Arc.} \cos.\, (1 - \frac{2x}{a}) = \frac{dx}{\sqrt{(ax - x^2)}}$. Da nun $\sqrt{u} = u^{\frac{1}{2}}$ und $\frac{1}{\sqrt{u}} = u^{-\frac{1}{2}}$ ist, indem $\frac{1}{\sqrt{u}}$ mit $u^{-\frac{1}{2}}$ einerley Logarith-

men hat, nämlich $-\frac{1}{2}\log. u$, so wird $2\,dt\sqrt{\frac{2g}{r}}$ $= d.\,\text{Arc. cos.}\,(1-\frac{2x}{a}).\,(1-\frac{x}{2r})^{-\frac{1}{2}}$.

Die letzte Größe $(1-\frac{x}{2r})^{-\frac{1}{2}}$ kann man auf die folgende Art durch eine Reihe ausdrücken. Man setze überhaupt $(1+q)^m = a + Aq + Bq^2 + Cq^3 + \text{etc.}$, so wird, wenn $q = 0$ ist, $1 = a$. Ferner differenziire man von beiden Seiten, so ist $m\,(1+q)^{m-1}\,dq = A\,dq + 2\,Bq\,dq$ etc. Streicht man von beiden Seiten dq weg, und setzt $q = 0$, so wird $A = m$. Eben so ist $m.(m-1)\,(1+q)^{m-2}\,dq = 2\,B\,dq +$ etc. und B, wenn man $q = 0$ setzt, $= \frac{m.(m-1)}{2}$. Auf diese Art kann man die Reihe so weit ausdehnen, als man will, und es ist überhaupt, es mag m bedeuten, welche Zahl man will, $(1+q)^m = 1 + mq + \frac{m.(m-1)}{2}q^2 + \text{etc.}$ Setzt man nun $q = -\frac{x}{2r}$ und $m = -\frac{1}{2}$, so ist auf eben die Art $(1-\frac{x}{2r})^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{x}{4r} + \frac{3x^2}{32r^2} + \text{etc.}$

Es ist also $2\,dt\sqrt{\frac{2g}{r}} = d.\,\text{Arc. cos.}\,(1-\frac{2x}{a}) + d.\,\text{Arc. cos.}\,(1-\frac{2x}{a}).\,\frac{x}{4r} + \text{etc.}$ Von dem ersten Gliede ist, wie man leicht sieht, das Integral $\text{Arc. cos.}\,(1-\frac{2x}{a})$. Das zweyte Glied hat zum Integrale $\frac{a}{8r}\times\text{Arc. cos.}\,(1-\frac{2x}{a})\,-$

$\frac{\sqrt{(ax-x^2)}}{4r}$. Denn wenn man dieses Integral differenziirt, so erhält man aus dem ersten Theile $\frac{a}{8r}$ $d.\text{Arc. cos.}\left(1-\frac{2x}{a}\right)$ oder $\frac{a\,dx}{8r\sqrt{(ax-x^2)}}$. Der zweyte Theil giebt $\frac{a\,dx-2x\,dx}{8r\sqrt{(ax-x^2)}}$. Zieht man die letztre Größe von der erstern ab, so bleibt $\frac{2x\,dx}{8r\sqrt{(ax-x^2)}} = \frac{x\,dx}{4r\sqrt{(ax-x^2)}} = \frac{x}{4r}$. $d.\text{Arc. cos.}\left(1-\frac{2x}{a}\right)$. Also ist unser Integral richtig, und $2t\sqrt{\frac{2g}{r}} = \text{Arc. cos.}\left(1-\frac{2x}{a}\right)$ $+\frac{a}{8r}\text{Arc. cos.}\left(1-\frac{2x}{a}\right)-\frac{\sqrt{(ax-x^2)}}{4r}+$ etc. Da für $t=0$ auch $x=0$ ist, so braucht man hier keine beständige Größe hinzuzufügen, oder abzuziehn. Denn unser t fängt, wie x, im Punkte B an, und es ist daher t der Zeit einer halben Schwingung, oder der Zeit durch den Bogen GFB, gleich, wenn $x=a$ ist. Alsdann wird Arc. cos. $\left(1-\frac{2x}{a}\right) = \text{Arc. cos.}-1 = p$, wenn p den halben Umfang eines Kreises bedeutet, dessen Halbmesser, so wie wir ihn oben angenommen haben, 1 ist. Denn -1 der Kosinus von 180 Graden, und also der zu diesem Kosinus gehörige Bogen $=p$. Daher wird, wenn T die Zeit einer ganzen Schwingung durch GBE bedeutet: $T\sqrt{\frac{2g}{r}} = p+\frac{ap}{8r}$ $+$ etc. und $T = p\sqrt{\frac{r}{2g}}.\left(1+\frac{a}{8r}+\text{etc.}\right)$

Ist

Ist a unendlich klein, so erhält man $T = p \sqrt{\frac{r}{2g}}$. Da ein schwerer Körper in einer Sekunde durch g fällt, so ist die Zeit d des Falles durch die halbe Pendellänge, oder durch $\frac{1}{2} r = \frac{r}{2g}$, und die Zeit der unendlich kleinen Schwingung verhält sich zu d, wie p : 1, welches mit demjenigen übereinstimmt, was oben bereits aus den Eigenschaften der Radlinie bewiesen worden ist. Ist aber der Kreisbogen, in welchem sich das Pendel schwingt, nicht unendlich klein, so wird T allezeit größer als $p \sqrt{\frac{r}{2g}}$. Denn auch die übrigen Glieder unsrer Reihe werden positiv, obgleich immer kleiner. Ich habe sie hier nicht berechnet, weil man sie zur Beurtheilung des Ganges der gewöhnlichen Pendel, die, um den Widerstand der Luft zu vermeiden, immer nur kleine Schwingungen machen müssen, nicht braucht. Man kann sich mit den beiden berechneten Gliedern $1 + \frac{a}{8r}$ begnügen, aus welchen folgt, wenn jetzt t die Dauer einer unendlich kleinen Schwingung bedeutet, daß überhaupt $T = t(1 + \frac{a}{8r})$ ist.

2. Wenn an einem gewissen Orte jede unendlich kleine Schwingung eines 440 par. Linien langen Pendels eine Sekunde beträgt, und dieses Pendel schwingt sich jetzt im leeren Raume beständig durch einen Bogen GBE (Fig. 76), dessen halbe Sehne GH 3 Zoll oder 36 Lin. beträgt, so ist der Sinus von GCB oder BCE $= \frac{GH}{CB} = \frac{36}{440} = 0{,}0818181$. Also hält der Bogen GB 4° 41′ 25″. Sein Cosi-

nus ist 0,9966703 und der Sinus versus 0,0033297. Dieser giebt, mit 440 vermehrt, BH. So findet man $BH = a = 1,465$. Also wird $T = t$ $\left(1 + \frac{1,465}{3520}\right)$ und $t : T = 3520 : 3521,465$. Da also das Pendel, bey unendlich kleinen Schwingungen, in 24 Stunden 86400 Schwingungen macht, so muß, bey den größern Schwingungen von drey Zollen auf jeder Seite, die Zahl derselben in 24 Stunden $= 3520 \cdot 86400 : 3521,465 = 86364$ seyn.

Funfzigster Brief.

Wenn ein Pendel sich in einem Kreisbogen DCA (Fig. 75.) schwingt, und es stellt in irgend einem Orte G die lothrechte Linie GI seine Schwere vor, so läßt sich diese in die Tangenzialkraft GM und in die Normalkraft GL auflösen. Die letztre wird durch die Wirkung des in B befestigten Fadens, an welchem sich das Pendel schwingt, ganz vernichtet, und daher wird die Bewegung des Pendels bloß durch die erstre beschleunigt oder verzögert. Ziehn Sie die wagrechte Linie GK auf den lothrechten Halbmesser BC, und Sie sehen leicht, daß die Dreyecke BGK und GMI einander ähnlich sind. Daher wird $GM : GI = GK : BG$. Wenn folglich überall in dem Bogen ACD die Schwere des Pendels durch den Halbmesser desselben vorgestellt wird, so drückt die halbe Sehne GK, welche zu irgend einem Punkte G gehört, die Kraft aus, wodurch

das Pendel daselbst beschleunigt oder verzögert wird. Diese Kraft verhält sich also z. B. in E und D (Fig. 76), wie EH und Db, und nimmt, gegen den untersten Punkt B zu, immer mehr ab, bis sie in ihm endlich ganz verschwindet. Sie sehen hieraus, daß das Pendel, selbst bey unendlich kleinen Schwingungen, immer von einer Seite ungleichförmig beschleunigt und von der andern ungleichförmig verzögert wird. Denn von beiden Seiten des Punktes B sind allenthalben gleiche und ähnliche Kräfte vorhanden, durch welche das Pendel immer gegen B getrieben, also von einer Seite beschleunigt, von der andern aber auf eine gleiche Art verzögert wird.

Da man den Bogen einer jeden unendlich kleinen Schwingung als eine gerade Linie ansehn kann, die mit ihrem Sinus zusammenfällt, so bewegt sich ein schwerer Punkt, welcher unendlich kleine Schwingungen macht, eben so, als wenn er in einer geraden Linie FA (Fig. 25) hin und her ginge, und immerfort um desto stärker gegen ihren Mittelpunkt D gezogen würde, je weiter er sich von ihm entfernt. Ist der Punkt von einer Seite in A, so verhält sich die Kraft, mit welcher er nach D getrieben wird, wie DA; ist er in C, so verhält sie sich, wie DC. Eben so ist sie von der andern Seite, wie DE, oder DB, wenn der Punkt nach E oder B kommt, und in D verschwindet sie.

Dergleichen Bewegungen aber werden nicht bloß durch die Schwere, sondern auch durch die Federkraft erzeugt. Stellen Sie sich eine gespannte Saite vor, welche die Linie FA in D rechtwinklicht durchkreuzt, und deren Mittelpunkt in D fällt. Ziehn Sie diesen ihren Mittelpunkt gegen A oder F, und Sie begreifen sehr leicht, daß er beständig, nach D zu, zurückgezogen werden wird, und zwar um

desto stärker, je weiter Sie ihn von D abziehn; weil ein jeder elastischer Körper der Veränderung seiner natürlichen Gestalt um desto mehr widersteht, je stärker man sie zu verändern sucht. Haben Sie also den Mittelpunkt der Saite bis in A gezogen, und lassen Sie ihn hierauf los, so geht er nicht nur bis D, sondern, weil er hier eine gewisse Geschwindigkeit erlangt hat, bis F, obgleich von D bis F seine Bewegung beständig fort verzögert wird, so wie sie von A bis D beschleunigt worden war. So bald in F seine ganze Bewegung vernichtet worden ist, kehrt er wieder um, und läuft auf eine ähnliche Art bis A. Mit einem Worte: er schwingt sich völlig eben so, und durch völlig gleiche und ähnliche Kräfte, als ein Pendel, welches unendlich kleine Schwingungen macht. Daher ist auch jede seiner Schwingungen immer von gleicher Dauer, wenn gleich die eine etwas größer oder kleiner ausfällt als die andre. [1]

Auf eine ähnliche Art bewegt sich das freye Ende C (Fig. 80) einer gekrümmten Stahlfeder, deren andres Ende in A unbeweglich befestigt ist. Ziehn Sie dasselbe nach E, so geht es, so bald es frey ist, bis in D zurück. Von da kommt es wieder nach E, und schwingt sich hin und her, weil es immer um desto stärker gegen den mittleren Ort C gezogen wird, je weiter es sich von ihm entfernt, und allemal eine gewisse Geschwindigkeit hat, mit welcher es weiter geht, indem es daselbst ankommt. Daher muß auch eine gewundne Stahlfeder, deren eines Ende fest ist, wenn man sie an ihrem andern Ende noch stärker zusammen windet, und hernach losläßt, sich wieder, und zwar immer in gleichen Zeiten, abwechselnd ausdehnen und zusammenziehn, wenn anders

nicht die Reibung, oder eine andre äußerliche Ursache diese Bewegung hindert.

Huygens bediente sich dieser Eigenschaft der Stahlfedern, um dadurch die Taschenuhren zu verbessern, so wie er die Wanduhren, dadurch daß er sie mit dem Pendel verband, verbessert hatte. Die Taschenuhren werden, anstatt der Gewichte, durch eine starke gewundne Stahlfeder bewegt, die in einer Trommel, oder in einer hohlen messingnen Walze eingeschlossen, und mit ihrem einen Ende an die unbewegliche Spindel, um welche sich die Trommel drehen läßt, mit dem andern aber inwendig an die Trommel selbst befestigt ist. Von außen ist die Uhrkette um die Trommel gewunden und mit einem Ende an ihr, mit dem andern aber an der Schnecke, einer Art von kegelförmiger Spindel, befestigt. Diese ist, vermittelst eines Sperrrades, mit dem Räderwerke der Uhr so verbunden, daß sie sich zwar nach einer Seite willig drehen läßt, nach der andern aber nicht zurückgedreht werden kann, ohne das ganze Werk in Bewegung zu setzen. Wenn man daher die Schnecke vermittelst des Uhrschlüssels umdreht, und so die Uhr aufzieht, so wickelt sich die Kette auf die Schnecke auf, und die Trommel muß sich zugleich um ihre unbewegliche Spindel drehen, wodurch die eingeschloßne Feder stärker zusammengewunden wird. Sie fängt also an sich zurückzuziehn, zieht, indem sie dieses thut, die Trommel, Kette und Schnecke mit sich, und setzt dadurch die ganze Uhr in Bewegung. Je mehr sich aber die Uhrfeder nach und nach ausdehnt, um desto mehr nimmt ihre Kraft ab. Daher würde die Feder sehr ungleich wirken, und den Gang der Uhr höchst ungleichförmig machen, wenn die Schnecke, um welche sich die Kette beym Auf-

ziehn der Uhr wickelt, nicht kegelförmig wäre. Denn wegen dieser Gestalt entfernt sich der Punkt der Oberfläche der Spindel, an welchem eigentlich die Kette zieht, nach und nach immer weiter von der Axe, um die sich die Schnecke dreht, je mehr sich die Uhrfeder ausdehnt. Nun ist aber jene Entfernung eigentlich die Entfernung der Kraft vom Drehungspunkte, und es bleibt also das Moment der Kraft immer einerley, wenn die Entfernung in ebendemselben Verhältnisse größer wird, in welchem die Kraft abnimmt. Bey dem Drehen der Körper aber kommt alles auf die Momente der Kräfte, und nicht auf die Kräfte selbst an. Daher kann bey dieser Einrichtung die Uhrfeder den Gang der Uhr nicht weiter ungleichförmig machen.

Die Taschenuhren waren vor Huygens Zeiten völlig eben so eingerichtet, wie die Wanduhren. Sie hatten eben eine solche Hemmung, und eine Unruhe, deren Bewegung bloß von der Wirkung des Räderwerks abhing, und also sehr unregelmäßig war. Ein Pendel konnte man hier nicht anbringen, weil eine Taschenuhr nicht bloß im Hängen, sondern auch im Liegen, und in jeder Lage, gehen sollte. Huygens hatte daher den sinnreichen Einfall, die Stelle eines Pendels durch eine feine stählerne Spiralfeder zu ersetzen. Diese befestigte er mit einem Ende an der Spindel der Unruhe, und mit dem andern an einem über der obern Platte der Uhr, welche die Räder bedeckt, hervorragenden Theile; und zwar so, daß sie übrigens ganz frey gleichsam in der Luft hing. So wie nun die Unruhe sich hin und her drehte, wurde diese feine Spielfeder wechselsweise stärker zusammen und aus einander gewunden. Da diese abwechselnden Zusammenziehungen und Ausdehnungen

der Windungen der Spiralfeder immer in gleichen Zeiten geschahen, so wurde dadurch auch die Bewegung der Uhr viel gleichförmiger, und jeder Gang der Unruhe hin und her erhielt eine gleiche Dauer, er mochte etwas größer oder kleiner seyn, weil sich die Unruhe nicht bewegen konnte, ohne die Feder zugleich mit in Bewegung zu setzen. Daher war die Verbesserung der Taschenuhren durch die Spiralfeder des Huygens auch so augenscheinlich, daß man sie in kurzer Zeit allenthalben einführte. Sie können diese Feder, so wie alle andre Theile, von welchen ich geredet habe, in jeder Taschenuhr sehen, wenn Sie sie öffnen und mit einiger Aufmerksamkeit betrachten wollen; und diese so gemeinen und so nützlichen Werkzeuge verdienen es doch wohl, daß Sie ihre Zusammensetzung kennen lernen, besonders da man auch bey vielen physischen Versuchen sich zur Abmessung der Zeit ihrer bedienen muß, und man bey ihrem Gebrauche oft in Verlegenheit geräth, wenn man ihre Zusammensetzung nicht kennt.

Indessen wirkt die Spiralfeder lange so kräftig nicht auf die Uhren als das Pendel. Wenn man eine abgelaufne ruhende Pendeluhr aufzieht, so bewegt sie sich nicht eher, als bis man das Pendel anstößt; aber eine Taschenuhr fängt gleich an zu gehn, und stößt selbst ihre Unruhe hin und her, so bald sie aufgezogen wird. Aus dieser Ursache und wegen der Art der Hemmung ist der Gang der Taschenuhren nie so gleichförmig, als der Gang der Pendeluhren.

Diese kann man zwar allenthalben gebrauchen, wo sie sich fest aufhängen lassen; aber auf den Schiffen, welche, besonders beym Sturme, immer hin und her schwanken, sind sie unbrauchbar. Und

dennoch sind hier sehr richtige Uhren, zur Bestimmung der geographischen Länge der Oerter, vorzüglich nothwendig. Man hat sich daher, besonders in England, sehr viele Mühe gegeben, dergleichen vollkommne Uhren ohne Pendel zu Stande zu bringen. Harrison war der erste, welcher in dieser Absicht mit glücklichem Erfolge arbeitete, und dafür vom Englischen Parlemente eine ansehnliche Belohnung erhielt. Nach der Zeit hat man diese neue Art von Uhren, welche man Zeitmesser (Timekeeper. Chronometre) oder Seeuhren nennt, durch eine vollkommnere Hemmung, durch die Uebermacht, welche man der Spiralfeder der Unruhe über das Räderwerk zu geben, und die Art, wie man sie vor dem Einflusse der Kälte und Wärme zu sichern gewußt hat, noch vollkommner gemacht, so daß sie den Pendeluhren an Genauigkeit gleich kommen.

Es ist selbst zu Lande, und noch mehr zur See ungemein schwer, die geographische Länge eines Orts durch Astronomische Beobachtungen richtig und genau zu bestimmen. Zudem ereignen sich die Finsternisse der Sonne und des Mondes, oder die Bedeckungen der Fixsterne vom Monde, zu selten, als daß man auf sie, zum Gebrauche der Schiffahrt, Rücksicht nehmen könnte. Die Verfinsterungen der Trabanten des Jupiters fallen zwar öftrer vor; allein theils ist Jupiter jährlich fast zwey Monate lang unter den Sonnenstrahlen verborgen, theils macht das Schwanken der Schiffe die Beobachtungen durch etwas lange Fernröhre fast unmöglich, theils fehlt es noch an recht genauen Tafeln über die sämmtlichen Trabanten. Daher ist die Methode, die Entfernung des Mondes von gewissen Fixsternen, nebst beider Höhen zu beobachten, und durch

die letztern die erstre auf den Mittelpunkt der Erde zurückzubringen, die brauchbarste und beste, um durch Beobachtungen des Himmels auf einem Schiffe die geographische Länge zu finden. Denn der Mond verändert seine Entfernung von den Fixsternen so schnell, nämlich fast einen halben Grad in jeder Stunde, und die Maierischen Mondtafeln sind so genau, daß man leicht, wenn man nach ihnen jene Entfernung z. B. nach pariser Zeit berechnet, und sie mit der Zeit auf dem Schiffe vergleicht, die Entfernung des Schiffes von Paris, nach der Länge, genau genug finden kann.

Indessen bleibt allemal die Methode, vermittelst eines guten Zeitmessers die geographische Länge eines Ortes zu finden, unter allen übrigen die leichteste und genaueste sowohl zur See, als auch auf dem festen Lande. Wenn man den Zeitmesser z. B. nach der mittleren pariser Zeit stellt, so zeigt er an jedem Orte immer dieselbe Zeit, aus der sich die wahre Zeit jedesmal ohne Mühe finden läßt. Die wahre Zeit aber des Orts, wo man sich befindet, läßt sich durch Beobachtung der Höhe der Sonne oder der Sterne, und aus der Vergleichung dieser mit der pariser Zeit der Unterschied der Längen, leicht finden.

Anmerkung.

1. Es sey $DA = DF = a$, $AC = x$, also $DC = a - x$ und der bewegte Punkt habe in C die Geschwindigkeit c, so ist das Differenzial der Zeit $dt = \frac{dx}{c}$, weil die in der Zeit dt erzeugte Geschwindigkeit dc, in Ansehung der ganzen Geschwindigkeit c, für nichts zu achten ist. Nun kann die nach D ge-

hende Kraft f, während dt, als gleichförmig angesehen werden. Daher wird $2gfdt = dc$ (26. Br. 1. Anm.) also $2gfdx = cdc$. Ist nun f, wie wie wir hier annehmen, $= E(a-x)$, indem E irgend eine beständige Grösse bedeutet, so wird $E(2gadx - 2gxdx) = cdc$, also $(2gax - gx^2)E = \frac{1}{2}c^2$, und es braucht hier keiner beständigen Grösse, da $c = o$ ist, wenn $x = o$ ist. Daher ist $c = \sqrt{2gE.(2ax - x^2)}$, und dt

$$= \frac{dx}{\sqrt{2gE}\sqrt{(2ax - x^2)}} = \frac{1}{\sqrt{2gE}} d.\,\text{Arc.}\cos.\left(1 - \frac{x}{a}\right).$$

Also wird $t = \frac{1}{\sqrt{2gE}}\,\text{Arc.}\cos.\left(1 - \frac{x}{a}\right)$. Ist nun $x = a$, so wird der Cosinus $1 - \frac{x}{a} = o$, und daher arc. cos. $\left(1 - \frac{x}{a}\right)$ von 90 Graden, oder $= \frac{1}{2}p$, wenn p der halbe Umfang des Kreises ist, dessen Halbmesser man zur Einheit annimmt. Ist also T die Zeit der ganzen Schwingung von A nach F, so hat man $T = \frac{p}{\sqrt{2gE}}$. Da also T gar nicht von a, oder von der Grösse der Linie AF, abhängt, so folgt, daß grössre und kleinere Schwingungen auch hier von völlig gleicher Dauer sind.

Ein und funfzigster Brief.

Durch die genauesten und sorgfältigsten Versuche hat man sich überzeugt, daß das einfache Sekundenpendel allenthalben auf der Erde gegen die Pole zu immer länger wird, und daß sich die Zunahme seiner Länge, vom Aequator an, in jedem Orte sehr genau wie das Quadrat des Sinus der Breite des Orts verhält. Hieraus folgt, daß auch die Elementarkraft der Schwere vom Aequator gegen beide Pole zu in demselben Verhältnisse *) zunimmt; und diese Zunahme ist ein unmittelbarer und augenscheinlicher Beweis, daß die Erde sich wirklich um ihre Axe dreht.

Denn die Theile eines jeden Körpers erlangen gewisse Schwungkräfte, durch welche ihr Zusammenhang mit dem Körper mehr oder weniger geschwächt wird, so bald sich dieser um eine Axe dreht. Dieses allgemeine Gesetz muß auch bey unsrer Erde Statt finden, und die Verschiedenheit der Schwungkräfte in den verschiednen Gegenden der Erde muß machen, daß die Schwere, wodurch alles, was sich auf der Erde befindet, mit ihr zusammenhängt, an einem Orte mehr oder weniger geschwächt wird als am andern. Denn nicht nur die Körper, welche auf der Erde liegen, sondern auch die, welche aus der Luft auf sie herabfallen, nehmen an der Drehung der Erde Theil, weil sich die Erde nicht bloß mit allen auf ihr befindlichen Körpern, sondern auch mit ihrer ganzen Atmosphäre, um ihre Axe dreht.

*) Man sehe den sechs und vierzigsten Brief.

Also haben alle Körper auf der Erde, sie mögen ruhen oder sich bewegen, gewisse Schwungkräfte, durch welche ihre Schwere bald mehr bald weniger verringert wird. Um dieses deutlicher einzusehn, stellen Sie sich irgend einen Mittagskreis der Erde vor, die wir bey dieser Untersuchung vorerst als eine vollkommne Kugel ansehn können. N (Fig. 88) mag der Nordpol, S der Südpol, C der Mittelpunkt, NS die Axe, CA ein Halbmesser des Aequators, B irgend ein Punkt außer dem Aequator, BD auf NS senkrecht und mit AC parallel, und BE auf AC senkrecht seyn. Dreht sich nun die Erde um ihre Axe NS, so beschreibt der Punkt A einen Kreis vom Halbmesser AC, und B zugleich einen Kreis vom Halbmesser BD. Da sich nun die Kreise, wie ihre Halbmesser, verhalten, so sind auch die Geschwindigkeiten C und c der Punkte A und B, wie AC zu BD. Es verhält sich also die Elementarkraft des Schwunges F in A zu der ähnlichen Kraft f in B, wie $AC : BD$ *) $= BC : CE = 1 : \cos. a$, und es ist also $f = F . \cos. a$, indem ich den Winkel ACB, der die geographische Breite des Orts B ausdrückt, a nenne. Die Richtung von F ist CA, und die der Schwungkraft f ist DB oder BF.

Stellt also BF die Schwungkraft f in B vor, und ist BH senkrecht auf CB, FH aber senkrecht auf BH, so läßt sich jene Kraft, wenn man das Rechteck BGFH beschreibt, in die beiden Kräfte BG und BH auflösen, von denen die nach C gerichtete Schwere bloß durch die erstre vermindert werden kann. Wir wollen diese Kraft p nennen, so ist $f : p = BF : BG$. Nun aber sind die Drey-

*) Man sehe den fünf und dreyßigsten Brief.

ecke FGB und BEC einander ähnlich, und der Winkel GBF ist = a oder = BCE. Also wird $f : p = 1 : \cos. a$ und $p = f . \cos. a = F . (\cos. a)^2$. Nehmen wir nun an, daß die Schwere, welche überall auf der Erde Statt finden würde, wenn sie sich nicht drehte, oder die absolute Schwere, durchgehends von einerley Größe, und = G seyn würde, so ist die Schwere, die man jetzt wirklich auf der sich drehenden Erde antrifft, oder die relative Schwere, unter der Linie, = G — F, weil hier die Schwungkraft der Schwere gerade entgegengesetzt ist. In B hingegen ist die relative Kraft der Schwere $= G - F (\cos. a)^2$, also größer als in A, theils weil f an sich schon kleiner ist als F, theils weil f nicht der Schwere gerade entgegen geht. Die relative Schwere ist also in B größer als in A, und ihre Zunahme von A bis B, welche ich q nennen will, erhält man, wenn man die Schwere in A von der in B abzieht. Es ist demnach $q = G - F . (\cos. a)^2 - G + F = F (1 - (\cos. a)^2) = F . (\sin. a)^2$. Folglich verhalten sich die Zunahmen der Schwere, wenn man von der Linie gegen den einen oder den andern Pol immer weiter fortgeht, wie die Quadrate der Sinus der geographischen Breite, wenn es anders gewiß ist, daß die Erde sich um ihre Axe dreht. Da nun die Pendel, welche allenthalben bloß von der relativen Schwere bewegt werden, zeigen, daß diese Schwere wirklich in dem erwähnten Verhältnisse gegen die Pole zunimmt, so läßt sich auch an der Drehung der Erde um ihre Axe nicht weiter zweifeln.

Richer, ein Französischer Astronom, war der erste, welcher im Jahre 1672 auf der Insel Cayenne, wohin er geschickt worden war, um den

Himmel zu beobachten, bemerkte, daß das Sekundenpendel nahe an der Linie kürzer ist als zu Paris. Seine Uhr, die er in Paris aufs richtigste gestellt hatte, daß daselbst ihr Pendel Sekunden schlug, ging in Cayenne, unter 5 Grad nördlicher Breite, in 24 Stunden um 2 Min. 28 Sek. zu langsam; und als er daselbst das Pendel so lange verkürzte, bis es ganz genau Sekunden schlug, so fand er es, bey seiner Rückkehr nach Paris, um $1\frac{1}{4}$ Linie kürzer, wie das dortige Sekundenpendel. Er schloß hieraus mit Recht, daß die Schwere, gegen die Linie zu, abnehmen müsse. Zwar glaubten damals einige, daß die größere Wärme in Cayenne die Pendelstange verlängert habe, und ganz allein an der Verschiedenheit, die Richer bemerkt hatte, Ursache sey; allein Newton zeugte unleugbar den Ungrund dieses Vorgebens, und daß die verschiedne Wärme höchstens einen Unterschied von $\frac{1}{4}$ Linie in der eisernen Stange des Sekundenpendels habe hervorbringen können.

Die Bemerkung des Richer machte viel Aufsehens, als sie allgemein bekannt wurde, und man fing nach und nach an vielen Oertern an, die Länge des Sekundenpendels sorgfältig zu beobachten. Allein dergleichen Beobachtungen erfordern eine ganz außerordentliche Genauigkeit, und weil man diese Anfangs nicht anwendete, so kann man sich auch auf die ältern Bestimmungen der Länge der Sekundenpendel gar nicht verlassen. Denn da selbst zwischen Cayenne und Paris der Unterschied in dieser Länge nur etwa eine pariser Linie beträgt, wie klein muß er nicht zwischen andern Oertern seyn, deren Breiten viel weniger verschieden sind? Man muß also bey den Versuchen zur Bestimmung der Pendellän-

gen auch die geringsten Kleinigkeiten nicht vernachlässigen.

Daher sind selbst gut gearbeitete Pendeluhren zu dergleichen Versuchen nicht zulänglich, weil die Schwingungen ihrer Pendel nicht frey, sondern dem Einflusse des Räderwerks der Uhr unterworfen sind, und dieser sich gar nicht nach der Veränderung der Schwere richtet. Aus dieser Ursache ist unter andern die Bestimmung der Pendellänge von Upsal des Prof. Celsius unzuverlässig. Auch besonders zu dergleichen Versuchen gemachte Werkzeuge mit Pendeln, die nach Art der Uhren eingerichtet sind, kann man nicht sicher gebrauchen, obgleich sie brauchbarer sind als die Uhren, wenn sie sehr gut gearbeitet, sehr einfach und so eingerichtet sind, daß ihr Pendel sich fast ganz frey schwingt, ohne durch die Hemmung merklich gestört zu werden. Indessen sind ihnen allemal bloße unveränderliche Pendel, ohne alles Räderwerk, vorzuziehn. Sie bestehn aus einer dünnen, metallnen, unten mit einer schweren Kugel oder Linse versehnen Stange, die an einer horizontalen Axe hängt. Sie ist mit der Kugel ganz fest verbunden, und ihre Axe ist nicht rund, sondern herzförmig, so, daß sie nach unten in eine Schärfe zusammengeht, die auf einer wagrechten Unterlage ruht. Durch diese Einrichtung, deren man sich auch bey den Wagebalken bedient, wird die Reibung, wenn alles gehörig gehärtet und poliert ist, oder vielmehr das Moment der Reibung, so vermindert, daß ein solches Pendel, wenn man es einmal losläßt, seine Schwingungen tagelang fortsetzt.

Eine wesentliche Bedingung bey den Versuchen zur Vergleichung der Schwere zweyer Oerter ist die, daß man das unveränderliche Pendel an beiden Oertern

in völlig gleicher Wärme hält, wie die Französischen Meßkünstler 1737 in Lapland thaten. Denn wenn man, nach dem Beyspiele der Engländer, auf ihrer letzten Untersuchungsreise zum Nordpole im Jahre 1773, die Länge des Pendels bloß durch Rechnung von einem Grade der Wärme auf den andern zurückbringt, so erhält man nie etwas Zuverlässiges; theils weil das feste Metall die Wärme viel langsamer annimmt, als das Quecksilber des Thermometers, theils weil es sich sehr ungleichförmig ausdehnt, wenn gleich die Wärme gleichförmig zunimmt, theils weil verschiedne Gattungen selbst von einerley Metalle sich oft auf verschiedne Art ausdehnen. Außerdem müssen auch die Schwingungen des Pendels an beiden Oertern, deren Schweren man vergleichen will, von gleicher Größe seyn. Das Pendel der Französischen Meßkünstler ging um $3\frac{1}{2}$ bis 4 Sekunden täglich geschwinder, wenn es immer nur durch 3 Grade lief, anstatt 4 Gr. 20 Min. zu beschreiben. Und das unveränderliche Pendel des Herrn Mallet machte, wenn man es Anfangs so stark anstieß, daß seine Schwingung 8 Linien betrug, nach 12 Stunden nur Schwingungen von einer Linie. Daher muß man einem solchen Pendel an beiden Oertern, die man vergleicht, Anfangs eine gleiche Bewegung geben, und es sich hernach selbst überlassen.

Neben dem unveränderlichen Pendel muß man eine recht gute und zuverlässige Uhr haben, deren Gang man dadurch prüft und bestimmt, daß man den Durchgang eines Fixsterns durch den Meridian verschiedne Mal nach einander beobachtet. So weiß man, wie viele Schwingungen die Uhr in 24 Stunden Sternzeit macht, und eben dasselbe erfährt man auch von dem Pendel, wenn man seinen Gang mit dem Gange der Uhr vergleicht. Gesetzt nun die Zahlen

len der Schwingungen, welche dasselbe Pendel in einerley Zeit, bey einerley Wärme, an zwey verschiedenen Oertern macht, verhalten sich wie $1 : a$, so sind auch die Dauern jeder einzelnen Schwingung desselben Pendels an beiden Oertern in demselben Verhältnisse. Man muß also das Pendel an dem einen Orte in dem Verhältnisse von $1 : a^2$ verkürzen oder verlängern, wenn es daselbst eben so geschwinde schlagen soll, als an dem andern Orte; und in demselben Verhältnisse $1 : a^2$ sind daher auch die Längen der Sekundenpendel und die Kräfte der Schwere an beiden Oertern. *)

Noch viel mehrere Genauigkeit erfordern die Versuche, wenn man die Länge des Sekundenpendels an einem gewissen Orte nicht durch Vergleichung, sondern unmittelbar, richtig bestimmen will. Man nimmt hierzu am besten ein physisches einfaches Pendel, welches aus einem feinen Goldfaden, oder noch besser aus einem Faden von Aloe (fil de pite) und einer sehr schweren kleinen Kugel von Platina, Silber oder Bley besteht. Man kann auch dem schweren Körper die Gestalt zweyer vereinigter Kegel geben, indessen muß seine Gestalt äußerst regelmäßig und nach allen ihren Ausdehnungen aufs genaueste ausgemessen seyn. Der Faden wird oben so eingeklemmt, daß er sich mit seiner Kugel ganz frey schwingen kann, und die Hauptsache ist die Entfernung seines untersten Punktes vom Aufhängepunkte aufs allergenaueste zu messen, und bis auf Hunderttheile einer Linie richtig zu bestimmen. Zu dem Ende muß nicht nur der Maßstab, dessen man sich bedient, äußerst sorgfältig eingetheilt seyn, sondern man muß auch auf den Grad der Wärme Rücksicht nehmen, bey

*) Man sehe den sechs und vierzigsten Brief.

welchem der Maßstab eingetheilt worden ist, und bey welchem man die Länge des einfachen Pendels mit ihm mißt. So fand Bouguer in Amerika, daß sein eiserner Maßstab, wenn er ihn aus der Stadt Quito herunter ans Ufer des Meers brachte, durch die Wärme so ausgedehnt wurde, daß zu der am Meere gefundenen Länge des einfachen Sekundenpendels von 439,07 Linien 0,075 par. Linien hinzugefügt werden mußten, um sie auf die Wärme von Quito zurückzubringen. Und der Herr von Borda bediente sich, bey den außerordentlich genauen Versuchen, durch welche er 1792 die Länge des parisen Sekundenpendels auf 440,6 Linien bestimmt hat, eines Pendels und eines von Platina gemachten Maßstabes von 12 Fuß. Der letzre aber war mit einem sehr empfindlichen Metallthermometer versehn, und äußerst genau eingetheilt.

Auch hier muß man durch eine gute astronomische Uhr, und die Beobachtung der Durchgänge eines Fixsterns durch den Meridian, die Dauer der Schwingungen des einfachen physischen Pendels aufs genaueste bestimmen. Den Ort des Schwingungspunkts dieses Pendels muß man ferner sorgfältig berechnen, woraus sich leicht die Länge des einfachen Sekundenpendels an dem Orte der Beobachtung finden läßt. Diese muß noch auf den leeren Raum zurückgebracht, und wegen der Größe der Schwingungen gehörig verbessert werden. *)

*) Man sehe den sechs und vierzigsten und neun und vierzigsten Brief, 2. Anmerk.

Zwey und funfzigster Brief.

Den meisten Versuchen zur Bestimmung der Länge des einfachen Sekundenpendels fehlt es, wenn man sie gehörig untersucht, an Genauigkeit. Wenn man indessen unter denen, welche die genauesten zu seyn scheinen, drey wählen soll, deren Oerter am weitsten von einander entfernt sind, um daraus am sichersten die Zunahme der Schwere auf der Erde herleiten zu können, so glaube ich, daß man die außerordentlich genaue Bestimmung des Herrn von Borda zu Paris, die des Bouguer unter der Linie, und die des Herrn Mallet zu Ponoi unter 67° 4½' Breite wählen müsse. Die beiden letztern Bestimmungen sind wahrscheinlich bis auf zwey oder drey Hunderttheile einer Linie nicht ganz zuverlässig. Setzt man aber den Aequinokzialpendel, dessen Länge Bouguer nach allen nöthigen Verbesserungen, auf 439,21 Linien bestimmt hatte, auf 439,23 Linien, und den Sekundenpendel zu Ponoi, der nach Mallets Beobachtungen, wenn man ihn mit dem pariser Sekundenpendel vergleicht, und diesen auf 440,6 Linien setzt, 441,25 Linien halten müßte, auf 441,28 Linien, so zeigt sich, daß man das Quadrat des Sinus der Breite nur mit 2,42 vermehren müsse, um die Zunahme der Schwere an jedem andern Orte der Erde zu finden. So wird, nach dieser Berechnung, das einfache Sekundenpendel von Paris, wie es auch Borda gefunden, von 440,6; das von Gotha, so wie es Herr von Zach durch die genauesten Versuche bestimmt hat, von 440,69 Linien, und auch das von Petersburg, Rom

und Leiden, welche alle sehr sorgfältig bestimmt worden sind, stimmt mit der Erfahrung sehr genau überein. Das von Pello in Lapland wird zwar um $\frac{6}{100}$ einer Linie länger, als es nach der Angabe des Maupertuis seyn sollte, wenn man das pariser Pendel zu 440,6 Linien annimmt; allein Maupertuis bediente sich eines Pendels mit Rädern, und dergleichen Werkzeuge geben das Verhältniß der Pendellängen an verschiednen Oertern immer etwas zu klein an, weil ihr Pendel allemal zum Theil mit von dem Räderwerke beschleunigt wird, und dieser Theil der Beschleunigung sich wenig oder gar nicht ändert, wenn gleich die Schwere wächst oder abnimmt.[1]

Sie sehen also, daß die Schwere, nach den genauesten und richtigsten Beobachtungen, vom Aequator gegen die Pole zu, sehr genau im Verhältnisse der Quadrate der Sinus der Breiten zunimmt. Unter dem Pole selbst, wo der Sinus der Breite = 1 ist, müßte das einfache Sekundenpendel 439,23 + 2,42, oder 441,65 par. Linien lang seyn. Die relative Schwere unter der Linie verhält sich also zu der unter dem Pole, wie 439,23 : 441,65 oder wie 179 : 180, und in demselben Verhältnisse müßte auch die halbe Axe der Erde zum Halbmesser des Aequators seyn, wenn die Erde ganz flüssig wäre. Denn in diesem Falle müßten ihre nach dem Mittelpunkte gehende Säulen allenthalben im Gleichgewichte, also auch gleich schwer seyn. Da nun die von dem Pole nach dem Mittelpunkte gehende Säule überall im Verhältnisse von 180 : 179 eigenthümlich schwerer seyn würde, als die ähnliche von irgend einem Orte des Aequators zum Mittelpunkte gehende Säule,

so müßten die Längen beider Säulen sich umgekehrt verhalten, wie ihre eigenthümliche Schweren.

Wäre die Erde eine durchaus gleichartige vollkommne Kugel, so würde die absolute Schwere überall auf ihr völlig einerley seyn. Denn es wäre nicht die geringste Ursache da, warum ein Körper von ihr an einem Orte ihrer Oberfläche stärker angezogen werden sollte, als an dem andern. Sie haben gesehen, daß in diesem Falle die relative Schwere, so bald die Erde sich um ihre Axe dreht, gegen die Pole zu, überall wie das Quadrat des Sinus der Breite zunehmen muß. Nun ist die Erde zwar von einer Kugel verschieden, aber dennoch so wenig, daß dieser Unterschied in das Verhältniß der relativen Schwere an verschiednen Oertern keinen merklichen Einfluß haben kann.[2] Wäre sie indessen in ihrem innern Baue sehr ungleichartig, so würde auch in der Zunahme der Schwere diese Ungleichartigkeit merklich seyn. Allein es ist aus verschiednen Umständen, und selbst aus den Versuchen mit den Pendeln, gar nicht wahrscheinlich, daß ihre Masse sehr ungleichartig seyn sollte.

Die Größe der Schwungkraft unter der Linie, welche aus der Drehung der Erde entsteht, finden Sie auf folgende Art. Der Halbmesser des Aequators hält an 3281712 par. Klafter oder 19690272 Fuß. Berechnen Sie hieraus seinen ganzen Umfang, den jeder Punkt unter der Linie in 86164 Sek. einmal durchläuft, so finden Sie die Geschwindigkeit eines solchen Punkts, oder den Raum, durch den er in jeder Sekunde gleichförmig geht, 1435 Fuß groß. Nun ist die Schwungkraft $f = \frac{c^2}{2rg}$,

wenn c die Geschwindigkeit der Drehung, r den Halbmesser des durchlaufnen Kreises und g den Raum, durch welchen unter der Linie ein schwerer Körper in einer Sekunde fällt, bedeutet. *) Setzen Sie diesen = 15 Fuß, so sehen Sie, daß unter der Linie die aus der Drehung der Erde entsprin-gende Schwungkraft $\frac{1}{288,7}$ der dortigen relativen Schwere ausmacht. Folglich ist dort die absolute Schwere $= 1 + \frac{1}{288,7}$, oder sie verhält sich zu der relativen Schwere daselbst, wie 289,7 : 288,7. Das einfache Sekundenpendel, welches dort 439,23 Linien hält, würde folglich 440,75 Linien ohne die Schwungkraft lang seyn. Also verhält sich die absolute Schwere unter der Linie zu der absoluten Schwere unter dem Pole, wie 440,75 : 441,65, bey-nahe wie 880 : 881. Sie ist also überhaupt auf der ganzen Erde allenthalben fast von gleicher Größe, aber dennoch unter der Linie etwas kleiner als unter dem Pole.

Zuweilen muß man bey den Versuchen mit den Pendeln selbst auf die Lage eines Orts sehn, weil die Schwere mit der Entfernung vom Mittelpunkte der Erde abnimmt. So fand Bouguer in Quito, welche Stadt eine außerordentlich hohe Lage hat, das Sekundenpendel merklich kürzer als am Ufer des Meeres. Hier war es 36 Zolle 7,21 Linien, dort, 1466 Klaftern über dem Meere, 36 Zolle, 6,88 Lin., und auf dem Pichincha, 2434 Klaftern über dem Meere, nur 36 Zolle 6,69 Lin. lang.

*) Man sehe den sechs und dreyßigsten Brief.

Außer der Linie wird die Schwere durch die Schwungkräfte nicht nur vermindert, sondern auch in ihrer Richtung verändert. Es entsteht nämlich in jedem Punkte der Erdfläche B (Fig. 88) außer der Kraft BG, noch eine Tangenzialkraft q nach BH aus der Schwungkraft f, die nach BF gerichtet ist, und man hat $q:f = DC:CB = \sin. a : 1$, wenn a den Winkel BCA oder die Breite des Ortes B bedeutet. Also ist $q = f . \sin. a$, und da $f : F$, oder zu der Schwungkraft in A, sich wie $DB : CA = \cos. a : 1$ verhält, also $f = F . \cos. a$ ist, so wird $q = F . \sin. a . \cos. a = \frac{1}{2} F . \sin. 2a$. Diese von B nach H gerichtete Kraft ist also unter einer Breite von 45° am größten, weil der Sinus von 2 . 45° der größte mögliche, nämlich 1 ist. Hier macht sie $\frac{1}{2}$ F oder die Hälfte von $\frac{1}{288}$ der Schwere, das ist: 0,001735 von BC aus, wenn man die Schwere überall als beständig ansieht und durch den Halbmesser BC ausdrückt. Wenn Sie daher ein Rechteck zwischen BH und BC beschreiben, so sehen Sie, daß aus der Schwere und der Kraft BH, weil sich beide überall vereinigen, im 45° der Breite, eine zusammengesetzte Kraft entsteht, deren Richtung mit BC einen Winkel von 5′ 58″ macht, weil der Sinus dieses Winkels = 0,001735 ist. Um so viel weicht also hier die Richtung der Schwere von der nach dem Mittelpunkte der Erde gerichteten Linie ab, und ähnliche Abweichungen müssen überall auf der Erde, außer der Linie, in jeder andern Breite, wiewohl in geringerm Grade, Statt finden.

Hätte also die Erde einen vollkommen kugelförmigen festen Kern, der allenthalben mit zusammenhängenden Meeren bedeckt wäre, so würden

diese durch die Drehung der Erde von allen Seiten gegen den Aequator zu getrieben worden seyn, und sich dort meilenhoch angehäuft haben, weil kein Gewässer eher ruhig bleiben kann, als bis die Richtung der Schwere senkrecht auf seine Oberfläche ist. Die Erde würde also schon dadurch die Gestalt einer um die Pole herum abgeplatteten Afterkugel erhalten haben.

Auf diese Art stellte Huygens sich die Erde vor. Er nahm die absolute Schwere überall von gleicher Größe, und die krumme Linie NBASN, welche die um den Aequator angehäuften Meere bilden, so bald sie ins Gleichgewicht kommen und ruhen, für eine Ellipse an. Indem er nun die Abmessungen dieser Ellipse auf den Fall berechnete, wenn die aus BC und BH zusammengesetzte Kraft allenthalben auf den Umfang der Ellipse senkrecht ist, fand er, daß ihre beiden Axen sich wie 576 : 577 verhalten müßten, und in eben demselben Verhältnisse glaubte er müsse auch die Axe der Erde zu dem Durchmesser ihres Aequators seyn.

Allein wenn die Erde auf diese Art gebaut, wenn ihr fester Kern vollkommen kugelförmig und gleichartig, also auch die absolute Schwere überall von gleicher Größe wäre, so müßte in dem heißen Erdstriche alles mit unergründlichen Meeren bedeckt, gegen die Pole zu aber nichts als festes Land vorhanden seyn. Also beweisen die grossen Strecken Landes, die man selbst unter der Linie, und die ungeheuern Meere, welche man um den einen und den andern Pol, vorzüglich aber um den südlichen findet, ganz offenbar, daß selbst der feste Kern unsrer Erde nicht vollkommen kugelförmig, sondern

unter der Linie höher ist als unter den Polen. Dieser Schluß wird dadurch bestätigt, daß auch die übrigen Planeten, die sich um ihre Axe drehen, Afterkugeln, und an den Polen zusammengedrückt, um ihren Aequator aber merklich erhaben und gleichsam angeschwollen sind.

Eine solche Gestalt aber konnten die Planeten nur alsdann durch die Drehung erhalten, wenn sie im Anfange durchaus flüssig oder wenigstens weich waren. Wenn Sie eine weiche Kugel etwas schnell um eine gewisse Axe drehen, so werden Sie bald sehen, daß sie sich um ihren Aequator erhebt, und unter ihren Polen senkt.[8] Also müssen wir annehmen, daß auch von unsrer Erde, selbst der jetzt feste Kern, im ersten Anfange weich oder flüssig war, und durch die Drehung um seine Axe die Gestalt einer Afterkugel, die er jetzt wirklich hat, angenommen habe. Eben dieses muß auch der Fall bey allen übrigen Planeten gewesen seyn.

Durch diese Gründe wurde Newton bewogen, die ganze Erde als Anfangs völlig flüssig, wie Wasser, anzunehmen, und zu untersuchen, welche Gestalt sie bey der Geschwindigkeit, mit welcher sie sich wirklich dreht, habe erhalten müssen, nachdem sie in ihrem Innern allenthalben sich ins Gleichgewicht gesetzt hatte, und die Richtung der relativen Schwere überall auf ihre Oberfläche senkrecht, also diese allenthalben vollkommen wagrecht geworden war. Aber auch Newton setzte voraus, daß jene Gestalt elliptisch und die Masse der Erde durchaus völlig gleichartig gewesen sey. Er fand unter dieser Voraussetzung das Verhältniß der

Erdaxe zu dem Durchmesser ihres Aequators, der Theorie der allgemeinen Schwere gemäß, wie 229:230.

Da aber dieser Beweis des Newton in verschiednen Absichten unvollständig, dunkel und mangelhaft war, so bemühten sich nachher zwey große Meßkünstler, Mac-Laurin und Clairaut, ihn weitläuftiger auseinander zu setzen und zu ergänzen. Sie zeigten, daß das eigentliche Verhältniß der Abplattung der Erde nicht 229:230, wie es Newton angegeben, sondern 230:231 sey, und daß die Erde, wenn sie eine gleichartige Wasserkugel wäre, bey der Drehung, welche sie wirklich hat, die Gestalt einer Ellipsoide, deren Hauptaxen sich wie 230:231 verhalten, würde annehmen müssen, um nicht nur in allen ihren innern Theilen, sondern auch von außen, völlig im Gleichgewichte zu bleiben, weil alsdann ihre Oberfläche überall auf die Richtung der relativen Schwere senkrecht seyn würde.

Anmerkungen.

1. Man kann alles dieses am besten aus folgender Tafel übersehn, worin einige der zuverläßigsten Beobachtungen gesammlet sind:

Oerter	Beobachter	Nördliche Breite	Quadrat des Sin. d. Breit.	Beobachtete Pendellänge	Berechnete Pendellänge	Unterschied
Ponoi	Mallet	67° 4½′	0,84824	441,25	441,28	0,03 +
Pello	Maupertuis	66 48	0,84474	441,21	441,27	0,06 +
Petersburg	Mallet	59 56	0,74892	441,03	441,02	0,01 —
Leiden	Lulofs	52 9½	0,62362	440,72	440,73	0,01 +
Gotha	von Zach	50 56	0,60279	440,69	440,69	———
Paris	von Borda	48 51	0,56699	440,6	440,6	———
Rom	le Seur	41 54	0,44600	440,29	440,3	0,01 +
Aequator	Bouguer	0 0	0	439,21	439,23	0,02 +

In der Wahl von dergleichen Beobachtungen muß man ungemein vorsichtig seyn, wenn man aus ihnen die Abnahme der Schwere auf der Erde

beurtheilen will, weil die meisten gar nicht genau und zuverlässig sind. Ich wüßte unter den mit der größten Sorgfalt angestellten keine, die, der geographischen Breite nach, weiter auseinander wären als die von Ponoi, Paris und Quito. Die letztre kann, wenn man alle Umstände unparteyisch erwägt, schwerlich um mehr als um zwey bis drey Hundertheile einer Linie unzuverlässig seyn. Wollte man die Pendellänge unter der Linie verkleinern, so würde die zu Ponoi zu stark vermehrt werden müssen, die doch auch, nach der Beschreibung des Herrn Mallet in den Schriften der Petersburger Akademie, sehr genau zu seyn scheint. Ueberdieses stimmt sie mit der durch Grischow und Mallet zu verschiedenen Zeiten und mit verschiedenen Werkzeugen aufs genaueste bestimmten Länge des Sekundenpendels von Petersburg vollkommen überein. Daß aber die Pendel mit Rädern, dergleichen Graham zur Beobachtung der Schwere gemacht hat, die Verhältnisse der Pendellängen an verschiedenen Oertern zu klein angeben, sieht man an den Londner Beobachtungen des Graham selbst am deutlichsten, wenn man sie mit den zu Paris gemachten Beobachtungen vergleicht. (S. Maupertuis von der Gestalt der Erde.)

2. Wenn die Erde auch keine vollkommne Kugel, sondern eine elliptische gleichartige Afterkugel ist, die aber von der Kugel nur wenig abweicht, so muß dennoch die Zunahme der relativen Schwere auf ihr, vom Aequator bis zum Pole, sich überall wie das Quadrat des Sinus der Breite eines jeden Orts verhalten. Denn es sey NS (Fig. 22) ihre kleinre Axe, um welche sie sich dreht, AB die größre, oder der Durchmesser ihres Aequators, C ihr Mittelpunkt, DH senkrecht auf AB, und $CH = x$,

$HD = y$, $CA = a$, $CN = b$; so ist die Kraft, womit irgend ein Punkt K, in CD, angezogen wird, zu der Ziehkraft in D, $= CK : CD$ *) Die Schwungkräfte beider Punkte K und D, auf CD zurückgebracht, sind auch wie $CK : CD$. Also verhält sich auch die relative Schwere, gegen C in D, zu der in K, wie $CD : CK$. Dieses gilt von jeden zweyen Säulen, die, wie DC, von der Oberfläche nach dem Mittelpunkte gehn. Da nun die ganze Masse überall im Gleichgewichte ist, so müssen alle dergleichen Säulen gleich viel wiegen, und daher ist das Produkt aus der Schwere in D mit der Länge der Säule DC eine beständige Größe. Folglich verhält die Schwere in D sich umgekehrt, wie CD, oder sie ist $= \frac{1}{CD}$.

Nun ist aber in der Ellipse ANBSA $y^2 = b^2 - \frac{b^2}{a^2} x^2$ (7. Brief 2. Anm.) und $DC^2 = x^2 + y^2$. Daher wird $DC^2 = a^2 + \frac{b^2 - a^2}{b^2} y^2$; und $\frac{1}{DC} = (a^2 + \frac{b^2 - a^2}{b^2} y^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{a} - \frac{b^2 - a^2}{2a^3 b^2} y^2$ etc. (48. Brief 1. Anm.) $= \frac{1}{a} + \frac{a^2 - b^2}{2a^3 b^2} y^2$ etc. Da nun die Ellipse ANBSA von einem Kreise sehr wenig verschieden ist, so kann man ohne merklichen Irrthum den Winkel DCA für die Breite p des Orts D, und CD überall $= a$ annehmen. So wird $y = a . \sin. p$ und $\frac{1}{DC} = \frac{1}{a}$

*) Man sehe den sieben und dreyßigsten Brief.

$+ \frac{a^2 - b^2}{2ab^2} (\sin. p)^2$ etc. In A ist $p = 0$, und $\frac{1}{DC} = \frac{1}{a}$. Folglich ist überhaupt $\frac{1}{a}$ die Schwere in A und $\frac{a^2 - b^2}{2ab^2} (\sin. p)^2$ die Zunahme der Schwere von A bis D. Es verhält sich also auch hier die Zunahme der relativen Schwere, wie das Quadrat des Sinus der Breite eines jeden Ortes.

3. Man nehme eine hohle mit Stroh oder Heu ausgestopfte Kugel von weichem Leder, die in ihren beiden Polen zwey durchlöcherte hölzerne Platten hat, welche sich auf der durch sie gehenden eisernen vierekigen an beiden Enden in Zapfen abgerundeten Stange leicht heraufschieben lassen. Diese drehe man in einem Gestelle auf ihren Zapfen schnell herum, so schwillt sie um ihren Aequator an, und zieht sich um die Pole zusammen.

Drey und funfzigster Brief.

Obgleich es, wie zuerst Clairaut gezeigt hat, gewiß ist, daß die Erde, wenn sie im Anfange durchaus flüssig, wie Wasser, gewesen wäre, eine elliptische Krümmung angenommen haben würde, so ist dennoch diese Voraussetzung der vollkommnen Flüssigkeit nicht nur ganz willkührlich, sondern sogar nach aller Wahrscheinlichkeit unrichtig. Denn die Erde müßte entweder im Wasser oder im Feuer flüssig gewesen seyn. Das erste ist gar nicht wahrscheinlich, wenn man

auch zugeben wollte, daß alle Steine und Erden im Wasser haben aufgelöst werden können. Denn die zu einer solchen Auflösung nöthige Masse von Wasser hätte vielmal grösser seyn müssen, als die ganze Masse der Erde; und wo wäre sie geblieben? Denn daß das Innere der Erde aus Wasser bestehn und dieses bloß von außen mit einer harten Rinde umgeben seyn sollte, ist wieder eine bloß willkührliche Hypothese. Wenn wir uns daher bloß an die Erfahrung halten, so müssen wir annehmen, daß die Erde, wenn sie Anfangs flüßig war, ihre Flüßigkeit vom Feuer erhalten habe. Wir finden noch jetzt auf der Erde flüssige Steine und Erden von sehr verschiedner Art, aber bloß bey Vulkanen, und diese sind nicht flüssig, wie Wasser, sondern äußerst zähe und zum Theil durchs Feuer bloß erweicht. Weiche aber oder zähe flüssige Materien entfernen sich bey ihrem Gleichgewichte von den gewöhnlichen hydrostatischen Gesetzen allemal, und zwar um desto mehr, je zäher sie sind. Es ist also höchst wahrscheinlich, daß auch die Erde, wenn sie Anfangs flüssig war, keinesweges ganz genau diejenige Gestalt angenommen haben kann, die sie erhalten haben würde, wenn sie dem Wasser ähnlich gewesen wäre. Sie hat sich dieser Gestalt bloß genähert, und zwar um desto mehr, je weniger zähe sie war; welche Krümmung sie aber eigentlich angenommen hat, läßt sich aus hydrostatischen Gründen durchaus nicht entscheiden.

Wollen Sie einen ganz unwiderleglichen Beweis von dem, was ich hier sage, so betrachten Sie die übrigen Planeten, deren scheinbare Durchmesser sich messen und vergleichen lassen. Ich will nicht vom Saturn und Jupiter reden, sondern bloß den Mars zum Beyspiele wählen. Er ist kleiner als die Erde, und dreht sich auch etwas langsamer um seine Axe

als sie. Seine Abplattung sollte also, nach der Theorie, noch weniger als $\frac{1}{230}$ betragen. Sie macht aber, nach Herrn Herschels Beobachtung, an $\frac{1}{15}$ aus; und dieser ungeheure Unterschied zeigt aufs deutlichste, daß man die Gestalt der Planeten und der Erde nicht einmal beynahe durch die Theorie bestimmen kann.

Auch die Erde scheint merklich stärker abgeplattet zu seyn als um $\frac{1}{230}$, obgleich die gegenseitige Meinung heutzutage das Ansehn der geschicktesten Männer im Frankreich auf ihrer Seite hat. Denn da sich die Axe der Erde zum Durchmesser ihres Aequators umgekehrt verhält, wie die relative Schwere unter dem Pole zu der unter der Linie, *) diese aber im Verhältnisse der Länge des Sekundenpendels ist, so folgt, daß die Abplattung der Erde nach dieser Regel $\frac{1}{170}$ betragen müsse. Nach dem Verhältnisse von 230 : 231 könnte das Sekundenpendel, wenn es unter der Linie 439,23 Linien lang ist, unter dem Pole selbst nicht mehr als gegen 441,14 Linien halten. Allein schon in Petersburg ist es fast so lang und in Ponoi und Pello, ja in Archangel, unter 64° 35′ Breite, ist es länger. Denn es hält am letztern Orte, nach dem Delisle, 441,189 Pariser Linien.

Man muß sich also, wenn man die wahre Krümmung der Erde mit einiger Zuverlässigkeit wissen will, bloß an die Erfahrung und an die gemeßnen Grade der Erde halten. Wenn nämlich PAS (Fig. 161) irgend einen Meridian der Erde, PS ihre Axe, C ihren Mittelpunkt, und CA den Halbmesser ihres Aequators vorstellt, so nennt man einen jeden Bogen Dd, Ee, des Meridians einen Grad der Erde,

*) Zwey und funfzigster Brief. 2 Anmerk.

wenn die auf ihn in seinen Endpunkten senkrechten Linien, wie DO, dO, oder EK, eK, einen Winkel von einem Grade mit einander machen. Ist nun die Linie PAS nicht kreisförmig, so hat sie in D eine andre Krümmung als in E. Es weichen aber die kleinen Bogen Dd, Ee nur unmerklich von Kreisbogen ab, und man kann daher DO, dO, wie auch EK, eK, als einander gleich, und Dd, wie auch Ee, als Kreisbogen, deren Mittelpunkte in O und K fallen, ansehn. Ist daher DO grösser als EK, so muß auch Dd in demselben Verhältnisse grösser als Ee seyn, weil Kreisbogen, die zu gleichen Winkeln gehören, sich allemal wie ihre Halbmesser verhalten. Je grösser aber der Halbmesser eines solchen Bogens ist, um desto kleiner ist seine Krümmung. Wenn man daher die Grade Ee und Dd mißt, und findet Ee kleiner als Dd, so folgt, daß die Erde bey E stärker gekrümmt ist als bey D; und nehmen ihre Grade von der Linie gegen die Pole immer mehr zu, so ist dieses ein Beweis, daß ihre Krümmung gegen die Pole immer geringer wird, und sie also daselbst abgeplattet ist. Wäre daher PAS eine halbe Ellipse, so müßte CP ihre halbe kleine, und CA ihre halbe grosse Axe seyn, weil die größte Krümmung dieser Linie an der Spitze ihrer großen, und die kleinste an der Spitze ihrer kleinen Axe ist.

Man kann aber einen Grad der Erde, wegen der Ungleichheiten der Erdfläche, nie unmittelbar messen. Daher wählt man mehrere Standpunkte A, B, C, D (Fig. 162), die alle von der Mittagslinie AC zu beiden Seiten nur wenig entfernt, und einer aus dem andern sichtbar sind. Kann man die Linien AB, BC, CD unmittelbar richtig messen, so hat man hernach weiter nichts zu thun, als daß man in A, B und C ein Fernrohr ganz genau in die

Mittagslinie bringt, und die Winkel EAB, CBe, DCe beobachtet. Denn aus diesen Winkeln und den gemeßnen Linien lassen sich in den rechtwinklichten Dreyecken ABb, BCc und CDe leicht die Stücke Ab, Bc oder bd, und Ce oder dE berechnen, welche zusammengenommen dem ganzen Bogen AE gleich sind. Weil aber gewöhnlich auch nicht einmal die einzelnen Linien AB, BC und CD unmittelbar gemessen werden können, so wählt man zwischen A und E irgendwo zur Seite eine Ebne, auf welcher sich eine gerade Linie FG, die so groß als möglich seyn muß, unmittelbar messen läßt. Diese nennt man die Grundlinie (basis), und sie muß mit der äußersten Genauigkeit gemessen werden. Man mißt sie mit sehr richtig eingetheilten Stäben, die man an einander legt, und nimmt auch auf die Ausdehnung Rücksicht, welche die Wärme in ihnen erzeugt. Man mißt die Grundlinie mehrere Mal, und bringt sie, wenn sie nicht vollkommen wagrecht ist, auf die wagrechte Lage, und auf die Oberfläche des Meeres zurück. Man verbindet sie hierauf mittelbar oder unmittelbar mit den Punkten A, B, C, D, und berechnet, indem man allenthalben alle Winkel in den verbundnen Dreyecken aufs genaueste beobachtet, sie auf einerley wagrechte Ebne zurückbringt und berichtigt, zuerst die Seiten FB, GB, hernach aber weiter AB, BC, FC, CD u. s. w. worauf sich denn weiter, so wie vorher gezeigt worden, die Stücke Ab, bd, dE finden lassen, deren Summe AE nachher noch eine kleine Verbesserung bedarf, weil die Meridiane AE, Bc, Ce eigentlich nicht parallel sind, sondern im Pole zusammenlaufen.

Man muß hierauf einen Fixstern, der sehr nahe bey den Scheitelpunkten der Oerter A und E durch die Mittagsebne geht, an beiden Oertern beobachten,

und die Entfernung desselben von jenen Scheitelpunkten aufs allergenaueste messen. Der Unterschied beider Entfernungen ist dem Winkel gleich, den die lothrechten Linien in A und E mit einander machen, wenn man sie, gegen den Mittelpunkt der Erde zu, so lange verlängert, bis sie zusammenlaufen. Ist dieser Winkel grösser oder kleiner, als ein Grad, so kann man aus der gemessnen Länge der Linie AE nach der Regel Detri leicht finden, wie viele Klaftern oder Fuß eigentlich auf einen Grad gehn. Indessen muß man, um diese Berechnung desto zuverlässiger zu machen, dahin sehen, daß AE, wo möglich, allemal mehr, als einen Grad, ausmache. An der Genauigkeit der himmlischen Beobachtungen ist vorzüglich sehr viel gelegen, und daher kann man sich auf die Messungen nicht sehr verlassen, die sehr nahe an hohen Bergen gemacht worden sind, weil die Berge die Lage der Lothlinien durch ihr Anziehn oft merklich ändern.

In keinem Lande hat man für die Messung der Erde mehr gethan, als in Frankreich. Man schickte von hier aus im Jahre 1735 eine Gesellschaft der geschicktesten Meßkünstler nach Quito in Amerika, um dort unter der Linie einen Grad der Erde zu messen. Im folgenden Jahre reiste in ähnlicher Absicht eine andre Gesellschaft sehr geübter Beobachter nach Lapland; und diese beiden berühmten Messungen sind noch jetzt die Grundsäulen, auf welche sich unsre Kenntniß von der wahren Gestalt der Erde stützt, da sie an so weit entlegnen Oertern, und von so grossen Meßkünstlern, die mit den besten Werkzeugen versehen waren, zu Stande gebracht worden sind. In Frankreich selbst hat man zu verschiednen Malen Grade der Erde mit der äußersten Sorgfalt gemessen; und noch neulich haben daselbst die geschicktesten Männer

eine 1792 angefangne Messung einer Linie von $9\frac{2}{3}$ Graden, die von Barcellona bis Dünkirchen geht, glücklich geendigt.

Alle diese Messungen beweisen ganz unwidersprechlich, daß die Erde keine elliptische Krümmung hat. Denn wenn man den unter der Linie gemeßnen Grad von 56753 Pariser Klaftern mit dem mittleren Französischen Grade von 57027 Pariser Klaftern vergleicht, der zum 45° der Breite gehört, so sieht man augenscheinlich, daß die Abplattung der Erde nur $\frac{1}{333}$ betragen müßte, wenn die Erde elliptisch gekrümmt wäre. Da aber, wie jedermann zugibt, bey einer solchen Krümmung, die Zunahme der Grade, von der Linie gegen die Pole zu, sich allemal wie das Quadrat des Sinus der Breite verhält, so müßte, wenn die Krümmung der Erde elliptisch und ihre Abplattung so geringe wäre, der Lapländische Grad um 300 Klaftern kleiner seyn, als man ihn wirklich gefunden hat. Eben so verhält sich die Sache mit allen andern Messungen. Jede zwey und zwey geben, wenn man sie verbindet, und die Krümmung der Erde als elliptisch voraussetzt, eine andre Abplattung der Erdkugel, und nie passen drey zugleich, wenn sie etwas entfernt von einander sind, in dieselbe Ellipse.

Ferner findet man die Krümmung der Erde, vermöge der wirklichen Messungen, sogar unregelmäßig. Der Grad, den Delacaille am Vorgebirge der guten Hoffnung, unter 33° 18′ gemessen hat, hält 57037 Klaftern und ist größer, als der mittlere Grad von Frankreich, der zu 45° Breite gehört. Wenn man ihn mit dem römischen Grade verbindet, so zeigt es sich, daß die Erde, bey einer elliptischen Krümmung, um die Pole nicht abgeplattet, sondern länglich erhaben seyn müßte. Es kann freylich seyn, daß die

südliche Halbkugel der Erde der nordlichen unähnlich ist; allein selbst diese Unähnlichkeit beweiset, daß die Mittagskreise der Erdkugel keine Ellipsen sind; und auch in der nordlichen Halbkugel scheint es ein Zeichen einer unregelmäßigen Krümmung zu seyn, daß die in Frankreich gemeßnen Grade so wenig von einander verschieden sind; weniger als sie, nach Verhältniß des Grades unter der Linie und des in Lapland, verschieden seyn sollten.

Endlich scheint noch immer die Krümmung, welche Bouguer der Erde gab, ihrer wirklichen Krümmung unter allen übrigen am nächsten zu kommen. Denn wenigstens in der nordlichen Halbkugel kommt das Verhältniß der Biquadrate der Sinus der Breite dem Verhältnisse der Zunahmen der Grade vom Aequator gegen die Pole am nächsten. [1] Nimmt man aber diese Krümmung wenigstens als der wahren sehr nahe an, so sieht man leicht, daß die halbe Erdaxe 3263282, und der Halbmesser des Aequators 3281712 Pariser Klaftern halten, die Abplattung der Erde aber $\frac{1}{177}$ oder $\frac{1}{178}$ seyn müsse. [2] Dieses stimmt auch, wie ich oben gezeigt habe, mit der Vorrückung der Nachtgleichen und mit den besten Versuchen mit den Pendeln überein. Es stimmt aber auch mit der Zunahme der absoluten Schwere auf der Erde ziemlich genau überein. Denn nach der Theorie müßte auf der Erde, wenn sie eine Afterkugel wäre, und ihre Abplattung $\frac{1}{177}$ ausmachte, sich die absolute Schwere unter dem Pole zu der unter der Linie, wie 889 : 888 verhalten. [3] Sie ist aber auch wirklich, wie ich gezeigt habe, ungefähr in diesem Verhältnisse.

Anmerkungen.

1. Man kann dieses am besten aus der folgenden Tabelle übersehn, worin ich einige der genauesten Messungen gesammlet, und nur die wegen naher Hoher Berge oder aus andern Ursachen unsichren weggelassen habe.

Oerter	Nordliche Breite	Biquadr. der Sin. d. Breite	Gemeßne Grade	Berechnete Grade	Unterschied
Quito	0 0	0	56753 Kl.	56762 Kl.	+ 9
Pensilvan.	39° 12'	0,1596	56888 —	56916 —	+ 28
Rom	42° 59'	0,2159	56979 —	56970 —	— 9
Frankreich	45° —	0,2499	57027 —	57003 —	— 24
—	45° 45'	0,2632	57045 —	57016 —	— 29
—	47° —	0,2860	57054 —	57038 —	— 16
—	49° 23'	0,3318	57074½	57081 —	+ 7½
—	49° 56'	0,3430	57081½	57093 —	+ 11½
Lapland	66° 20'	0,7035	57438	57440 —	+ 2

In dieser Tabelle ist das Biquadrat des Sinus der Breite eines jeden Ortes mit 965 multiplizirt und das Produkt zu dem Grade des Aequators addirt worden. So sind die berechneten Grade entstanden, welche mit den gemeßnen mehr, als man erwarten konnte, übereinstimmen. Die Uebereinstimmung ist schon sehr groß, wenn man den Grad des Aequators so annimmt, wie Bouguer ihn angegeben, nämlich von 56753 Pariser Klaftern; allein sie wird noch viel größer, wenn man ihn um 9 Klaftern größer macht, da ohnehin d'Ulloa, der mit bey dieser Messung war, ihn auf 56768 Pariser Klaftern setzt. Man müßte durch Gesellschaften geübter und geschickter Meßkünstler noch mehrere Grade der Erde, und zwar nicht nahe bey einander, sondern in weit entfernten Gegenden, messen laßen, wenn man die wahre Krümmung der Erde ganz außer Zweifel setzen wollte.

2. Da der Halbmesser eines jeden Kreises einem Bogen von 57° 17′ 44, 8″ (36 Brief) oder von 57,2958 Graden gleich ist, so macht er, wenn ein Bogen von einem Grade a heißt, 57,2958 a aus. Ist nun 56762 = e, und der Sinus der Breite eines Orts = u, so wird überhaupt ein jeder Grad der Erde $= e + 965 u^4 = e + q u^4$, wenn wir 965 = q setzen. Also ist, wenn p = 57,2958 ist, der zu jedem Grade gehörige Halbmesser $= pe + pqu^4$. Ist nun P der Nordpol (Fig. 163), C der Mittelpunkt, CA der Halbmesser des Aequators der Erde; so bilden alle Halbmesser der Krümmung, wie EM, indem sie nahe an C zusammenlaufen, eine krumme Linie BEH, welche die Evolute des halben Meridians AMP ist. An jedem Orte M ist der Halbmesser der Krümmung $ME = pe + pqu^4$, und Ee das Differenzial dieses Halbmessers und der Linie

HE ist $= 4pqu^3du$, MGD aber ist die Breite von M, also $= u$ und $MG:MD = 1:u$. Zieht man nun EF, en mit CP, und Em mit CA parallel, so wird $oE:em = MG:MD$ oder $4pqu^3du:em = 1:u$, also $em = 4pqu^4du$, und FE, dessen Differenzial em ist, $= \frac{4}{5}pqu^5$.

Eben so ist $mE = 4pqu^3du\sqrt{(1-u^2)}$. Setzt man nun $1-u^2 = z^2$ so wird $-udu = zdz$ und mE, oder nF, $= 4pqz(1-z^2)udu = -4pqz^2(1-z^2)dz = 4pqz^4dz - 4pqz^2dz$. Also ist $HF = \frac{4}{5}pqz^5 - \frac{4}{3}pqz^3 + C = \sqrt{(1-u^2)}.(\frac{4}{5}pqu^4 - \frac{4}{15}pqu^2 - \frac{8}{15}pq) + C$. Setzt man nun $u = 0$ so wird auch $HF = 0$. Daher ist $C = \frac{8}{15}pq$ und $HF = pq\sqrt{(1-u^2)}(\frac{4}{5}u^4 - \frac{4}{15}u^2 - \frac{8}{15}) + \frac{8}{15}pq$.

Setzt man nun $u = 1$, so wird $HF = HC$ und $FE = CB$, weil PC und AC rechtwinklicht auf einander sind. Daher wird $HC = \frac{8}{15}pq$, und $CB = \frac{4}{5}pq$. Es ist aber der Halbmesser der Krümmung in $P = BP = pe + pq$ und in $A = HA = pe$. Also wird die halbe Erdaxe $PC = BP - BC = pe + pq - \frac{4}{5}pq = pe + \frac{1}{5}pq$ und der halbe Durchmesser des Aequators $AC = HA + HC = pe + \frac{8}{15}pq$. Setzt man nun, anstatt p, e und q, die gehörigen Zahlen, so findet man $pe = 3252224,1996$ und $pq = 55290,447$, also $CP = 3263282$ Pariser Klaftern und $CA = 3281712$ Klafter. Der Unterschied zwischen CA und CP beträgt 18430 Klaftern, und ist $\frac{1}{178}$ von CA. Der ganze Quadrant AMP macht 5141150 Pariser Klaftern aus. Ein Grad des Aequators hält auf diese Art 57270, und $\frac{1}{15}$ davon, oder eine geographische Meile, 3818 Klaftern; so daß jeder Punkt des Aequators um $4\frac{4}{5}$ geo-

graphische Meilen weiter vom Mittelpunkte der Erde absteht, als der Pol.

3. Wenn AFC (Fig. 164) eine unendlich schmale Pyramide oder ein Kegel ist, und man nennt die unendlich kleine Grundfläche CF dieses Körpers, a, seine Länge aber AC, b, so ist der Durchschnitt bey E, in der Entfernung $AE = x$, weil ich ihn der Grundfläche ähnlich und parallel annehme, und er sich alsdann zu ihr, wie $AE^2 : AC^2$ verhält, $= \frac{ax^2}{b^2}$. Stellt man sich also in E eine unendlich dünne Schicht des Körpers zwischen zweyen solchen Durchschnitten vor, so ist diese $= \frac{ax^2\,dx}{b^2}$, und ihre Ziehkraft, wenn sie eine Masse in A nach dem umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen anzieht, $= \frac{ax^2\,dx}{b^2 x^2} = \frac{a\,dx}{b^2}$; also die Ziehkraft des Stücks $AEG = \frac{ax}{b^2}$. Ist nun $x = b$ so wird die Ziehkraft der ganzen Pyramide $= \frac{a}{b}$. Löst man dieselbe nach irgend einer gegebnen Richtung AD auf, indem man CD auf AD senkrecht zieht, so verhält sich die Ziehkraft nach der Richtung AD zu der ganzen nach AC, wie AD: $AC = \cos. CAD : 1$ und es wird also die Masse in A von der Pyramide ACF, nach der Richtung AD, mit der Kraft $\frac{a.\cos.CAD}{b}$ angezogen.

Es sey ABD (Fig. 165) ein halber Meridian, AD die Axe und C der Mittelpunkt der Erde, CB aber der Halbmesser ihres Aequators. Man ziehe aus dem Pole A zwey gerade Linien AM, AR un-

endlich nahe an einander irgendwo auf den Meridian, so kann MR als senkrecht auf AR angesehn werden, weil sie von der senkrechten Linie nur unendlich wenig verschieden ist. Stellt man sich nun vor, daß die Ebne ABD sich um AD zu drehen anfängt, so, daß ein in der senkrechten Linie $MQ = u$, in der Entfernung 1 von Q befindlicher Punkt in der Zeit dt den unendlich kleinen Bogen dp durchläuft, so wird M in derselben unendlich kleinen Zeit dt, die Linie udp durchlaufen, die man als die eine Seite der Grundfläche der unendlich kleinen Pyramide ansehn kann, welche auf diese Art durch MAR beschrieben wird. Es ist also die Grundfläche dieser Pyramide $= MR \cdot udp$. Nun ist aber $MR : rR = AQ : u$ und $rR : Qq$ (oder rn) $= AM : AQ$. Also wird $MR : Qq = AM : u$. Ist nun der Kosinus von $RAD = c$, so wird $AM \cdot c = AQ = w$, also $MR : dw = \frac{w}{c} : u$, und daher $MR = \frac{wdw}{cu}$.

Also ist die Grundfläche unsrer Pyramide $\frac{wdpdw}{c}$, und die Kraft, mit welcher sie eine im Pole A befindliche Masse nach der Richtung AQ anzieht, $= \frac{dp \cdot w \cdot dw}{AM} = dp \cdot w \cdot dc$, weil $dw = AM \cdot dc$ ist, oder sie ist auch $= \frac{dpucdc}{\surd(1 - c^2)}$. Denn es ist $w : u = c : \surd(1 - c^2)$.

Ist nun ABD eine halbe Ellipse, und CB ihre grösre halbe Axe $= a$, AC aber die kleinre $= b$, so wird $u^2 = \frac{2a^2}{b} w - \frac{a^2}{b^2} w^2$ (51 Brief 2 Anm.), weil $w = b + CQ$ ist. Nun ist $c =$

$\frac{w}{\sqrt{(u^2 + w^2)}}$ und $u^2 c^2 + w^2 c^2 = w^2$ und $u^2 = \frac{w^2(1 - c^2)}{c^2} = \frac{2a^2}{b} w - \frac{a^2}{b^2} w^2$. Also wird $\frac{2a^2}{b} = \frac{b^2 - b^2 c^2 + a^2 c^2}{b^2 c^2} w$, und $w = \frac{2a^2 bc^2}{b^2 + e^2 c^2}$ wenn man $a^2 - b^2 = e^2$ setzt. Also ist die Kraft $dp \cdot w dc = \frac{2dpa^2 bc^2 dc}{b^2 + e^2 c^2} = 2dpa^2 b \cdot (\frac{c^2 dc}{b^2} - \frac{e^2 c^4 dc}{b^4} + \text{etc.})$ Das Integral dieses Differenzials ist $2dpa^2 b \cdot (\frac{c^3}{3b^2} - \frac{e^2 c^5}{5b^4} + \text{etc.})$ Es drückt die Ziehkraft der unendlich dünnen zwischen zweyen Mittagsebnen enthaltnen Schicht aus, welche dadurch, daß sich ABD um AD durch den Winkel dp dreht beschrieben wird. Denn diese ganze Schicht besteht aus solchen Pyramiden, wie MAR. Will man die Ziehkraft dieser ganzen Schicht haben, so muß man $w = 0$, oder $c = 1$ setzen. So hat man $2dpa^2 b (\frac{1}{3b^2} - \frac{e^2}{5b^4} + \text{etc.})$. Ist nun p der ganze Umkreis eines Kreises vom Halbmesser 1, und setzt man p anstatt dp, so erhält man die Schwere der Masse A im Pole der abgeplatteten ganzen Afterkugel, welche ABD durch seine Umwälzung beschreibt, $= 2pa^2 b (\frac{1}{3b^2} - \frac{e^2}{5b^4} + \text{etc.}) = \frac{2}{3} p (a^2 - \frac{3}{5} a^2 e^2 + \text{etc.})$, indem man $b = 1$ setzt.

Wäre auch $a = 1$, also $e = 0$, so würde jene

Größe $= \frac{2}{3}$ p; und so groß ist die Schwere überall auf einer Kugel vom Halbmesser 1. Ist aber $a = 1 + d$ und d sehr klein, so kann man $a^2 = 1 + 2d$ und $e^2 = 2d$ annehmen. Dadurch wird unsre Größe $= \frac{2}{3} p (1 - \frac{6}{5}d)(1 + 2d) = (1 + \frac{4}{5}d) \frac{2}{3} p$. Es verhält sich also die Schwere unter dem Pole einer platten Afterkugel zu der Schwere auf einer eingeschriebnen Kugel vom Halbmesser 1, wie $1 + \frac{4}{5} d : 1$.

Hätte man eine länglichte Afterkugel, durch deren Pol A die größre Axe ginge; wäre also $AC = a$, $BC = b$, $AQ = z$, $QM = y$, so hätte man für die Ellipse die Gleichung $y^2 = \frac{2b^2}{a} z - \frac{b^2}{a^2} z^2$, AM wäre $= \sqrt{(y^2 + z^2)}$, der Kosinus MAQ, c, $= \frac{z}{\sqrt{(y^2 + z^2)}}$; $y^2 = \frac{1 - c^2}{c^2} z^2$ und $\frac{2b^2}{a} = \frac{a^2 - a^2c^2 + b^2c^2}{a^2c^2} z$ und $z = \frac{2ab^2c^2}{a^2 - e^2c^2}$. Die Ziehkraft $dp \cdot z \cdot dc$ würde $\frac{2dp \cdot ab^2c^2dc}{a^2 - e^2c^2} = 2dpab^2 \cdot (\frac{c^2dc}{a^2} + \frac{e^2c^4dc}{a^4} + \frac{e^4c^6dc}{a^6} + \text{etc.})$. Das Integral davon ist $2dpab^2 \cdot (\frac{c^3}{3a^2} + \frac{e^2c^5}{5a^4} + \text{etc.})$ und indem man $c = 1$, anstatt dp aber p setzt, so erhält man die Schwere der ganzen gleichartigen länglichten Afterkugel unter ihrem Pole $= \frac{2}{3} p (\frac{b^2}{a} + \frac{3e^2b^2}{5a^3} + \text{etc.})$

Wäre also wieder $b = 1$, so würde jene Schwere $= \frac{2}{3} p (\frac{1}{a} + \frac{3e^2}{5a^3}$ etc.) also $= \frac{2}{3} p$ seyn, wenn auch $a = 1$, und daher $e = 0$ wäre. Es verhält sich demnach die Schwere auf dem Pole einer länglichten Afterkugel zu der Schwere einer eingeschriebnen Kugel vom Halbmesser 1, wie $\frac{1}{a} + \frac{3e^2}{5a^3} : 1$ oder wie $1 + \frac{1}{5} d : 1$, wenn wieder $a = 1 + d$ ist.

Auf einer um die länglichte Afterkugel umschriebnen Kugel vom Halbmesser $1 + d$ würde die Schwere $1 + d$ seyn, wenn sie auf der eingeschriebnen Kugel, vom Halbmesser 1, $= 1$ ist (37 Brief.)

Es sey nunmehr A (Fig. 22) irgend ein Punkt im Aequator der Erde, CN sey ihre halbe Axe $= 1$ und $CA = 1 + d$, so wird ein Durchschnitt durch A und die beiden Pole N und S dem Mittagskreise einer länglichten Ellipsoide, deren Axe AB, der Durchmesser des Aequators aber NS, wäre, völlig ähnlich. Schneidet man aber die Erde durch A mit einer andern Ebne, senkrecht auf die vorige, so fällt der Durchschnitt in die Ebne des Aequators, und ist ein Kreis vom Durchmesser AB. Wären alle durch A gemachte Durchschnitte so groß, als dieser, so würde die Schwere in $A = 1 + d$; wären alle so groß, als jener, so würde die Schwere in A um $\frac{4}{5} d$ kleiner, und $= 1 + \frac{1}{5} d$ seyn. Sie muß also jetzt wirklich nach einer Mittelzahl nur um $\frac{2}{5} d$ kleiner, also $= 1 + \frac{3}{5} d$ seyn, und so groß findet man sie auch durch eine genauere Rechnung *).

*) Man sehe unter andern Clairaut theorie de la figure de la terre p. 180.

Also verhält sich auf der Erde die absolute Schwere unter dem Pole zu der unter dem Aequator, wie $1 + \frac{4}{5}$ d : $1 + \frac{3}{5}$ d. Setzt man daher d $= \frac{1}{177}$, so wird jenes Verhältniß $= 1 + \frac{4}{885} : 1 + \frac{3}{885} = 889 : 888$.

Vier und funfzigster Brief.

Wenn ein fester Körper, oder überhaupt ein System fester Punkte, sich, so wie die Erde, um eine gewisse Axe dreht, so muß jeder dieser außer der Axe liegenden Punkte sich immerfort in dem Umfange eines Kreises befinden, durch dessen Mittelpunkt jene Axe senkrecht durchgeht. Denn wenn AB (Fig. 89) die Axe und C ein fester Punkt außer ihr ist, so beschreibt die auf AB senkrechte Linie CD, während der Drehung des festen Körpers, offenbar eine auf AB senkrechte Ebne, weil der Winkel CDE ein rechter ist; und da auch die Entfernung DC, so wie jede Entfernung zwischen zweyen Punkten eines festen Körpers, immer unveränderlich bleibt, so läuft der Punkt C in einem Kreise, dessen Mittelpunkt in D fällt, so lange der Körper seine Axe nicht ändert. Aendert er sie aber immerfort, so fängt der Punkt C wenigstens in jedem Augenblicke an, in dem Umfange eines gewissen auf die jedesmalige Axe senkrechten Kreises fortzulaufen. Er beschreibt alsdann wirklich keinen Kreis, sondern eine ganz andre Linie, aber nur deßhalb, weil der Körper die Axe, um welche er sich dreht, in eines fort ändert,

weil er sich in jedem Augenblicke um eine andre Axe zu drehen anfängt. Bleibt aber die Axe unveränderlich, oder ist sie immer sich selbst parallel und geht sie immer durch dieselben Theilchen des Körpers, so beschreibt auch ein jeder Punkt desselben einen Kreis, wenn sonst der Körper, außer der Drehung, keine andre Bewegung hat.

Ein jeder fester Körper, welcher sich bloß dreht, und nicht zugleich fortgeht, hat wenigstens einen unbewegten Punkt. Hat er aber einen solchen, so kann dieser nie allein seyn, weil sonst wenn alle Punkte, außer einem einzigen, sich bewegten, die Entfernung dieses Punkts von den übrigen sich verändern würde, welches nicht geschehen kann, da der Körper fest ist. Sind aber zwey unbewegte Punkte vorhanden, so ist die durch diese Punkte gehende gerade Linie die Axe, um welche sich der Körper dreht oder zu drehen anfängt. Denn bewegte sich ein einziger Punkt in dieser Linie, so müßte er seine Entfernung von dem einen oder dem andern festen Punkte verändern, welches nicht angeht.

Ein fester Körper kann nur eine fortgehende, oder eine drehende, oder eine aus beiden zusammengesetzte Bewegung haben. Denn entweder haben alle seine Punkte gleiche Geschwindigkeiten in ebendemselben Zeitpunkte, oder nicht. Im ersten Falle müssen sie alle auch gleiche oder parallele Richtungen haben. Jede gerade Linie nämlich, die man sich in dem festen Körper gedenkt, geht, wie vorausgesetzt wird, mit einer in allen ihren Punkten gleichen Geschwindigkeit fort. Wären also die Richtungen dieser Punkte verschieden, so müßte die Linie, indem sie fortgeht, länger oder kürzer werden. Da nun dieses unmöglich ist, so sehen Sie augenscheinlich, daß der Körper keine andre, als eine fortgehende

Bewegung haben kann, sobald alle seine Theilchen sich gleich geschwinde bewegen. Sind aber die Geschwindigkeiten dieser Theilchen verschieden, so ist entweder eines davon in Ruhe, oder nicht. Im ersten Falle, da nämlich der Körper einen unbewegten Punkt hat, dreht er sich, wie ich Ihnen vorhin gezeigt habe, um eine durch diesen Punkt gehende Axe, oder er fängt wenigstens an, sich um sie zu drehen. Im zweyten Falle, wählen Sie einen seiner Punkte, welcher unter allen übrigen die kleinste Geschwindigkeit hat, geben Sie dieselbe Geschwindigkeit, aber nach der entgegengesetzten Richtung, einer Ebne, und stellen Sie sich den Körper auf dieser Ebne vor, so wird jener Punkt ohne alle Bewegung seyn, weil er von der Ebne mit fortgerissen wird, und sich also zugleich nach zwey entgegengesetzten Richtungen mit gleichen Geschwindigkeiten bewegt. Also hat der feste Körper auf der Ebne einen unbewegten Punkt, und er dreht sich also auf ihr um eine Axe. Da nun die Bewegung, welche ihm von der Ebne mitgetheilt wird, eine fortgehende ist, so ist überhaupt die ganze Bewegung des Körpers aus einer fortgehenden und drehenden Bewegung zusammengesetzt.

Man theilt alle Bewegungen ganzer Körper in äußerliche und innerliche. Durch jene werden die Entfernungen der Theilchen des bewegten Körpers nicht im geringsten verändert, und sie sind daher die einzigen, deren selbst vollkommen feste Körper fähig sind. Sie sehen hieraus sogleich, daß jede äußerliche Bewegung entweder eine fortgehende, oder eine drehende oder aus diesen beiden Bewegungen zusammengesetzt seyn müsse. Eine solche Bewegung hat die Erde nebst den übrigen Planeten. So dreht sich auch eine Kugel, die man auf der Erde fortstößt, indem sie zugleich fortgeht. Innerliche Bewegungen

sind dagegen die, welche ohne eine Veränderung in den Entfernungen der Theilchen des bewegten Körpers gar nicht Statt finden können. So hat Wasser, welches man in einem Glase schüttelt oder umrührt, eine innerliche Bewegung, und überhaupt ist diese Art der Bewegung den flüssigen Materien wegen des schwachen Zusammenhangs ihrer Theile so eigen, daß man sie in ihnen auch mit der äußerlichen Bewegung allezeit vereinigt findet. Aber auch andre Körper, die nicht flüssig sind, können innerliche Bewegungen haben, wenn sie aus abgesonderten nicht fest mit einander verbundnen Theilen bestehn, wie z. B. Staubwolken, Maschinen, die Körper der Thiere und Pflanzen u. s. w. Selbst einzelne ganz feste Körper können erschüttert, und also, wiewohl fast nur unmerklich, innerlich bewegt werden, weil sie nie vollkommen fest sind.

Da die Theilchen eines Körpers, welcher sich um eine gewisse Axe AB (Fig. 89) dreht, sich mit sehr verschiedner Geschwindigkeit bewegen, so stellt man sich eines, wie C, vor, dessen Entfernung von der Axe DC man als die Einheit ansieht. Die Geschwindigkeit dieses Theilchens k heißt die Winkelgeschwindigkeit des ganzen Körpers, und aus ihr läßt sich die Geschwindigkeit c eines jeden andern Punkts H leicht finden. Denn C und H müssen ihre Kreise in gleicher Zeit durchlaufen, und diese verhalten sich, wie ihre Halbmesser CD = 1 und EH = r. In ebendemselben Verhältnisse sind auch die Geschwindigkeiten beider Punkte in jedem Augenblicke *). Daher wird $k : c = 1 : r$ und $k = \frac{c}{r}$ **).

*) Man sehe den neun und zwanzigsten Brief.

**) Man sehe den achtzehnten Brief a Anm.

Dreht sich der Körper gleichförmig, und geht C in der Zeit t durch den Bogen s, so ist $kt = s$ oder $k = \frac{s}{t}$. Der Punkt H aber durchläuft in derselben Zeit t den Bogen rs, und c ist $= \frac{rs}{t}$. Dreht sich aber der Körper ungleichförmig, so ist wenigstens für jeden unendlich kleinen Zeitpunkt: $ds = k\,dt$.

Wenn ein fester Körper ohne Schwere sich um eine unveränderliche Axe dreht, so sehen Sie leicht, daß er immer fortfahren müsse, sich um dieselbe Axe gleichförmig zu drehen, so lange keine äußerliche Ursache seine Drehung stört. Denn jeder bewegte Punkt eines solchen Körpers ist mit einem gewissen Punkte der Axe völlig auf eben dieselbe Art verbunden, als wenn ein immaterieller gespannter Faden zwischen beiden wäre, an welchem jener Punkt um diesen, als um seinen Mittelpunkt, in einem Kreise herumläuft. Er läuft also immer gleichförmig fort, und erhält zugleich durch diese Bewegung eine gewisse Schwungkraft *). Jedes Theilchen zieht mit dieser Kraft, welche die Drehung ihm giebt, die Axe, welche sich, da sie nicht und ohne alle Schwungkraft ist, bloß leidend verhält. Gesetzt die Masse des Theilchens C sey m (Fig. 89), die Geschwindigkeit seiner Drehung um die Axe AB = c, so hat seine Schwungkraft die Richtung DC, und verhält sich, wie $\frac{mc^2}{2g \cdot DC}$ (35 Brief), oder, wie $m \times DC$, da c sich allenthalben, wie DC verhält. Sind daher D und I (Fig. 90) irgend zwey Theilchen eines Körpers, der sich um die Axe AB dreht,

*) Man sehe den sechs und dreyßigsten Brief.

und DC, IH senkrecht auf die Axe, so verhalten sich die Schwungkräfte dieser Theilchen, wie D . DC : I . IH, wenn D und I die Massen der Theilchen bedeuten; eben so, wie sich die fortgehenden Bewegungen der Massen D und I verhalten. Ist nun G ihr gemeinschaftlicher Schwerpunkt, und reduzirt man jene Bewegungen auf die mit der senkrechten Linie FG parallelen Richtungen CE und HL, so wird D . CE + I . HL = (D + I) . FG *). Die Kräfte nach DE und LI haben auf die Axe keinen Einfluß, weil sie mit ihr parallel sind. Daher ziehn die Massen D und I die Axe AB beide zusammen nach einer gemeinschaftlichen Richtung FG, nach welcher sie ihr Schwerpunkt G ziehen würde, und zwar eben so stark, als wenn beide in dem Schwerpunkte G vereinigt wären, und der Körper sich mit derselben Winkelgeschwindigkeit, wie vorher, drehen würde.

Ebendasselbe gilt nicht bloß für zwey, drey oder vier, sondern auch für unzählig viele Theilchen. Wenn sich daher irgend ein Körper ohne Schwere um eine gewisse Axe dreht, welche nicht durch den gemeinschaftlichen Mittelpunkt der Masse geht, so wird jene nach diesem Punkte beständig eben so gezogen, als wenn die ganze Masse des Körpers in demselben vereinigt wäre. Man muß also die Axe mit einer hinlänglichen Gewalt halten, wenn sie nicht weichen soll, da sie nach und nach, so wie der Schwerpunkt um sie läuft, nach allen Seiten hin gezogen wird; und da, indem der Schwerpunkt sie auf eine Seite zieht, an der entgegengesetzten Seite nichts ist, wodurch sie zu-

*) Man sehe den zwey und dreyßigsten Brief. Anmerk.

rückgezogen werden könnte. Soll also eine Axe eine freye Axe seyn, das heißt: soll sie, blos durch die Schwungkräfte des Körpers, sich ganz unverändert immer in einerley Lage erhalten, ohne daß man sie von außen stützt oder hält, so muß sie durch den Mittelpunkt der Masse des sich drehenden Körpers gehn.

Aber nicht jede Axe, welche durch diesen Punkt geht, ist deßhalb eine freye Axe. Setzen Sie E (Fig. 89) sey der Mittelpunkt der Masse eines sich drehenden Körpers, und die Axe AB gehe durch ihn. Durchschneiden Sie den ganzen Körper durch E mit der Ebne GH, senkrecht auf AB, und es sey C der Mittelpunkt der Masse der obern Hälfte des Körpers über GH, I aber der Mittelpunkt der untern Hälfte; so liegen die Punkte C, E, I allezeit in einer geraden Linie, weil E der Mittelpunkt der Masse des ganzen Körpers ist, C aber und I die Mittelpunkte seiner Hälften sind. Fällt also C an die eine Seite der Axe AB, so muß I an ihrer andern Seite liegen. Die Axe wird daher in diesem Falle durch die Schwungkräfte der einen Hälfte nach der einen, und durch die Schwungkräfte der andern nach der andern Seite gezogen. Sie wird also zwar den Punkt E nicht verlassen, sie wird sich aber gegen CI um E drehen, und zwar so lange bis sie zuletzt durch die Punkte geht, welche, wie C und I, in der Lage, in welcher sie sich alsdann befindet, die Schwerpunkte des Körpers der beiden Hälften sind. Sobald dieses geschieht, wird sie frey, und erhält sich von selbst in ihrer Lage, weil sie weiter durch die Schwungkräfte des Körpers weder hierher, noch dorthin, gezogen werden kann.

Ist aber CI eine freye Axe, so muß jede durch sie gesetzte Ebne den Körper in zwey Hälften theilen, deren Schwerpunkte in die durch LK auf CI senkrechte Ebne fallen, weil, wenn sie außer diese Ebne fielen, die Axe CI unmöglich frey seyn könnte, sondern sich um E gegen LK drehen müßte. Ziehn Sie also in der Ebne LK irgend eine gerade Linie durch E, so wird diese, wenn der Körper sich um sie zu drehen anfängt, und sie nicht die gehörige Lage hat, eben so, wie vorher CI, sich um E herauf oder herunter drehen, bis sie durch die Schwerpunkte der beiden Hälften des Körpers geht, welche eine auf sie senkrechte durch CI gesetzte Ebne absondert. Sobald sie aber diese Lage hat, ist sie ebenfalls eine freye Axe.

Eben so begreifen Sie, daß eine durch die beiden freyen Axen CI und KL gesetzte Ebne den Körper in zwey Hälften theilt, deren Schwerpunkte in einer durch diese Ebne im Punkte E senkrecht durchgehenden geraden Linie liegen; und daß also diese Linie ebenfalls eine freye Axe sey. Folglich hat ein jeder möglicher Körper wenigstens drey freye Axen, welche senkrecht auf einander stehn.

Fünf und funfzigster Brief.

Eine gleichartige Kugel hat so viele freye Axen, als Durchmesser, und es ist ganz gleichgültig, um welchen der letztern sie sich dreht; allein mit einer Afterkugel hat es nicht dieselbe Bewandniß. Stellen Sie sich überhaupt eine krumme Linie ADB (Fig. 91)

vor, die aber kein halber Kreis ist, so wird der Körper, den sie durch ihre Umwälzung um AB beschreibt, wenn er gleichartig ist, von einer jeden durch AB gehenden Ebne in zwey ähnliche und gleiche Hälften getheilt werden, und die Schwerpunkte dieser beiden Hälften, wie F und G, werden in einer durch den Mittelpunkt der Masse des ganzen Körpers C auf AB senkrechten Linie ED liegen, weil beide gegen C immer völlig einerley Lage haben. Daher ist nicht nur AB eine freye Axe dieses Körpers, sondern auch jeder Durchmesser seines Aequators AD verdient diesen Namen, weil jeder durch den allgemeinen Schwerpunkt C, und durch die Schwerpunkte der beiden Hälften geht, die von einer auf ihn senkrecht und durch AB gesetzten Ebne abgesondert werden. Aber dagegen kann kein Durchmesser des Körpers, der zwischen A und D, oder zwischen D und B fällt, eine freye Axe vorstellen.

Auf eine ähnliche Art verhält sich die Erde als eine Afterkugel. Sie dreht sich um eine freye Axe, welche, ohne durch irgend eine äußerliche Ursache gehalten zu werden, immer unveränderlich, und bey der fortgehenden Bewegung der Erde um die Sonne sich beständig parallel bleibt. Zwar hat die Wirkung der Sonne und der Planeten auch einigen Einfluß auf sie, allein dieser ist dennoch nur sehr geringe; und wenn sie sich gleich nicht immer ganz vollkommen parallel bleibt, so geht sie wenigstens dennoch beständig durch dieselben Theile der Erdkugel. Wahrscheinlich ist die Gestalt dieser Kugel auch von der Art, daß sie durch das Umdrehen einer Figur um eine gewisse Axe erzeugt werden kann, so daß alle Meridiane einander ähnlich sind, wenn gleich die beiden Halbkugeln diesseits und jenseits der Linie sich unähnlich seyn sollten. Jeder Durchmesser des Aequators könnte wahrscheinlich

auch eine freye Axe seyn, allein dagegen kann kein andrer Durchmesser zwischen dem Aequator und den Polen auf diesen Namen einen Anspruch machen. Da sich nun die Erde, als sie noch flüssig oder weich war, bloß durch die Schwungkräfte unter dem Aequator erhoben hat, so sieht man augenscheinlich, daß dieselbe Axe, um welche sie sich noch jetzt gleichförmig dreht, vom ersten Anfange ihrer Erhärtung an, unverändert die Axe ihrer Drehung geblieben ist, und daß dieselbe nie, weder nach der einen noch nach der andern Seite, von den jetzigen Polen der Erde abweichen kann, weil sie aufhören würde frey zu seyn, so bald dieses geschehen sollte. Aehnliche Folgerungen lassen sich auch auf die übrigen himmlischen Körper anwenden, die sich um gewisse Axen drehen.

Unfehlbar haben diese Körper ihre doppelte Bewegung durch einen Stoß erhalten. Zwar wird durch einen Stoß, dessen Richtung durch den Mittelpunkt der Masse des gestoßnen Körpers geht, (und einen solchen nennt man einen zentralen Stoß) in diesem Körper, wenn er sich anders ganz frey bewegen kann, allemal nur eine fortgehende Bewegung erzeugt; wird aber ein fester Körper exzentrisch gestoßen, geht die Richtung des Stoßes seinen Schwerpunkt vorbey, so erhält er nicht bloß eine fortgehende, sondern zugleich auch eine drehende Bewegung. Stellen Sie sich eine gleichartige feste Kugel ohne alle Schwere vor, die sich nach allen Seiten hin ganz frey bewegen kann, und auf irgend eine Art durch einen exzentrischen Stoß nach der Richtung QP (Fig. 145), eine gewisse Bewegung erhält. Setzen Sie durch diese Richtungslinie und durch den Mittelpunkt der Kugel C eine Ebne, ziehn Sie den Durchmesser ECPB in ihr senkrecht auf QP, und stellen

Sie sich durch C eine gerade Linie, als die Drehungsaxe, senkrecht auf jene Ebne vor. Da von der einen Seite der Linie QP die Masse, der sich die Bewegung mittheilt, größer ist, als von der andern, so sehn Sie leicht, daß sie sich nicht durchaus gleichförmig vertheilen kann, und daß daher die Theilchen der Kugel auf verschiedne Art in einander wirken müssen. Indessen kann durch diese Wirkungen die Bewegung des gemeinschaftlichen Mittelpunkts der Masse C nicht verändert werden, sondern dieser Punkt muß so fortgehn, als wenn die ganze Masse der Kugel in ihm vereinigt wäre, oder als wenn er selbst in der Linie QP läge. Ist daher M irgend eine Masse, C eine gewisse Geschwindigkeit, m die Masse der Kugel, und MC die Bewegung, welche in die Kugel übergegangen ist, c aber die Geschwindigkeit des Punkts C; so muß $mc = MC$ und $c = \frac{MC}{m}$ seyn. Mit dieser Geschwindigkeit geht der Punkt C nach einer der QP parallelen Richtung fort, wenn die Kugel, wie ich voraussetze, vor dem Stoße, ohne alle Bewegung war.

Aber zugleich wirkt der stoßende Körper in die feste Kugel, als in einen Hebel, welches Sie am deutlichsten einsehn, wenn Sie sich die Kugel auf einer Ebne vorstellen, die mit der Geschwindigkeit c von P nach Q geht. Denn auf dieser Ebne ruht der Mittelpunkt der Kugel, weil er zwey gleiche und entgegengesetzte Bewegungen hat, und es muß sich daher die ganze Linie CB um C, folglich auch die ganze Kugel um die auf BAEDB durch C senkrecht gehende Axe zu drehen anfangen. Diese Drehung kann die fortgehende Bewegung, welche der Kugel mitgetheilt wird, weder vermindern, noch vermehren,

da die Bewegungen der Theilchen, in so fern sie sich drehen, nach allen möglichen Richtungen gehn, und ihre Summe $= 0$ ist, wenn man sie auf einerley Richtung reduzirt. Indessen entstehen dennoch aus diesen Bewegungen gewisse Kräfte, bey deren Momenten es nicht auf ihre Richtung, sondern nur auf ihre Grösse ankommt. Jede drehende Bewegung eines Theilchens dx, in der Entfernung x von der Drehungsaxe, ist $= kxdx$, wenn k die Winkelgeschwindigkeit der Kugel bedeutet. Eben so verhalten sich auch allenthalben die Kräfte; ihre Momente aber, wie kx^2dx. Hat man also die Summe aller Produkte x^2dx der ganzen Kugel, und ist diese $= P$, so wird Pk die Summe aller Momente der Theilchen. Diese aber muß dem Momente $M\,C.a$ der Bewegung MC gleich seyn, wenn $CP = a$ angenommen wird. Also ist $M.C.a = Pk$ und $k = \frac{M.C.a}{P}$.

Es wird also $\frac{c}{k} = \frac{P}{am}$, und man kann, wenn man das Verhältniß von $k:c$ weiß, leicht a bestimmen. Bey einer gleichartigen Kugel ist, wie ich bereits an einem andern Orte gezeigt habe *), $P = \frac{2}{5}m$, oder wenn die Masse der Kugel m heißt, und $CB = 1$ ist, so würde, bey der Drehung der Kugel mit der Winkelgeschwindigkeit k, eine Masse von $\frac{2}{5}m$, in B angebracht, ein Moment haben, welches der Summe der Momente aller Theilchen der Kugel gleich wäre. Daher wird $\frac{c}{k} = \frac{2}{5a}$. Da nun bey unsrer Erde z. B. die Geschwindigkeit der fortgehenden Bewegung des Mittelpunkts ungefähr 65 Mal größer ist, als die Winkelgeschwindig-

*) Man sehe den vier und vierzigsten Brief. Anmerk.

keit der Drehung,[1] so folgt, daß hier $a = \frac{[illegible]}{5 \cdot 65}$ oder beynahe $= \frac{1}{102}$ sey; daß also die Richtung des exzentrischen Stoßes, durch welchen die Erde ihre jetzige Bewegungen erhalten hat, in einer Entfernung von $\frac{1}{102}$ des Halbmessers bey ihrem Mittelpunkte vorbeygegangen seyn muß.

Ueberhaupt hängt das Verhältniß der beiden Geschwindigkeiten c und k nicht im geringsten von der Stärke des Stoßes, sondern bloß von der Entfernung ab, in welcher seine Richtung bey dem Mittelpunkte der Kugel vorbeygeht. Auch ist die drehende Bewegung von der fortgehenden, so wie diese von jener, ganz unabhängig. Eine kann, ohne die andre, verändert, ja sogar vernichtet werden. Alle Planeten haben wahrscheinlich, wie die Erde, beide Arten der Bewegung. Wenn man erwägt, daß beide Bewegungen in ihnen allen nach der Ordnung der Zeichen, oder von Westen nach Osten, gehn; daß die Sonne sich auch nach derselben Richtung dreht; daß die Bahnen der Planeten fast in die Ebne des Aequators der Sonne, wenigstens alle in den Thierkreis, einen sehr schmalen Streifen des Himmels, fallen; und daß die vereinigten Massen aller Planeten nur ein sehr kleiner Theil der ungeheuern Sonnenmasse sind; so findet man den Gedanken des Büffon sehr wahrscheinlich, daß alle Planeten ehedem Theile der Sonne waren, und durch einen und ebendenselben Stoß von Westen nach Osten insgesammt von ihr abgerissen und in Bewegung gesetzt worden sind. Dieser Gedanke scheint zwar wegen seiner Größe und Kühnheit beynahe romanenhaft zu seyn; er ist es aber dem Naturforscher nicht, welcher weiß, daß die Natur immer nach gleichen Gesetzen handelt,

im Kleinen, so wie im Großen, von dem Staube an, bis zu den Welten.

Freylich ist der Körper, welcher durch den exzentrischen Stoß, den er der Sonne gab, einen Theil ihrer im Feuer flüssigen Masse zerstreute, und sie selbst sich um eine Axe zu drehen nöthigte, unfehlbar kein Komet gewesen, wie Büffon glaubt. Die Trabanten aber hatten zu ihrer Absonderung von den Hauptplaneten keines besonders Stoßes nöthig, sondern die bloßen Schwungkräfte scheinen dazu hinreichend gewesen zu seyn, welche eine nothwendige Folge der Drehung der von der Sonne abgerißnen flüssigen Hauptmassen waren. Indem nämlich eine solche Masse sich zu drehen anfing, und nach und nach in eine abgeplattete Kugel zusammenballte, konnten einige ihrer Theile von der Drehungsaxe so weit entfernt seyn, daß sie durch die große Schnelligkeit ihrer Drehung Schwungkräfte erhielten, welche stark genug waren, sie von dem übrigen Körper, mit dem sie damals ohnehin, wegen seiner Flüssigkeit, nur schwach zusammenhingen, loszureissen und fortzuschleudern. Unfehlbar haben deßhalb Jupiter und Saturn, die bey ungleich größern Massen sich ungleich schneller drehen, als die Erde, mehrere Trabanten, als diese. Wäre jeder Trabant auf ein Mal, als ein fester Körper, losgerissen und fortgeschleudert worden, so würde er unfehlbar, bey jedem Umlaufe in seiner Ellipse, wieder zu der Oberfläche seines Hauptplaneten haben zurückkehren und an ihr fortstreichen müssen. Allein unfehlbar sind die noch flüssigen Theile eines jeden Trabanten nach und nach zu verschiednen Zeiten abgesondert worden und haben sich nachher, nachdem sie schon weit von ihrem Hauptplaneten entfernt waren, angezogen und vereinigt, wodurch auch ihre Richtungen nothwendig sehr ge-

ändert werden mußten. So bildete die nach und nach abgesonderte Materie entweder Ringe um ihren Hauptplaneten, welche, so wie bey dem Saturn, allenthalben in gleicher Weite von ihm abstanden, oder sie ballte sich allmählich in eine Kugel zusammen, die aber auch bey ihrem Laufe fast immer in gleicher Entfernung von ihrem Hauptplaneten blieb.

Wenn ein Körper, der zugleich fortgeht und sich dreht, auf ein unbewegliches Hinderniß stößt, so verliert er die erstre Bewegung, aber deßhalb nicht auch zugleich die zweyte. Eine abgeschoßne Kanonenkugel, welche auf die Erde schlägt, kann nicht weiter fortgehn, aber dennoch dreht sie sich auf der Erde noch immerfort um eine gewisse Axe. Diese Drehung, welche die Kugel durch die Reibung im Laufe der Kanone erhält, ist so äußerst schnell, daß man sie gewöhnlich gar nicht wahrnehmen kann. Aber dennoch ist es sehr gefährlich, sich einer solchen Kugel zu nähern. Denn wenn durch die Wirkung des Erdreichs, auf dem sie liegt, oder durch eine andre Ursache, die Drehungsaxe derselben horizontal wird, und ihre hervorragende Theilchen, da sie nicht glatt ist, alsdann auf steinichte oder harte Theilchen des Erdreichs stoßen, so wird ihr bloß von einer Seite ein Theil ihrer Bewegung entzogen, und es ist eben so viel, als wenn sie daselbst einen exzentrischen Stoß erhalten hätte. Daher erhebt sie sich oft, und macht Sprünge, die noch immer schnell genug sind, um einem nahe stehenden Menschen gefährlich werden zu können.

Auch eine Billiardkugel, welche gestoßen wird, verliert oft durch den Stoß ihre ganze fortgehende Bewegung; aber dennoch bleibt ihr die Drehung übrig, welche das Tuch durch seine Reibung in ihr erzeugt, so oft sie auf ihm fortgeht. Da nun,

indem sie sich, nach dem Verluste ihrer fortgehenden Bewegung, zu drehen fortfährt, ihre hervorragende Theilchen auf die Theilchen des Tuches stoßen, so wird ihr durch diesen exzentrischen Stoß von einer Seite Bewegung entzogen, oder, welches einerley ist, eine entgegengesetzte Bewegung beygebracht. Daher rollt sie noch etwas, wiewohl nur langsam, vorwärts, ehe sie ganz in Ruhe kommt.

Anmerkung.

1. Der Mittelpunkt der Erde durchläuft, in einer 365 bis 366 Mal längern Zeit, einen 23700 Mal größern Umkreis, als ein Punkt unter der Linie durch die tägliche Drehung der Erde. Daher ist seine Geschwindigkeit ungefähr $\frac{23700}{365}$, oder 65 Mal größer als die Winkelgeschwindigkeit der Drehung, wenn man den Halbmesser der Erde zur Einheit annimmt.

Sechs und funfzigster Brief.

Die Körper auf unsrer Erde, welche sich drehen, haben gewöhnlich, wie die Räder, die Rollen, und andre ähnliche Werkzeuge, gewisse Zapfen, Bolzen oder Axen, um welche sie sich drehen, und alsdann wird ihre Bewegung durch die Reibung allemal sehr verändert und geschwächt. Ueberdieses bedienen wir uns oft, um Körpern Bewegung mitzutheilen, besonders aber um sie zu drehen, der Seile und Stricke,

welche theils durch ihr Gewicht, theils durch ihre Unbiegsamkeit und Steifigkeit, oft einen ansehnlichen Theil der angewendeten Kraft vernichten. Wir müssen daher diese Hindernisse der Bewegung umständlich und genau kennen lernen, wenn wir uns in den Stand setzen wollen, die allgemeinen Gesetze der Bewegung auch auf die Körper gehörig anzuwenden, welche uns umgeben.

Das Gewicht der Seile kommt vorzüglich alsdann in Betrachtung, wenn sie etwas dick und lang sind. Sie sind als Walzen anzusehn, deren Massen und Gewichte sich wie die Produkte aus ihren Längen und Grundflächen verhalten. Daher krümmen sich vorzüglich die Taue der Schiffe, wegen ihrer großen Länge und Dicke, durch ihr eignes Gewicht, wenn sie wagrecht oder schief ausgedehnt und gespannt werden; und diese Krümmung verändert selbst die Richtung, nach welcher Menschen oder Pferde in ein solches Tau wirken, wenn sie an demselben ein Schiff fortziehn. Wenn z. B. an dem Körper AB (Fig. 69) das Tau CE befestigt ist, so wird, wegen der Krümmung desselben, AB nach der Richtung CD, und der Punkt E nach der Richtung FE gezogen. Durch diese Verschiedenheit aber in der Richtung geht allemal ein Theil der Kraft verloren, weil er zur Erhebung des schweren Taues, und nicht zur Bewegung der Last angewendet wird. Eben so muß man, wenn ein langes und dickes Seil von einer Rolle oder Walze herabhängt, und man diese dreht, um eine Last aus der Tiefe heraufzubringen, auf das Gewicht des Seils Rücksicht nehmen, welches oft sehr ansehnlich ist. Es geschieht bloß, um den Verlust der zur Erhebung eines solchen Seils oder einer Kette nöthigen Kraft zu verringern, daß man an den Schöpfbrunnen gewöhnlich von der einen Seite einen Eimer herunter-

gehn läßt, indem der andre von der Seite in die Höhe gewunden wird.

Aber die meiste Aufmerksamkeit verdient die Unbiegsamkeit der Seile. Diese ist bey dicken Seilen so groß, daß man durch ein etliche Mal um einen Pfahl gewundnes Tau ein Schiff gegen den stärksten Strom aufhalten kann. Sie hängt hauptsächlich von der Dicke der Seile, zum Theil auch von ihrer Drehung und andern Umständen ab; und wächst bey Seilen, die einander übrigens völlig ähnlich sind, in einem etwas größern Verhältnisse als ihre Dicke.[2] Diese Unbiegsamkeit, welche jedes Seil schon an sich hat, wird durch die Spannung desselben noch vermehrt. Daher muß man bey einem Seile, wenn es durch eine gewisse Kraft gespannt ist, oder ein gewisses Gewicht trägt, zwey besondere Theile seiner Unbiegsamkeit unterscheiden; einen unveränderlichen Theil, der ihm von Natur eigen ist, und einen durch die Spannung erzeugten, der sich allemal wie die ganze Kraft verhält, mit welcher das Seil gespannt wird.

Die Unbiegsamkeit der Seile kommt vorzüglich alsdann in Betrachtung, wenn sie über Rollen oder Walzen gezogen werden, weil sich hier ihre Theile nach und nach krümmen müssen, indem sich die Last bewegt, und die Seile oft mit einer sehr beträchtlichen Kraft der Krümmung widerstehn. Ueberhaupt wächst dieser Widerstand bey gleich dicken und gleich stark gespannten Seilen um desto mehr, je kleiner der Durchmesser, und je größer daher die Krümmung der Rollen ist. Indessen läßt sich hierbey kein gewisses Verhältniß bestimmen. Sind die Seile dünn, und die Rollen nicht sehr klein, so wächst der Widerstand

in einem kleinern Verhältnisse, als in welchem die Durchmesser der Rollen abnehmen. In einem grössern Verhältnisse aber nimmt er bey dicken Stricken und kleinen Rollen zu. Ueberdieses werden die Fäden dicker Stricke durch kleine Rollen auf so verschiedne Art gekrümmt und gespannt, daß die Stricke, bey einer etwas lange fortgesetzten Bewegung über den Rollen, durch das Reiben der Fäden auf einander, sich erhitzen, und viel eher zerreissen als über grossen Rollen. Da nun dicke und lange Stricke viel kosten, so ist auch wegen ihrer Erhaltung sehr viel daran gelegen, daß man den Rollen oder Walzen, über welche man sie zieht, recht ansehnliche Durchmesser giebt. [a]

Amontons war der erste, welcher die Unbiegsamkeit der Seile durch die Erfahrung untersuchte. Er nahm zwey völlig ähnliche, gleich lange und gleich dicke Seile A und B (Fig. 70) befestigte sie oben an einen Balken in der Entfernung von 5 bis 6 Zollen von einander, schlang sie ein Mal, beide nach einerley Seite, um eine hölzerne Walze CD, um deren Mitte, nach der entgegengesetzten Richtung, ein dünner Faden gewunden war, an dessen Ende die Wagschale E hing. Unten trugen die Seile A und B ein horizontales mit dem spannenden Gewichte beschwertes Brett FG. Amontons legte in die Wagschale nach und nach immer mehrere kleinere Gewichte, so lange bis die Walze herabzusinken anfing. So erkannte er die Grösse des Widerstandes, der von der Unbiegsamkeit der Seile herrührte, aus der Grösse des Gewichts, welches in der Wagschale seyn mußte, wenn die Walze anfangen sollte sich zu bewegen. Denn da diese sich an nichts reibt, so wird ihre Bewegung nach unten bloß durch die Steifigkeit der Seile

ver=

verhindert. Wäre diese nur sehr geringe, so würde die Walze durch ihr eignes Gewicht herabsinken. Da dieses aber bey dergleichen Versuchen gewöhnlich nicht der Fall ist, und der Punkt, mit welchem die Walze herabzusinken anfängt, auf ihrer Oberfläche gegen über dem Punkte liegt, an welchem E hängt, dieser also von jenem noch einmal so weit entfernt ist, als die Axe der Walze, in welcher ihr Schwerpunkt liegt, so muß man zu dem Gewichte der Walze das doppelte Gewicht in E addiren, wenn man den ganzen Widerstand der Seile gehörig schätzen will.

Man muß zu dergleichen Versuchen immer ähnliche Seile wählen. Denn oft ist ein Seil viel unbiegsamer als das andre, wenn es gleich mit ihm einerley Dicke hat. Es werden auch alle Seile durch den Gebrauch biegsamer, und sind neu am unbiegsamsten. Getheerte Seile sind unbiegsamer und zugleich schwächer als ungetheerte. Hanfne Seile werden, unter übrigens gleichen Umständen, am biegsamsten, wenn der Hanf vorher sorgfältig gehechelt worden ist. Aber am meisten wird die Biegsamkeit, so wie auch die Stärke der Seile, durch das Zusammendrehen geschwächt. Ein jeder Faden muß, ehe er reißen soll, gespannt werden, und je stärker er schon gespannt ist, um desto wenigere Kraft braucht man noch hinzuzufügen, um ihn vollends zu zerreißen. Durch das Zusammendrehen aber werden die Fäden der Seile wirklich gespannt, und daher können ähnliche und gleich dicke Stricke eine desto größere Last tragen, ohne zu zerreißen, je weniger fest sie zusammengedreht sind. Die Erfahrung hat diese Sache außer allen Zweifel gesetzt, und es tragen mehrere Fäden, die parallel neben einander hängen, zusam-

men allemal eine grössere Last, ehe sie reissen, als sie, nachdem man sie zusammengedreht hat, zu erhalten im Stande sind. Daher schwächt alles Zusammendrehen die Stärke und zugleich die Biegsamkeit der Seile; man kann aber desselben nicht ganz überhoben seyn, wenn man lange Seile haben will, weil die Fäden, aus welchen man sie bereitet, von Natur kurz sind, und also zusammengedreht werden müssen. Indessen ist dennoch allemal, unter übrigens gleichen Umständen, ein locker gedrehtes Seil einem festen und steifen vorzuziehn. Aus dieser Spannung der Fäden beym Zusammendrehn entsteht derjenige Theil der Unbiegsamkeit der Seile, der immer von gleicher Grösse bleibt, es sey nun, daß man sie stark, oder schwach, oder auch gar nicht spannt.

Lassen Sie uns jetzt das zweyte Hinderniß fast aller Bewegungen der Körper, die uns umgeben, die Reibung nämlich, umständlich untersuchen. Sie ist von einer doppelten Art. Denn gewöhnlich verursacht sie keine neue Bewegung, sondern hindert und schwächt bloß diejenige, die der sich reibende Körper anderswoher erhalten hat. Eine solche **Reibung** wollen wir zu der **ersten Art** rechnen. Oft aber bringt sie auch in runden Körpern eine drehende Bewegung hervor, die ohne sie gar nicht Statt finden würde; und in diesem Falle ist sie von der **zweyten Art**. So dreht sich eine auf einer wagrechten Ebne fortgeschobne Kugel immerfort rückwärts, indem sie vorwärts fortgeht, bloß weil sie sich auf der Ebne reibt. Ihre fortgehende Bewegung wird durch diese Art der Reibung allemal geschwächt, weil die Drehung aus einem exzentrischen Stoße der hervorragenden

Theile der Ebne auf die Hervorragungen der Kugel entspringt, und ein jeder Stoß von der Art auch in dem Schwerpunkte der Kugel eine Bewegung erzeugt, welche derjenigen gerade entgegengesetzt ist, mit der sie fortgeht. Eben daher wächst die Reibung der zweyten Art mit der Geschwindigkeit des rollenden Körpers, weil der exzentrische Stoß um desto stärker wird, je mehr die Geschwindigkeit zunimmt, mit welcher der Körper fortgeht. Aber dennoch schwächt die Reibung von der zweiten Art die Bewegung des sich reibenden Körpers lange nicht so sehr, als die von der ersten. Denn bey jener weichen die Erhabenheiten des bewegten Körpers, und der Ebne, auf welcher er fortgeht, großentheils einander aus; anstatt daß bey dieser sie insgesammt niedergedrückt oder weggerissen werden müssen. Daher lehrt auch die Erfahrung, nicht nur, daß die Reibung der zweyten Art überhaupt viel geringer ist als die der ersten, sondern daß sie auch, unter übrigens ganz gleichen Umständen, um desto geringer wird, je beweglicher der sich reibende Körper nach allen Seiten ist. Unter allen runden Körpern nämlich, die einer solchen Drehung fähig sind, ist unstreitig die Kugel, nach allen Seiten hin, am beweglichsten. Sie leidet aber auch, unter gleichen Umständen, die kleinste Reibung, und verliert weniger durch sie von ihrer fortgehenden Bewegung, als Walzen, oder Scheiben und Räder. Daher legt man unter ungeheure Lasten, die man fortzieht, so wie man es bey Fortschaffung der Granitmasse, auf welcher die Bildsäule Peters des Großen zu Petersburg steht, gethan hat, metallne Kugeln, um die Reibung dadurch, so viel als möglich, zu vermindern. Kleinere Lasten aber schiebt man gewöhnlich auf

untergelegten Walzen fort, weil sie im Gebrauche bequemer sind als Kugeln.

Wie sehr der Widerstand vermindert wird, wenn man die Reibung der ersten Art in eine der zweyten Art verwandelt, zeigen selbst unsre gewöhnliche Fahrzeuge auf eine sehr einleuchtende Art. Sie sind mit Rädern versehn, welche sich wegen ihrer Reibung auf der Erde drehn, folglich an ihrem Umfange eine Reibung der zweyten Art leiden, anstatt daß die ganze Reibung eines Schlittens oder einer Schleife von der ersten Art ist. Aber an ihren Axen reiben sich auch die Räder auf die erste Art. Denn wenn ein runder Körper sich zwar dreht, es entsteht aber seine Drehung nicht aus der Reibung auf einer gewissen Fläche, sondern aus einer andern Ursache, so ist seine Reibung auf dieser Fläche von der ersten Art, weil seine erhabnen Theilchen in diesem Falle den Theilchen der Fläche nicht ausweichen. So reibt sich die Welle eines Mühlrades auf ihren Zapfenlagern auf die erste Art, und eben so ist die Reibung eines Wagenrades auf seiner Axe beschaffen. Ungeachtet aber dieser ansehnlichen Reibung an den Axen, und ungeachtet die Räder theils durch sich selbst, theils durch die Axen und die übrigen zu ihrer Befestigung nöthigen Theile, das Gewicht der Wagen ungemein vermehren, so machen sie dennoch bloß durch ihr Drehen, daß auf einem ungleichen Boden, wo die Reibung vorzüglich groß ist, die Wagen viel leichter fortzuziehn sind als die Schleifen und Schlitten. Hemmt man aber die Räder, daß sie sich nicht drehen können, so wird die Bewegung der Wagen ganz ungemein erschwert, weil jetzt ihre ganze Reibung bloß von der ersten Art ist.

Anmerkungen.

1. Nach den Versuchen des Herrn Decoulombs verhält sich die Unbiegsamkeit ähnlicher und gleich stark gespannter Seile vom Durchmesser d und e, wenn sie ganz neu oder sonst sehr steif sind, wie $\sqrt[6]{d^9} : \sqrt[6]{e^9}$ und wenn sie sehr biegsam sind, wie $\sqrt{d^3} : \sqrt{e^3}$. Bey den übrigen Gattungen fällt das Verhältniß zwischen die beiden angeführten.

2. Herr Büsch erzählt, daß in Hamburg, bey einem Baue, wo man den ganzen Tag über rammen mußte, Anfangs alle neue Seile in wenigen Tagen ganz unbrauchbar wurden und verbrannten, weil die Rolle der Ramme, über welche die Seile gingen, nur einen Fuß breit war. Als man nachher, anstatt dieser, eine andre Rolle von zwey Fuß im Durchmesser anbrachte, haben die Seile, bey gleich starker Arbeit, viele Monate ausgehalten.

Sieben und funfzigster Brief.

Da die Reibung der zweyten Art, wie Sie gesehen haben, viel kleiner ist als die der ersten Art, so kann man bey kleinen und leichten Körpern, die man sehr beweglich machen will, wie z. B. bey den magnetischen Neigungsnadeln, seinen Zweck dadurch erreichen, daß man ihre Zapfen nicht durch ein unbewegliches Lager unterstützt, sondern von der einen und der andern Seite auf die Ränder zweyer parallel neben einander gestellter etwas großer und leichter Rollen oder Räder legt, die sich beide nach entgegen-

gesetzten Richtungen drehen, wenn jene Körper gedreht werden. Denn da die Drehung der Rollen bloß eine Folge der Reibung zwischen ihren Rändern und den Zapfen ist, die auf ihnen liegen, so gehört diese Reibung zur zweiten Art, anstatt daß die Reibung eines Zapfens auf einem unbeweglichen Lager von der ersten Art ist. Zwar reiben sich die Zapfen der Rollen selbst auch auf die erste Art, allein diese Reibung wird durch eine sehr geringe Kraft überwunden, wenn sie an sich klein ist, und die Zapfen der Rollen sehr dünn, die Durchmesser aber der Rollen etwas groß sind. Denn wenn CA (Fig. 93) der Halbmesser des Zapfens, CE der Halbmesser der Rolle und p der aus der Reibung des Zapfens entspringende Widerstand ist, so wird p.CA das Moment dieses Widerstandes, und ein Körper, der so wie der Zapfen der Magnetnadel oder eines andern Körpers, auf dem Rande der Rolle liegt, hat nur eine Kraft v nöthig, deren Moment $v \cdot CE = p \cdot CA$ ist, um den Widerstand p zu überwinden. Daher ist $v = \frac{p \cdot CA}{CE}$ um desto kleiner, je kleiner p an sich, und CA in Ansehung des Halbmessers CE ist. Ist z. B. $CA = \frac{1}{30} CE$, so wird auch $v = \frac{1}{30} p$, und daher kann man sich dieser Einrichtung bey leichten Werkzeugen, wo sich das Verhältniß von CE:CA sehr groß machen läßt, mit vielem Vortheile bedienen, aber nicht bey großen und schweren Maschinen, dergleichen z. B. die Mühlen sind.

Die drehende Bewegung der Kugeln, Räder und Walzen bey der Reibung der zweyten Gattung rührt bloß daher, daß die erhabnen Theilchen ihrer Oberflächen auf die Theilchen der Flächen stoßen, auf denen sie sich fortbewegen, und von ihnen zurück

getrieben werden. Sind also die Oberflächen der runden Körper beweglich genung, so verlieren ihre Theilchen durch den Stoß an die unbeweglichen Theilchen der Flächen ihre ganze Bewegung, oder sie werden eben so stark rückwärts gestoßen, als sie mit der Axe vorwärts gehn, und haben also unten, wo der Stoß geschieht, eigentlich zwey gleiche und entgegengesetzte Bewegungen zugleich. Sie drehen sich daher eben so schnell rückwärts um ihre Axe als diese vorwärts geht. Hierauf gründet sich die Eigenschaft der gemeinen Radlinie, welche jeder Punkt in dem Umfange eines Wagenrades beschreibt, wenn der Wagen auf einer Ebne fortgeht, daß nämlich ihre Grundlinie allemal dem Umfange des Rades gleich ist. Hierauf gründen sich ferner gewisse Werkzeuge, welche man Wegemesser oder Hodometer nennt. Man befestigt sie z. B. an einem Wagenrade, und sie sind so eingerichtet, daß bey jeder Umdrehung des Rades ein darin befindlicher Zeiger um eine Abtheilung fortrückt, und daß man, nach zurückgelegtem Wege wissen kann, wie viel Mal sich indessen das Rad umgedreht hat. Kennt man also die Länge des Umfanges des Rades genau, so läßt sich die Länge des zurückgelegten Weges sehr leicht berechnen, weil jeder Punkt im Umfange des Rades durch seine Drehung eben so vielen Raum durchläuft, als die Axe desselben nebst dem Wagen in derselben Zeit durch seine fortgehende Bewegung zurücklegt. Hält z. B. der Umfang des Rades genau eine Ruthe, so hat man während der Zeit, da es sich hundert Mal umgedreht hat, einen Weg von 100 Ruthen zurückgelegt. Man hat unterschiedne Arten von dergleichen Maschinen, die sich aber alle darauf gründen, daß ein Rad oder eine Walze, durch die Reibung der zweyten Art, sich allemal um desto schneller dreht,

je schneller es fortgeht, und daß die Schnelligkeit der Drehung seines Umfanges der Geschwindigkeit seiner fortgehenden Bewegung gleich ist.

Ueber die Reibung der zweyten Art fehlt es noch an hinlänglichen und genauen Versuchen, in Ansehung aber der Reibung der ersten Art, welche bey den Maschinen fast allein in Betrachtung kommt, haben wir dem Amontons ebenfalls die ersten richtigen Kenntnisse zu verdanken. Vor seiner Zeit glaubte man, diese Art der Reibung hänge bloß von der Grösse der sich reibenden Flächen ab. Er war der erste, der dieses Vorurtheil widerlegte, und durch Erfahrungen bewies, daß die Grösse der Reibung sich fast ganz allein nach dem Gewichte der Körper, oder vielmehr nach der Kraft, mit welcher die Körper an die Flächen, auf denen sie sich bewegen und reiben, gedrückt werden, richte. Er bediente sich zu seinen Versuchen eines glatten und wagrechten Tisches, auf welchem ein mit Gewichten beschwertes Bret lag. An diesem war ein feiner seidner Faden befestigt, der wagrecht und dem Tische parallel bis zu einer am Rande des Tisches eingeschrobnen Rolle fortging, von welcher er lothrecht herabhing, und an seinem Ende eine Wagschale trug, die nach und nach immer mehr mit Gewichten beschwert wurde, so lange, bis das Bret auf dem Tische fortzugehen anfing. Denn da die Reibung einer sehr beweglichen und etwas grossen Rolle, oder vielmehr das Moment derselben, so, wie auch die Unbiegsamkeit eines dünnen seidnen Fadens nur sehr geringe ist, so kann man das kleinste Gewicht, welches nothwendig an dem Faden hängen muß, wenn das Bret anfangen soll auf dem Tische fortzugehn, so ansehn, als wenn es bloß zur Ueberwindung der Reibung des Bretes angewendet würde, und dieses um desto mehr, da die Reibung sich nie

mit mathematischer Genauigkeit, sondern immer nur beynahe und durch Näherung bestimmen läßt.

Um indessen die Einmischung aller fremden Ursachen gänzlich zu entfernen, wiederhohlte man nachher die Versuche über die Reibung auf geneigten und beweglichen Ebnen. Man legte nämlich den Körper, dessen Reibung man wissen wollte, auf eine horizontale Tafel, und erhob diese an einem Ende so lange, bis der Körper auf ihr durch sein eignes Gewicht herabzurutschen anfing. Alsdann maß man den Winkel, den die geneigte Tafel mit einer wagrechten Ebne machte, und so war man im Stande, die Größe der Reibung zu bestimmen. Denn gesetzt, es liege ein Körper (Fig. 72) dessen Schwerpunkt D ist, auf der geneigten Ebne AB; es sey ferner AC eine wagrechte, BC eine lothrechte Linie, der Neigungswinkel BAC = n, und das Gewicht des Körpers DF in die beiden Kräfte DE = v und EF = p aufgelöst, davon jene mit AB parallel, diese aber auf AB senkrecht ist; so folgt, daß der Körper mit der Kraft p an die Ebne gedrückt, mit der Kraft v aber auf ihr heruntergetrieben wird. Da nun die Dreyecke DEF und ACB einander ähnlich sind, so wird

$$v : p = BC : AC = \text{tang. } n : 1 \text{ und } \frac{v}{p} = \text{tang. } n.$$

Man erkennt also, so bald man den Winkel n durch Versuche findet und ihn mißt, aus seiner Tangente in jedem Falle, den wievielsten Theil von p die Kraft v ausmacht. Richtet sich nun die Reibung größtentheils nach dem Drucke, so muß der Winkel n, wenigstens beynahe, immer von gleicher Größe bleiben, wenn gleich die Größe der sich reibenden Flächen verändert wird.

Außerdem hat man noch ein besonderes Werkzeug, um die Größe der Reibung zu messen, welches man Reibungsmesser oder Tribometer nennt. Es besteht aus einer Welle, in welche man nach Gefallen bald hölzerne, bald metallne Zapfen schrauben kann. Eben so lassen sich die Zapfenlager verändern, auf welchen die wagrechte Welle ruht. Um die Welle geht eine seidne Schnur, an deren beiden Enden gleiche Gewichte hängen. Man legt an der einen Seite nach und nach so lange Gewichte zu, bis die Welle sich zu drehen anfängt, und berechnet aus dem Uebergewichte die Größe der Reibung. Dieses Werkzeug ist sehr bequem, es nimmt wenigen Raum ein, man kann durch dasselbe sehr leicht von sehr verschiednen Materien, sowohl trocken als geschmiert, die Reibung erforschen, und es scheint der Hauptabsicht, weßhalb man dergleichen Versuche macht, nämlich um die Größe der Reibung der Räderwerke kennen zu lernen, am angemessensten zu seyn.

Die Reibung überhaupt, und insbesondere die von der ersten Art, hängt zum Theil von der Glätte der Flächen ab, welche sich reiben. Je geringer diese ist, je rauher also die Flächen sind, um desto größer ist die Reibung. Aber auch eine gar zu große Glätte vermehrt sie wieder. So kleben Spiegelplatten gleichsam an einander, wenn man eine auf die andre legt. Da nun die Theile der Maschinen weder rauh, noch auch spiegelglatt polirt sind, und man die Größe der Reibung bloß wegen der Maschinen zu kennen sucht, so muß man zu den Versuchen über die Reibung weder rauhe, noch stark polirte, sondern bloß recht glatte Körper wählen. Diese sind entweder von Holz, Metall oder auch allenfalls von Stein, weil alle Theile

der Maschinen bloß von diesen Materien, vorzüglich von den beiden erstern, gemacht zu seyn pflegen.

Die Theile der Maschinen sind ferner weder so dünn wie ein Blatt, noch so zugeschärft wie ein Messer. Daher nimmt man auch zu den Versuchen über die Reibung bloß solche Körper, die eine beträchtliche Dicke und Breite haben. Und wenn man gleich zuweilen dem bewegten Körper eine keilförmige Gestalt giebt, so schärft man dennoch die Fläche, auf welcher er ruht, nie so wie ein Messer, weil sie sonst in die andre Fläche eindringen und nicht bloß sich an ihr reiben würde.

Amontons schloß aus seinen Versuchen, daß die Reibung der ersten Art bey den Maschinen nie über $\frac{1}{3}$ des ganzen Drucks beträgt. Wenn z. B. die Theile, welche sich auf einander reiben, mit einer Kraft von 12 Pfunden zusammengedrückt werden, so macht die Reibung dieser Theile vier Pfund, und oft viel weniger aus. Diese Regel, die man mehrentheils ganz unrichtig verstanden hat, ist noch immer, wenn bloß von der Reibung beym Anfange der Bewegung die Rede ist, auch bey Maschinen brauchbar. Denn die Reibung der Körper ist so veränderlich, und hängt von so vielen zum Theil unbekannten Ursachen ab, daß wir zufrieden seyn müssen, wenn wir nur im Stande sind, ihre größte Grenze bey Maschinen mit einiger Sicherheit zu bestimmen. Findet sich nachher die Reibung kleiner, als wir sie in Anschlag gebracht haben, thut die Maschine also eine größere Wirkung, als wir erwarteten, so sind wir um desto mehr mit ihr zufrieden.

Zwar ging Amontons darin zu weit, daß er dem bloßen Drucke fast alles allein zuschrieb; denn

die Erfahrung lehrt, daß die Größe der Oberflächen, welche sich reiben, ebenfalls einen unstreitigen Einfluß auf die Größe der Reibung hat. Allein dennoch ist der letztre bey den Maschinen immer nur sehr geringe, so, daß man hier die Reibung, ohne sonderlichen Irrthum, aus dem bloßen Drucke berechnen kann. Besonders findet man, wenn Metall sich auf Metall reibt, und die sich reibenden Flächen nicht geschmiert sind, gemeiniglich nicht den geringsten Unterschied in der Reibung bey großen oder kleinen Flächen, so lange nur der Druck von gleicher Größe bleibt, es müßten denn bey einem ansehnlichen Drucke die Flächen ganz ungewöhnlich klein seyn. Sind aber die Flächen geschmiert, so hängt die Größe des Widerstandes der Reibung, sowohl beym Holze als beym Metalle, zum Theil mit von der Größe der Flächen ab. Denn diese kleben durch die Schmiere mehr oder weniger zusammen, und die Totalkraft, mit welcher sie zusammenhängen, richtet sich natürlich nach ihrer Größe. So kann man, wenn mit reinem Talg frisch eingeschmiert worden, und die Bewegung sehr langsam ist, auf jeden Quadratfuß, beym Holze an 7, und beym Eisen an 6 Pariser Pfund, wenn aber mit Theer eingeschmiert worden ist, doppelt so viel an Widerstand bey der Reibung rechnen; so daß die Reibung geschmierter Flächen aus zweyen Theilen besteht: einem unveränderlichen, der vom Zusammenkleben der Flächen herrührt, und einem veränderlichen, der eigentlich bloß der Reibung zugeschrieben werden muß, und einen gewissen Theil des Drucks ausmacht.

Acht und funfzigster Brief.

Amontons und die meisten seiner Nachfolger bemühten sich bloß die Reibung der Ruhe durch die Erfahrung kennen zu lernen, die man von der Reibung der Bewegung sehr wohl unterscheiden muß. Jene findet Statt, wenn ein Körper, der bisher geruhet hatte, nur eben anfängt sich zu bewegen; diese aber, wenn er mit einer gewissen beträchtlichen Geschwindigkeit fortläuft, und sich beständig reibt, indem er sich bewegt. Jene läßt sich durch die Erfahrung viel leichter bestimmen als diese, und da man voraussetzte, daß die eine so groß wäre als die andre, so glaubte man, es sey hinreichend, bloß die Größe der einen durch Versuche zu kennen.

Das Holz hat die sonderbare Eigenschaft, wenn man es geschmiert oder ungeschmiert auf Holz oder Metall legt, daß seine Reibung der Ruhe Anfangs um desto größer ist, je länger es geruhet hat, bis es ein gewisses Größtes der Reibung erreicht, da diese denn weiter nicht zunimmt, wenn das Holz gleich noch länger in Ruhe bleibt. Es muß oft mehrere Tage hinter einander in Ruhe gelassen werden, wenn es das Größte seiner Reibung erreichen soll, und dieses ist oft noch einmal so groß als die Reibung der Ruhe alsdann wird, wenn man es gleich fortzieht, nachdem man es aufgeleget hat. Metall auf Metall zeigt ungeschmiert diese Eigenschaft nicht; schmiert man es aber, so wächst auch hier Anfangs durch eine anhaltende Ruhe die Reibung bis zu einem gewissen Größten. Man muß daher, um einigermaßen sichre und bestimmte Verhältnisse zu erhalten,

allemal die größte Reibung der Ruhe mit dem Drucke vergleichen.

Das Verhältniß aber dieser größten Reibung zum Drucke ist zwischen ungeschmiertem Holze und Holze, vermöge der Erfahrung, ins Mittel wie 1 : 3, zuweilen wie 1 : 2, ja wohl noch etwas kleiner, zuweilen auch wie 1 : 3,7; zwischen ungeschmiertem Holze und Metalle ins Mittel wie 1 : 5; zwischen ungeschmiertem Metalle aber und Metalle, ins Mittel wie 1 : $3\frac{1}{2}$ bis 1 : 4 oder, wenn die Flächen, bey einem beträchtlichen Drucke sehr klein sind, wie 1 : 6. Durch das Einschmieren, wenn es auf die gehörige Art geschieht, läßt sich die Reibung gewöhnlich bis auf die Hälfte vermindern. Man bringt zwischen Holz und Holz oder Metall, Seife, Talg, auch wohl Theer, und zwischen Metall und Metall, Oel; und die Erfahrung lehrt, daß, nach Beschaffenheit der Körper, welche sich reiben, die Reibung durch eine Art der Schmiere mehr vermindert wird, als durch die andre, nur muß die Schmiere überhaupt rein und frisch seyn. Denn schlechte oder alte Schmiere vermehrt oft die Reibung, anstatt sie zu vermindern. Sie wird oft durch das Alter zähe, und verwandelt sich, besonders wenn sich Metalle reiben, indem sie sich mit dem abgeriebnen Staube derselben vermischt, in eine Art von Salbe. Daher muß man besonders bey solchen Maschinen, welche einen grossen Druck leiden, die Schmiere oft erneuern.

So verhält sich die Reibung bey Körpern, welche eine fortgehende Bewegung haben. Sie sollte bey Zapfen oder Walzen, die sich auf ihrem Lager, oder bey durchlöcherten Rollen, die sich um feste Zapfen drehen, eben so groß seyn, allein man findet sie, wenn Holz sich auf Holz oder auf Metallen dreht, gewöhnlich viel kleiner; vielleicht weil das Holz aus

Fasern besteht, und bey der Reibung auf die Lage derselben, in Ansehung der Richtung der Bewegung, wie auch auf die Art seiner Glättung, sehr viel ankommt. Indessen sehen Sie hieraus, wie nothwendig es ist, für jede Art der Bewegung die Grösse der Reibung durch Versuche zu erforschen. Wenn Rollen von sehr hartem Holze sich um Axen von einer eben so harten aber verschiednen Holzart drehen, so ist die Reibung der Ruhe, vermöge der Erfahrung, trocken $\frac{1}{14}$ bis $\frac{1}{20}$, und gehörig eingeschmiert nur $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{33}$ des Drucks. Wenn sich dergleichen Rollen um eiserne Axen drehten, war die Reibung ungeschmiert $\frac{1}{20}$ des Drucks. Drehte sich aber Kupfer, auf Eisen, so war die Reibung trocken $\frac{1}{6}$ und gehörig eingeschmiert $\frac{1}{11}$ bis $\frac{1}{12}$ des Drucks. Ueberhaupt reiben sich mehrentheils Metalle von gleicher Art stärker auf einander, als die von verschiedner Gattung, und am kleinsten scheint die Reibung des Stahls auf Messing zu seyn.

Ungeachtet aber die Reibung der Ruhe bey der fortgehenden Bewegung des Holzes auf Holze gewöhnlich so groß ist, wie ich gesagt habe, so wird sie dennoch sehr vermindert, wenn die sich reibenden Flächen, nach Verhältniß des Drucks, ungewöhnlich klein werden. Die Schiffsbaumeister geben den Flächen, auf welchen sie die Schiffe durch ihre eigne Schwere vom Stapel laufen lassen, nicht mehr, als 10 bis 12 Linien Fall, auf einen Fuß. In diesem Falle macht die größte Reibung der Ruhe nur $\frac{1}{14}$ bis $\frac{1}{12}$ vom Drucke aus, bloß weil der Druck ungemein groß und die sich reibende Fläche sehr schmal ist.

Aber bey den Maschinen kommt es nicht sowohl auf die Reibung der Ruhe, als vielmehr auf die Reibung der Bewegung an, und diese ist mehrentheils viel kleiner, als jene wird, wenn sie am grösten ist,

besonders wenn die Theilchen der Körper durch die Bewegung erschüttert werden. Denn durch die Erschütterung lüften sich die Theilchen, die sich an einander reiben. Wenn man daher ein Stück Holz auf einem Tische fortzieht, und auf diesen zugleich öfters gelinde mit einem Hammer schlägt, so findet man, selbst bey einem mäßigen Drucke und ungeschmierten Flächen, die Reibung der Ruhe nicht über $\frac{1}{8}$, und bey großem Drucke kaum $\frac{1}{10}$ des Druckes groß. Verkleinert man aber noch überdieses die sich reibenden Flächen, so viel man kann, so macht im letztern Falle die Reibung der Ruhe oft kaum $\frac{1}{14}$ des ganzen Drucks aus. Man könnte diese Reibung der Ruhe, welche Statt findet, wenn man die sich reibenden Flächen lüftet, die kleinste nennen.

Obgleich aber überhaupt die Reibung der Bewegung gewöhnlich merklich kleiner ist, als die größte Reibung der Ruhe, so wächst sie dennoch zuweilen während der Bewegung, und zwar um desto mehr, je mehr die Geschwindigkeit zunimmt. Zuweilen bleibt sie aber auch unverändert von gleicher Größe, wenn gleich die Geschwindigkeit noch so groß wird, ohne daß man im Stande ist, die Ursachen dieses Unterschiedes anzugeben, weil es noch an hinlänglichen Versuchen hierüber fehlt. So viel ist gewiß, daß sie in zusammengesetzten Räderwerken und Maschinen, bey zunehmender Geschwindigkeit, immer größer, und zuletzt der Kraft gleich wird, welche dergleichen Maschinen in Bewegung setzt. Denn die Erfahrung lehrt, wenn man ein Uhrwerk, dessen Räder sich ganz frey und ohne im geringsten gehemmt zu werden, bewegen können, vermittelst einer aufgezognen Feder oder eines Gewichts, laufen läßt, daß seine Bewegung Anfangs am stärksten, hernach immer weniger beschleunigt, und

in

in kurzer Zeit gleichförmig wird. Dieses beweist, daß die Reibung, so wie die Geschwindigkeit zunimmt, immer grösser, und zuletzt dem Gewichte, welches an dem Uhrwerke hängt, gleich wird. Aber auch bey einfachen Rollen und Walzen pflegt die Reibung ebenfalls mit der Geschwindigkeit zuzunehmen, wenn ihre Zapfen eingeschmiert sind, jedoch geschieht dieses nicht allezeit, sondern die Bewegung wird oft ganz gleichförmig beschleunigt, zu einem Beweise, daß die Kraft des Widerstandes oder der Reibung, welche die Kraft der Schwere vermindert, eben so, wie diese, beständig von gleicher Größe bleibt. Ueberhaupt pflegt in allen Fällen Anfangs, wenn die Geschwindigkeit noch nicht groß ist, die Reibung nur sehr wenig und oft nur unmerklich zuzunehmen, hernach aber bey grossen Graden der Geschwindigkeit um desto schneller zu wachsen.

Bey ungeschmierten Rollen wächst die Reibung ebenfalls oft mit der Geschwindigkeit, wenn sich Metall auf Metall, oder Metall auf Holz reibt. Daß aber dieses dennoch nicht allemal geschieht, sondern die Reibung oft, selbst bey den größten Geschwindigkeiten, immer von gleicher Größe bleibt, beweisen die Versuche, welche Schober in den Salzgruben bey Krakau mit Rollen gemacht hat, deren Axen von Stahl, die Lager aber theils von Horn theils von Metall waren, am deutlichsten. Denn die Bewegung dieser Rollen und der an ihnen hängenden Gewichte blieb beständig, selbst nachdem die letztern durch eine Tiefe von 216 Fuß herabgesunken waren, gleichförmig beschleunigt.

Zuweilen wächst die Reibung bewegter Körper nicht durch die Geschwindigkeit, sondern dadurch, daß die Theile, welche sich reiben, sich bey der

Bewegung erhitzen oder sonst aufquellen und sich klemmen. Daher vergrößert oft die Feuchtigkeit die Reibung des Holzes. Die Erhitzung wird unter andern durch Sand oder Staub und Schmutz befördert, der sich zwischen die reibenden Flächen setzt. Und gleichwie schlüpfrige Materien dadurch, daß sie die Oberflächen glätter machen, die Reibung vermindern, so vergrößert dagegen z. B. Kreide die Reibung des Holzes und der Stricke, weil sie ihre Oberflächen rauher macht. Vorzüglich quellen die Metalle durch die Erhitzung stark auf, und reiben sich hernach auch um desto stärker, besonders wenn ihre Zäpfen oder Axen sich in engen Löchern drehen.

Die wahren Ursachen der verschiedenen Erscheinungen der Reibung sind uns größtentheils unbekannt. Ueberhaupt läßt sich nur so viel sagen, daß die hervorragenden Theilchen der festen Körper bey der Reibung der ersten Art theils niedergedrückt, theils weggerissen werden müssen. Geschähe bloß das erstere, so würde die Reibung wahrscheinlich bloß von der Größe des Drucks, und gar nicht von der Größe der Oberflächen abhängen. Denn man müßte alsdann jene Hervorragungen als kleine elastische Fasern ansehen, welche dem Drucke um desto mehr widerstehen, je mehr sie niedergebogen werden, und je stärker also der Druck ist. Vergrößerte man bey immer gleichem Drucke die Oberfläche, so würden die Fasern um desto weniger niedergebogen, in je größerer Anzahl sie jetzt vorhanden wären, und daher bliebe der ganze Widerstand, der sich wie das Produkt aus der Anzahl der zusammengedrückten Fasern und aus dem Widerstande einer einzelnen Faser verhält, immer ebenderselbe.

Würden aber alle widerstehende Theilchen bey der Reibung weggerissen, so müßte die Reibung bloß von der Oberfläche, und gar nicht vom Drucke abhängen. Denn die Theilchen hängen mit ihren Flächen mit einer gewissen absoluten Kraft zusammen, welche bey einem kleinen und großen Drucke immer einerley bleibt. Je größer also die sich reibenden Flächen sind, um desto mehrere Gewalt wird erfordert, um den Zusammenhang jener Theilchen zu überwinden, es mag übrigens der Druck der Flächen an einander groß oder klein seyn. Da nun die Reibung der ersten Art bey dem Holze und den Metallen sich größtentheils bloß nach dem Drucke richtet, und gewöhnlich die Größe der Flächen nur einen geringen Einfluß auf sie hat, so folgt, daß bey der Reibung der ersten Art der größte Theil der widerstehenden hervorragenden Theilchen gewöhnlich bloß niedergedrückt, und der kleinste weggerissen wird.

Hieraus läßt sich wahrscheinlich begreifen, warum der Einfluß der Oberflächen in die Reibung sowohl beym Holze, als auch beym Metalle, um desto sichtlicher wird, je schmäler die sich reibenden Flächen bey einem ansehnlichen Drucke sind. Denn eine Fiber kann durch ihre Federkraft nur so lange der Zusammendrückung widerstehen, als sie nicht zerquetscht oder weggerissen wird. Denn sobald dieses geschieht, hört aller Widerstand auf. Ein starker Druck aber über einer sehr schmalen Fläche muß wahrscheinlich die meisten Fibern wegreissen oder vernichten, und ebendeßhalb ist in diesem Falle die Reibung, nach Verhältniß des Drucks, so geringe.

So nachtheilig übrigens die Reibung in gewissen Absichten auch ist, so nützlich und nothwendig ist sie in andern. Durch sie pressen wir Körper, vermittelst der Schrauben und Keile, zusammen; durch sie

halten wir oft mit einer geringen Kraft Bewegungen auf, oder verhindern diejenigen, die uns schädlich seyn möchten; durch sie schleifen, feilen und poliren wir. Ohne sie würden wir weder gehn, noch sitzen oder liegen können. Nichts würde einige Festigkeit haben, und der geringste Hauch würde die schwersten Körper, die auf einem wagrechten Boden stehen, wegtreiben.

Neun und funfzigster Brief.

Bey den Körpern, welche mit einer gewissen Kraft gedreht werden müssen, ist der Theil der Kraft, welcher auf die Ueberwindung der Reibung verwendet wird, als verloren anzusehen, und man muß ihn deßhalb so viel als möglich zu vermindern suchen. Diese Absicht aber erreichet man mehr durch die Verminderung des Moments der Reibung, als der Reibung selbst. Bey einem Wagen z. B. steht es nicht in unserer Gewalt, den Boden zu ebnen, auf welchem er fortgezogen wird, und dadurch die Reibung am Umfange der Räder zu verkleinern; auch können wir die Reibung an den Axen mehrentheils nur wenig vermindern; aber es steht in unserer Gewalt, das Moment der letztern Reibung sehr klein zu machen und dadurch sehr viel an der Kraft zu gewinnen. Die Stränge nämlich, an welchen die Pferde den Wagen fortziehen, sind an dem Gerüste der Deichsel, welche mit den Axen der Vorderräder verbunden ist, befestigt, so daß man die Axen als die Punkte ansehen kann, an welchen die Kraft angebracht ist.

Auf einem wagrechten Boden, der das Gewicht des Wagens trägt und gleichsam vernichtet, besteht die Last, welche fortgezogen wird, bloß in dem Widerstande der Reibung am Umfange der Räder. In diesem Widerstande aber müssen wir zwey Theile unterscheiden. Der eine rührt bloß von der Reibung der zweyten Art her, und würde Statt finden, wenn gleich an den Axen gar keine Reibung wäre; der andere entspringt bloß aus der Reibung der ersten Art an den Axen. Denn diese Reibung widersteht dem Umdrehen der Räder, und es gehört am Umfange derselben eine gewisse Kraft dazu, um jenen Widerstand zu überwinden. Diese Kraft aber macht den ansehnlichsten Theil der Last oder des Widerstandes aus, den die Pferde überwältigen müssen. Nun ist die Kraft P, mit welcher die Reibung der ersten Art widersteht, am Umfange der Axe angebracht, deren Halbmesser wir r nennen wollen, die Kraft aber p, welche mit P im Gleichgewichte seyn soll, befindet sich am Umfange des Rades, dessen Halbmesser R seyn mag. Daher muß $rP = Rp$, und $p = \frac{rP}{R}$ seyn. Je kleiner also das Moment rP, und je größer R ist, um desto kleiner wird die Kraft p, welche den vornehmsten Theil der Last ausmacht.

Sie sehen hieraus, daß ein Wagen, unter übrigens gleichen Umständen, um desto leichter geht, je dünner seine Axen, und je größer seine Räder sind. Daher hat auch die Erfahrung gelehrt, daß eiserne Axen, weil sie viel dünner seyn können als hölzerne, ungeachtet ihrer größern Schwere, das Fortziehen eines Wagens sehr erleichtern, und daß hohe Räder vortheilhafter sind als niedrige, nicht nur weil sie über viele Vertiefungen unebner Wege weggehen, in

welche diese fallen, sondern auch weil sie selbst auf ebnem Boden das Fortziehen erleichtern.

Lassen Sie uns, als ein zweytes Beyspiel, einen gleicharmigen Hebel betrachten, der sich um einen in seiner Mitte befindlichen walzenförmigen Zapfen drehen läßt, und an seinen beiden Endpunkten zwey gleiche Gewichte trägt. Wollen Sie ihn drehen, so müssen Sie zuerst seine Reibung, etwa durch ein an dem einen Ende hinzugefügtes Gewicht, überwinden. Sein Zapfen wird von dem Gewichte des Hebels an sich, von den beiden gleichen an ihm hängenden Gewichten und selbst von dem wegen der Reibung hinzugefügten Gewichte gedrückt. Die Reibung aber, welche hier ganz zur ersten Art gehört, ist ein gewisser verhältnißmäßiger Theil dieses ganzen Drucks, und befindet sich am Umfange des Zapfens. Je dünner also dieser ist, um desto kleiner ist ihr Moment, um desto kleiner wird das zu ihrer Ueberwindung nöthige Gegengewicht am Ende des einen Arms des Hebels. Daher muß man Hebeln, die sehr beweglich seyn sollen, sehr dünne Zapfen geben, und bey Wagebalken oder Pendeln, die sich nicht ganz in die Runde drehen, sondern bloß hin und her wiegen oder schwingen sollen, schärft man die Zapfen nach unten messerförmig zu. Denn da bloß der untre messerförmige etwas abgerundete Theil des Zapfens sich alsdann auf seinem Lager hin und her dreht, so ist er als ein besonderer außerordentlich dünner Zapfen anzusehen, um welchen sich das ganze Werkzeug bewegt, und sein oberer breiterer Theil dient bloß dazu, um dem ganzen Zapfen die nöthige Stärke zu geben.

Wegen der Reibung muß man oft bey Werkzeugen und Maschinen, wenn man sie aufs vortheilhaf-

teste einrichten will, der Kraft und Last ganz andre Richtungen geben, als sie erhalten würden, wenn gar keine Reibung vorhanden wäre. Ich habe z. B. stillschweigend vorausgesetzt, daß es keine Reibung giebt, als ich Ihnen oben zeigte, daß es am vortheilhaftesten ist, eine auf einer geneigten Ebne liegende Last parallel mit dieser Ebne fortzuziehen. *) Da aber ein jeder Körper, der auf einer Ebne fortgezogen wird, sich auf ihr reibt, so verhält sich die Sache ganz anders, wenn man auf diese Reibung Rücksicht nimmt, und es ist alsdann immer am vortheilhaftesten, den Körper so zu ziehen, daß er etwas gehoben, und dadurch sein Druck und seine Reibung zugleich vermindert wird. Um sich hiervon zu überzeugen, nehmen Sie an, der Körper liege auf einem wagrechten Boden, und seine Reibung sey seinem Gewichte P gleich. Ziehen Sie ihn wagrecht fort, so brauchen Sie eine Kraft, die $= P$ ist. Ziehen Sie ihn aber unter einem Winkel von 45 Graden in die Höhe, so läßt sich Ihre gesammte Kraft f in zwey gleiche Kräfte, eine lothrechte und eine wagrechte, zerlegen. Jede beträgt an $\frac{7}{10}$ f, weil der Sinus von 45° ungefähr $\frac{7}{10}$ ausmacht. Mit der lothrechten Kraft vermindern Sie den Druck und die Reibung des Körpers um $\frac{7}{10}$ f, und es ist also eben so viel, als wenn Sie die Last $P - \frac{7}{10} f$ mit der Kraft $\frac{7}{10}$ f wagrecht ziehen. Soll nun Kraft und Last im Gleichgewichte seyn, so muß $P - \frac{7}{10} f = \frac{7}{10} f$ oder $f = \frac{10}{14} P$ seyn. Also ist in diesem Falle die Kraft f offenbar kleiner als sie wäre, wenn der Körper wagrecht fortgezogen würde, weil in diesem Falle $f = P$ seyn müßte. Auf eine ähnliche Art verhält sich die Sache, auch wenn die Reibung gerin-

*) Man sehe den neun und zwanzigsten Brief.

ger, und der Körper auf einer geneigten Ebne fortgezogen wird. Immer ist es am vortheilhaftesten, ihn etwas in die Höhe zu ziehen und dadurch seinen Druck auf die Ebne zu vermindern. [2]

Man kann das, was ich hier sage, auch auf Schlitten, Schleifen oder Wagen anwenden, welche von Pferden fortgezogen werden. Denn bey den letztern ist die Kraft, wie ich schon gesagt habe, so anzusehen, als wenn sie an den Axen der Räder angebracht wäre, und das Umdrehen der Räder vermindert bloß die Reibung auf dem Boden, ändert aber sonst in der Hauptsache nichts. Vermöge der Erfahrung macht die Reibung der Bewegung eines beladnen Wagens auf recht gutem und ebnem Wege etwa $\frac{1}{8}$ der Last oder des Druckes aus. [3]) Wenn wir aber für sie ins Mittel $\frac{1}{5}$ rechnen, weil der Weg nicht allenthalben gut ist, so läßt sich zeigen, daß die Seile, an welchen die Pferde ziehen, wenn sie gespannt sind, sich unter einem Winkel von 11° 18′ über die Ebne erheben müssen, auf welcher der Wagen fortgezogen wird. [4] Ist der Winkel größer oder kleiner, so wird die Arbeit den Pferden ohne Noth erschwert. Mehrentheils ist er viel größer, weil die Vorderräder der meisten Wagen zu klein und ihre Axen zu niedrig sind. Dieses ist ein neuer Grund, weßhalb hohe Vorderräder vortheilhafter sind, als niedrige. Ihre Axen müssen fast völlig so hoch seyn, als die Brust des ziehenden Pferdes, weil der Winkel von 11° 18′ an sich nur sehr klein ist, und eine etwas lange Linie über einem wagrechten Boden, welche diese Neigung hat, an einem Ende fast eben so hoch ist als am andern.

Am schlimmsten ist es, wenn ein Körper auf einer geneigten Ebne nach einer sehr unterwärts

gehenden Richtung gezogen, folglich selbst durch die Kraft stark gegen die Ebne gedrückt wird. Dieser Fall findet unter andern Statt, wenn ein Wagen noch auf dem Abhange eines steilen Berges steht, und die Pferde schon oben auf einem wagrechten Boden sind. Daher lehrt auch die Erfahrung, daß die Pferde, wenn sie einen Wagen bergan ziehen, sich am stärksten oben, wenn sie den Gipfel des Abhanges bereits erreicht haben, anstrengen müssen.

In einer Mühle und jeder andern aus Rädern zusammengesetzten Maschine greift jedes Rad an einer Seite in einen Drilling, und sein eigner Drilling wird an einer andern Seite durch ein andres Rad fortgestoßen. In diesen beiden Punkten muß man sich die Kraft und die Last gedenken. Jede hat eine gewisse Richtung und Größe, und man muß beide mit dem Gewichte des Rades zusammensetzen. So erhält man die mittlere Richtung und die mittlere Größe des gesammten Drucks, den die Zapfen des Rades leiden. Von diesem macht die Reibung einen verhältnißmäßigen Theil aus, und es giebt alsdann ebenfalls einen gewissen Ort und eine gewisse Richtung, welche man der Kraft wegen der Reibung geben muß, wenn die Maschine am vortheilhaftesten wirken soll. [5]

Man muß daher, wenn man die Gesetze der Drehung auf die Maschinen anwenden will, deren Theile sich um gewisse Axen drehen, die Reibung nie aus den Augen setzen. Ueberhaupt verfährt man dabey auf folgende Art: Gesetzt es wären verschiedene Massen (Fig. 96.) A, E, D, B durch eine steife geometrische gerade Linie vereinigt, welche sich um C dreht, und jede Masse würde von einer gewissen

gleichförmigen Kraft, wie die der Schwere ist, immer senkrecht auf A B getrieben; so müßte man sich zuerst alle diese Totalkräfte in einem Punkte, z. B. in B, vereinigt vorstellen. Und diese Vereinigung läßt sich vermittelst der Momente leicht bewirken. Denn ist z. B. eine Totalkraft in E, so ist ihr Moment, in Ansehung des festen Punkts C, $= a . EC$, und sie trägt also zu der Drehung des Hebels eben so viel bey, als eine Kraft $\frac{a . EC}{BC}$ in B thun würde. Man kann also, anstatt der Kraft a in E, die letzte Kraft in B setzen, und so nach und nach alle Totalkräfte aus A, E und D nach B bringen, und mit der dort befindlichen Kraft vereinigen, nur daß man die, welche der letztern entgegengesetzt sind, von ihr abziehen muß. So erhält man eine einzige Totalkraft in B, von welcher man hernach die Kraft abziehen muß, die in B zur Ueberwindung der Reibung des Hebels nothwendig ist.

Bey diesen Totalkräften aber, mit welchen äußre Ursachen in die Punkte A, E, D und B des Hebels wirken, kommt gar nichts auf die in diesen Punkten befindlichen Massen und ihre Verhältnisse an; wenigstens setze ich voraus, daß die äußre Totalkraft in jedem Punkte von einerley Größe bleibt, es mag daselbst eine große oder kleine Masse seyn. So bald aber der Hebel sich dreht, so vertheilen sich, wie Sie wissen, alle diese Kräfte, wegen der Steifigkeit des Hebels, auf eine solche Art, indem alle die verschiedenen Massen auf einander wirken, daß das Moment der Kraft jeder Masse sich, wie das Produkt aus der Masse und dem Quadrate ihrer Entfernung von C, verhält. Nunmehr ist also die Größe einer Masse in diesem oder jenem Punkte keinesweges

weiter gleichgültig, und man muß z. B. wenn man die Masse A aus A wegnehmen, und eine andre P in E anbringen will, welche bey der Drehung des Hebels auf die übrigen Massen völlig eben so wirken soll, wie A in A gewirkt hat, $P = \frac{A \cdot AC^2}{EC^2}$ machen. Alsdann sind P und A, jede an ihrem Orte, gleichgültige Massen.

Setzt man also, anstatt aller Massen A, E, D, außer B, in B gleichgültige Massen, und dividirt man die Summe der daselbst vereinigten Totalkräfte mit der Summe dieser Massen, so erhält man die Elementarkraft, durch welche der Punkt B getrieben wird *). Indem man nun diese mit der Elementarkraft der Schwere vergleicht, läßt sich die Geschwindigkeit des Punkts B und der Raum und die Zeit seiner Bewegung sehr leicht bestimmen, jedoch immer nur unter der Voraussetzung, daß diese Bewegung gleichförmig beschleunigt, und also die Reibung der Bewegung beständig von gleicher Größe sey.

Auf eine ähnliche Art verfährt man, wenn die Massen nicht abgesondert sind, sondern nur in eines fort zusammenhängen, bey materiellen Hebeln, Rollen, Rädern u. s. w. [6]

Anmerkungen.

1.

1. Es sey das Gewicht eines gleicharmigen Hebels = P, die Länge jedes Arms = a, der Halbmesser seines walzenförmigen Zapfens = b.

*) Man sehe den sieben und zwanzigsten Brief. 3 Anm.

An den Endpunkten seiner beiden Arme hänge ein Gewicht p, und noch zur Ueberwindung der Reibung am Zapfen, an dem einen Ende, ein Gewicht q; so ist der ganze Druck auf den Zapfen $= P + 2p + q$ und die Reibung an ihm $= \frac{1}{m}(P + 2p + q)$, wenn sich die Reibung zum Drucke, wie $1 : m$ verhält. Ist nun q mit der Reibung im Gleichgewichte, so muß $aq = \frac{1}{m}(P + 2p + q)\,b$, also $q = \frac{Pb + 2pb}{ma - b}$ seyn. Je kleiner daher b ist, um desto kleiner ist offenbar auch q.

Gesetzt b wäre $= 1$, $a = 40$, $P = 2p = 3$, $m = 6$, so wird $q = \frac{2 + 6}{240 - 1} =$ beynahe $\frac{1}{20}$.

2. Es sey AB (Fig. 166) eine geneigte Ebne, AC ihre Grundlinie, BC ihre Höhe, der Winkel $BAC = m$, und auf ihr liege die Last P; so wird das relative Gewicht dieser Last $= P . \sin. m$, und die Kraft, womit sie die Ebne drückt, $= P . \cos. m$ (29 Brief); also die Reibung $= \frac{1}{r} P . \cos. m$, wenn es erlaubt ist, anzunehmen, daß diese sich immer zum Drucke, wie $1 : r$ verhält. Wird nun die Last nach der Richtung EF aufwärts mit der Kraft f gezogen, so löse man diese Kraft in eine mit AB parallele EG, und in eine auf diese senkrechte FG auf. Ist nun der Winkel $FEG = n$, so wird die Kraft nach

$EG = f \cos. n$, und die nach $GF = f . \sin. n$. Da nun durch die erstre Kraft das ganze relative Gewicht der Last nebst der Reibung überwältigt werden muß, und der Druck durch die zweyte Kraft um $f.\sin. n$, also die Reibung um $\frac{1}{r} f.\sin. n$ vermindert wird, so muß $f . \cos. n = P.(\sin. m + \frac{1}{r} \cos. m) - \frac{1}{r} f . \sin. n$; also $f = P (\sin. m + \frac{1}{r} \cos. m) : (\cos. n + \frac{1}{r} \sin. n)$ seyn.

Es sind aber P und m beständige Größen, hingegen n muß man als veränderlich ansehn. Um nun zu finden, welche Größe der Winkel n haben muß, wenn P mit dem größten Vortheil gezogen werden soll, wollen wir $\cos. n + \frac{1}{r} \sin. n = z$ und $\cos. n = x$ setzen, so wird $z = x + \frac{1}{r} \sqrt{(1 - x^2)}$ Ist $x = 0$, so wird $z = \frac{1}{r}$; ist $x = 1$, so wird $z = 1$; ist aber $x = \sqrt{(1 - r^2)}$ also größer als 0, und kleiner als 1, weil r immer kleiner als 1 ist; so wird $z = \sqrt{(1 - r^2)} + 1$, also größer, als 1, und als $\frac{1}{r}$. Es muß also z, indem x allmählich wächst, ebenfalls Anfangs wachsen, hernach aber wieder abnehmen, und daher, bey irgend einem mittleren Werthe von x, am größten seyn. Das Differenzial von z muß also Anfangs positiv seyn, hernach aber negativ, also vorher = 0 werden, und diesen letztern Werth haben, indem z ein G r ö ß t e s

ist. Es ist aber $dz = dx - \frac{x\,dx}{r\sqrt{(1 - x^2)}}$. Setzt man nun $dz = 0$, so wird $r\sqrt{(1 - x^2)} = x$ oder $r \cdot \sin. n = \cos. n$. Also ist z am größten, wenn es $= \frac{r + 1}{r} \sin. n$ ist. Wenn aber z am größten ist, so wird die Kraft f am kleinsten. Daher wird die Last am vortheilhaftesten gezogen, wenn der Winkel n die Größe hat, daß $r \cdot \sin. n = \cos. n$, also $\sin. n = \frac{1}{\sqrt{(1 + r^2)}}$ ist. Ist z. B. $r = 3$, so wird $\sin. n = \frac{1}{\sqrt{10}} = 0{,}3162$ und $n = 18^\circ\ 26'$; ist aber $r = 6$, so wird $\sin. n = \frac{1}{\sqrt{37}}$ und $n = 9^\circ\ 27\frac{2}{3}'$.

3. Man hat gefunden, daß ein Pferd, ohne sich übermäßig anzustrengen, ein Gewicht von 175 Französischen Pfunden, mit einer ansehnlichen Geschwindigkeit, aus der Tiefe heraufziehn kann. Nun rechnet man bey Betrachtung der Wagen, auf gutem und ebnem Wege, gewöhnlich 1000 Pfund auf jedes Pferd, wenn die Pferde aufs vortheilhafteste ziehn. Also kann man die Reibung eines Wagens auf $\frac{175}{1000}$, oder beynahe $\frac{1}{6}$ des Drucks, rechnen.

4. Da, wie ich gezeigt habe, $\sin. n = \frac{1}{\sqrt{(1 + r^2)}}$ seyn muß, so wird, wenn $r = 5$ ist, $\sin. n = \frac{1}{\sqrt{26}} = 0{,}1961$, also $n = 11^\circ\ 18'$.

5. Es stellen die drey Kreise (Fig. 167) den Umfang eines Rades, seines Drillings und seiner

Zapfens vor. Am Umfange des Drillings sey die Last Q, nach der Richtung der Tangente AB, in A angebracht. Sie verhalten sich zu dem Gewichte P des ganzen Rades, wie die mit AB parallele Linie CD, zu der lothrechten CF. Man beschreibe das Parallelogramm CDEF, so stellt die Diagonale desselben CE die Richtung und Größe des aus beiden Kräften Q und P entstehenden Drucks auf den Zapfen vor. Man verlängre EC in G und ziehe den Durchmesser HCK senkrecht auf GE; so ist klar, daß die Kraft, durch welche das Rad an seinem Umfange, der Richtung der Last entgegen, gezogen wird, in K angebracht werden muß, wenn die Reibung am Zapfen so klein seyn soll als möglich. Denn wenn in K das Rad nach der Tangente KL gezogen wird, so ist KL dem Drucke CE gerade entgegengesetzt, aus welchem die Reibung entsteht. Sie vermindert ihn also so viel als möglich. Möchte man hingegen das Rad in H nach der Tangente HI ziehn, so würde man den Druck CE, und die Reibung, so viel als möglich, verstärken. Es ist also H der nachtheiligste Ort für die Kraft. An allen übrigen Punkten des Umfanges des Rades müßte man die Kraft, und CE durch ein Parallelogramm zusammensetzen; und so sieht man deutlich, daß die Kraft den Druck auf den Zapfen nirgend so sehr, als in K, vermindern, aber auch nirgend so sehr, als in H, verstärken kann.

6. Um diese Sache durch ein Beyspiel zu erläutern, sey EF (Fig. 93) eine kleine Scheibe durchaus von gleicher Dicke mit einer dünnen kurzen Welle AB, und feinen stählernen Zapfen versehn. Um die Welle gehe ein feiner biegsamer Faden, an welchem ein Gewicht P hängt, das die Scheibe herumdreht, indem es herabsinkt. Wir können ohne merk-

lichen Irrthum hier Scheibe, Welle und Zapfen zusammennehmen, und uns die ganze Masse völlig gleichförmig durch EF vertheilt vorstellen. Ist nun CE = a und irgend ein Theil von CA, als CG, = x, so muß man sich durch G, mit dem Halbmesser CG einen Kreis beschrieben vorstellen, dessen Umfang 2px seyn wird, wenn p : 1 das Verhältniß des Umfanges zum Durchmesser ist. Also wird 2pxdx ein unendlich kleiner kreisförmiger Streifen vom Halbmesser x, und $2px^3dx$ das Massenmoment desselben, weil wir, da wir die Scheibe gleichartig und allenthalben gleich dick annehmen, auch die Masse des Streifen durch 2pxdx ausdrücken können. Es ist also das Massenmoment der ganzen Scheibe = $\frac{1}{2}pa^4$, und da die Masse M der ganzen Scheibe durch pa^2 angedeutet wird, so ist $\frac{1}{2}pa^4 = \frac{1}{2}Ma^2$. Man kann sich also die halbe Masse der Scheibe in E, und übrigens die ganze Scheibe als immateriell gedenken. Denn daß die Schwere der Scheibe hier in gar keine Betrachtung kommt, sieht man sehr leicht daraus, weil sie in ihrem Schwerpunkte aufgehangen ist.

Keine andre Totalkraft ist hier, welche alles in Bewegung setzt, als das Gewicht P, und von diesem muß man noch dazu ein Gewicht h abziehn, welches in A, in der Entfernung CA = b von C, mit der Reibung an den Zapfen im Gleichgewichte ist. Will man nun auch die Masse der Scheibe nach A hinbringen, so muß man daselbst die Masse $\frac{Ma^2}{2b^2}$ hinsetzen, und aus E die Masse $\frac{1}{2}$ M wegnehmen. Die Masse P des Gewichts ist ebenfalls so anzusehn, als wenn sie in A wäre.

Also

Also muß man $P - h$ mit $\frac{Ma^2}{2b^2} + P$ dividiren, um die Elementarkraft f in A zu finden.

Da wir nun voraussetzen, daß die Kraft f gleichförmig ist, so wird, wenn durch sie in der Zeit t die Geschwindigkeit c erzeugt und der bewegte Körper durch den Raum s getrieben wird, $2gtf = c$, und $ct = 2s$, also $2gt^2f = s$ und $t = \sqrt{\frac{s}{gf}}$ indem g den Raum bedeutet, durch welchen ein schwerer Punkt im leeren Raume in einer Sekunde fällt (26 Brief 1 Anm.)

Schober hat mit einer Scheibe von Holz, so wie ich sie hier beschrieben habe, Versuche gemacht. Sie wog mit Welle und Zapfen 106 Loth. Der Halbmesser der Scheibe hielt 0,44 und der Halbmesser der Welle 0,045 Pariser Fuß. An der Welle hing ein Gewicht, das bald schwerer bald leichter war; und durch besondre Versuche hatte Schober gefunden, daß in A $\frac{1}{4}$ Loth ins Mittel nöthig war, um das Reiben zu überwinden. Also war $M = 106$, $\frac{a}{b} = \frac{88}{9}$ und $h = \frac{1}{4}$. Das Gewicht P sank immer durch 40 Fuß, und zwar in 50″ wenn es 6; und in 37″ wenn es 10 Loth hielt. Die beständige Zahl $\frac{Ma^2}{2b^2}$ ist hier $= 5067$; $P - h$ ist im ersten Falle $5\frac{3}{4}$, im zweyten $9\frac{3}{4}$ Loth und diese Zahlen muß man mit $5067 + 5\frac{3}{4}$, und mit $5067 + 9\frac{3}{4}$ theilen. So erhält man $f = \frac{1}{882}$ und $f = \frac{1}{520}$. Also wird $t = \sqrt{\frac{8}{3f}}$, im ersten Falle $= 48\frac{1}{2}''$ im zweyten aber $= 37\frac{1}{2}''$. So lassen sich auch die übrigen Versuche

des Schober berechnen, wo P größer oder kleiner war, und die Rechnung stimmt ziemlich genau mit der Erfahrung überein, ungeachtet Schober weder die Größe und Schwere der Welle und Zapfen besonders angegeben, noch auch die Reibung für ein jedes Gewicht besonders erforscht hat.

Allein es war auch bey allen diesen Versuchen die Bewegung des Gewichts gleichförmig beschleunigt und die Reibung der Bewegung beständig, vielleicht weil Schober die Reibung und ihr Moment ungemein verkleinert hatte. Bey zusammengesetzten Maschinen und auch bey vielen einfachen findet diese wesentliche Bedingung gar nicht Statt. Daher läßt sich auf diese die angeführte Methode Zeit und Geschwindigkeit zu berechnen gar nicht anwenden, und sie hat überhaupt in der Ausübung nur einen sehr geringen Nutzen.

Sechzigster Brief.

Bey dem Stoße der Körper, den wir jetzt genauer und umständlicher untersuchen wollen, kommt sehr viel auf die Lage der Oberfläche an, welche eigentlich gestoßen wird. Ist die Richtung der Bewegung des stoßenden Körpers auf diese Fläche senkrecht, so sagt man, der Stoß sey gerade; ist sie schief gegen die Fläche geneigt, so nennt man den Stoß schief. Im letzten Falle kann man die Bewegung, welche der stoßende Körper hat, indem er einen ruhenden berührt, in zwey andre Bewegungen auflösen, deren die eine mit der Oberfläche des ruhenden im Berüh-

rungspunkte (denn ich setze immer voraus, daß der Stoß nur in Einem Punkte geschieht) parallel, die andre aber auf sie senkrecht ist. Die erstre kann der stoßende Körper ganz unverändert fortsetzen, ohne daß der ruhende ihn im geringsten daran hindert; die letztre kann, so bald die Berührung erfolgt, durchaus nicht unverändert fortgesetzt werden. Also ist bloß diese die eigentliche **Bewegung des Stoßes**, deren Richtung durch den Mittelpunkt der Masse des gestoßnen oder des stoßenden Körpers gehn muß, wenn der Stoß für jenen oder für diesen Körper **zentral** seyn soll. Die parallele Bewegung hingegen wird durch den Stoß nicht im geringsten verändert, und muß, so wie sie vor dem Stoße war, mit der senkrechten durch den Stoß veränderten Bewegung wieder zusammengesetzt werden, wenn man die ganze Bewegung nach dem Stoße haben will.

Wir wollen daher vorerst nur den geraden und zentralen Stoß fester Körper untersuchen, und deßhalb annehmen, daß die Körper gleichartige Kugeln sind, welche auf einander stoßen. Denn bey solchen Kugeln ist der Stoß allemal zentral, weil sie sich immer nur in einem Punkte stoßen, und weil hier die auf die gestoßne Oberfläche senkrechte Bewegung, also die Bewegung des Stoßes, allemal nach den Mittelpunkten der Kugeln zugeht. Ferner wollen wir annehmen, daß weder Reibung, noch Widerstand der Luft, noch Schwere, noch irgend eine andre äußerliche Ursache, die Bewegung der Kugeln verändert, weil es uns bloß um die Veränderung zu thun ist, die vom Stoße selbst erzeugt wird. Außerdem will ich auch noch voraussetzen, daß sich die Figur der Kugeln durch den Stoß entweder gar nicht ändert, oder daß wenigstens durch diese Aenderung nichts von der Bewegung verloren geht.

Wenn sich also zwey gleiche und gleichartige Kugeln so bewegen, daß ihre Mittelpunkte in einer und ebenderselben geraden Linie fortgehn, so stößt eine die andre, indem sie sie einholt und berührt, gerade und zentral. Die eine wirkt alsdann in die andre eben so, als wenn beide zusammenhingen und nur eine Masse ausmachten. Daher vertheilt sich die ganze Bewegung durch beide Kugeln gleichförmig, und beide gehn nach dem Stoße mit gleicher Geschwindigkeit nach einerley Richtung fort, so wie überhaupt die Bewegung, die man irgend einem Theile eines festen Körpers nach einer durch den Mittelpunkt seiner Masse gehenden Richtung beybringt, sich durch den ganzen Körper gleichförmig verbreitet. Da aber ohne eine äußerliche Ursache keine neue Bewegung entstehn kann, und hier, wie wir voraussetzen, keine solche Ursache vorhanden ist, so muß die Summe der Bewegungen nach dem Stoße noch immer eben so groß seyn, als sie vor dem Stoße war. Hatte also die eine Kugel von der Masse M, indem sie die andre Kugel zu berühren anfing, eine fortgehende Bewegung von der Geschwindigkeit C, und die andre von der Masse m, eine ähnliche Bewegung nach derselben Richtung von der Geschwindigkeit c, so werden beide nach dem Stoße die gemeinschaftliche Geschwindigkeit $K = \frac{MC + mc}{M + m}$ haben, weil $MC + mc = (M + m) K$ ist.

Geht die eine Kugel m nach der gerade entgegengesetzten Richtung, so darf man nur $- c$, anstatt $+ c$, also $K = \frac{MC - mc}{M + m}$ setzen. Ruht aber m, so ist $c = 0$, und $K = \frac{MC}{M + m}$.

Man kann die Wahrheit dieser Gesetze des Stoßes, welche zuerst Wallis 1668 bekannt gemacht hat, durch eine eigne Maschine, die man die **Stoßmaschine** nennt, sinnlich machen. Es hängen an ihr verschiedne gleichartige Kugeln an feinen und langen Fäden, die einander berühren. Man hebt alsdann eine Kugel bis zu einer gewissen Höhe auf, oder auch beide; läßt sie auf einander fallen, und bemerkt, wie hoch hierauf die Kugeln steigen. Wenn A und B (Fig. 94) zwey solche Kugeln, und in C und O aufgehangen sind, so hat die Kugel A, wenn man sie bis D aufhebt, und DF eine wagrechte Linie ist, indem sie in A ankommt, wegen ihrer Schwere, eine der Höhe FA zukommende Geschwindigkeit. Mit dieser stößt sie auf die Kugel B zentral. Heben sich nun hierauf nach dem Stoße beide Kugeln bis E, und ist EG wieder eine wagrechte Linie, so kommt die Geschwindigkeit nach dem Stoße der Höhe GB zu. Sind z. B. beide Kugeln, also auch M und m, einander gleich, und B ruht vor dem Stoße, so wird $K = \frac{1}{2}C$, und daher muß in diesem Falle $AF = 4BG$ seyn, weil sich die Höhen allemal, wie die Quadrate der zu ihnen gehörigen Geschwindigkeiten, verhalten.

Die Maschine hat gewöhnlich eine eigne Einrichtung, um die Höhen FA, GB leicht zu messen. Sie muß aber auch so eingerichtet seyn, daß die Bogen DA, BE, davon jener aus dem Mittelpunkte C, dieser aus O, beschrieben ist, getrennt sind, und so weit aus einander gerückt werden können, als die Mittelpunkte der Kugeln von einander abstehn. Bey sehr kleinen Bogen kann man annehmen, daß diese selbst sich wie die Geschwindigkeiten verhalten. Denn (Fig. 34) AD ist : $AE = AF$: AD, also $AD^2 = AE.AF$, und es verhält sich

daher, weil AF eine beständige Linie ist, die Sehne AD, die bey einem sehr kleinen Bogen von diesem nicht merklich verschieden ist, wie $\sqrt{AF}$; oder (Fig. 94) die Bogen AD und BE verhalten sich, wenn sie sehr klein sind, wie $\sqrt{AF} : \sqrt{GB}$, also wie die Geschwindigkeiten der Kugeln beym Stoße. Man darf daher in diesem Falle nur zusehn, um wie viele Grade die Kugeln vor dem Stoße gehoben worden, und um wie viele Grade sie nach dem Stoße gestiegen sind. Denn in dem Verhältnisse dieser Grade sind auch ihre Geschwindigkeiten. Man kann sich aber dieser Art der Schätzung nur bey kleinen Bogen von höchstens bis gegen 10 Graden bedienen; bey größern wird sie merklich unrichtig.

Wenn die beiden Kugeln A und B von weichem Thone sind, so verändern sie ihre Geschwindigkeit durch den Stoß völlig nach dem vorhin erklärten Gesetze, ungeachtet sie zugleich etwas abgeplattet werden. Denn alle Körper, selbst die härtesten, werden an der Stelle, wo sie sich stoßen, abgeplattet. Wenn Sie eine steinerne sehr harte Kugel auf einen mit Oel sehr dünn überstrichnen Marmortisch senkrecht fallen lassen, so werden Sie sehen, daß sie allezeit, indem sie abspringt, in dem Ueberzuge von Oel einen runden Flecken zurückläßt, der um desto größer ist, je größer die Höhe war, von welcher sie herabfiel. Sie ist also an der Stelle, mit welcher sie den Tisch berührte, durch den Stoß abgeplattet worden, weil sie ihn nur in einem Punkte, und nicht in einem Kreise, berührt haben würde, wenn sie vollkommen kugelförmig geblieben wäre. Aber die Körper verhalten sich bey dieser Zusammendrückung auf sehr verschiedne Art. Einige, wie der weiche Thon, lassen ihre Figur fast ohne den geringsten merklichen Widerstand verändern, und nehmen sie auch nicht

wieder von selbst an; andre widerstehn der Veränderung, besonders wenn sie stark ist, mit einer beträchtlichen Gewalt, setzen sich aber nicht von selbst wieder in ihre vorige Gestalt zurück; noch andre widerstehn jeder Veränderung, und nehmen ihre vorige Gestalt von selbst wieder an, so bald der Stoß oder Druck aufhört. Die erstern sind unelastisch und weich; die zweyten unelastisch und hart; die dritten sind elastisch. Bey dem erstern geht nichts merkliches von der Bewegung verloren, und daher schicken sich weiche Thonkugeln, als welche ganz unelastisch sind, am besten zu den Versuchen, durch welche man die Gesetze des Stoßes sinnlich darstellt, die ich Ihnen erklärt habe. Uebrigens können sowohl elastische als unenlastische Körper weich oder hart seyn, das heißt: dem Drucke unsrer Hand entweder nachgeben oder widerstehn.

Daß ein jeder Körper bey dem Stoße seine Gestalt verändert, kommt bloß daher, weil die Bewegung allemal eine gewisse Zeit braucht, um sich durch einen ganzen Körper zu verbreiten, oder aus ihm zu verlieren. Wenn z. B. eine Kugel (Fig. 95) mit einer gewissen Geschwindigkeit auf den Widerstand AB gerade aufstößt, und ihn zuerst in C berührt; so verliert der Punkt C gleich Anfangs alle Bewegung, die übrigen Punkte der Kugel hingegen bewegen sich noch immer nach ihrer vorigen Richtung, wenn gleich nur durch eine sehr kleine Zeit. Daher nimmt die Kugel die abgeplattete Gestalt EGF an. Eben so erhält, wenn man die ruhende Kugel in C stößt, zuerst dieser Punkt die Bewegung, und rückt also etwas vorwärts in die Kugel, ehe noch ihre übrige Theile fortzugehn anfangen. Daher muß die Kugel nothwendig ebenfalls in der Gegend, wo sie gestoßen wird, abgeplattet werden.

Nehmen Sie an, daß die nach der Richtung HC gerade und zentral aufstoßende Kugel vollkommen elastisch, die Ebne AB aber vollkommen unbiegsam ist, so wird der Punkt C ganz ohne Bewegung seyn, während daß der oberste Punkt der Kugel D noch durch DG geht. So bald aber C seine Bewegung ganz verliert, und das geschieht gleich im Anfange des Stoßes, fängt die Gestalt der Kugel sich zu verändern und ihre Elastizität wirksam zu werden an. Durch die Federkraft der Kugel, welche um desto mehr zunimmt, je mehr sich D dem Punkte G nähert, wird die Bewegung durch DG immer mehr verzögert, und endlich in einer gewissen Zeit t, wenn D in G ankommt, gänzlich vernichtet. Ist also die Kugel vollkommen elastisch, so nimmt sie nunmehr ihre vorige Gestalt eben so schnell vollkommen wieder an, als sie sie durch den Stoß verlor. Da dieses aber nicht anders geschehen kann, als indem sich D wieder von dem Punkte G entfernt, so wird nunmehr D in eben derselben Zeit t wieder von G mit beschleunigter Bewegung nach seinem vorigen Orte zurückgetrieben, und hat in demselben eine eben so große Geschwindigkeit nach H zu, als er vor dem Stoße, nach C zu, hatte. Eine ähnliche Veränderung geht in allen übrigen Punkten der Kugel durch ihre Elastizität vor. Also springt die ganze Kugel nach dem Stoße, nach der Richtung CH, mit derselben Geschwindigkeit zurück, mit welcher sie, nach der gerade entgegengesetzten Richtung HC, auf AB aufgestoßen war.

Aus diesem einzigen Satze lassen sich alle Gesetze des Stoßes vollkommen elastischer Körper herleiten, und Sie werden, wie ich glaube, wenige Schwierigkeit finden, sich von seiner Richtigkeit zu überzeugen. Wäre der Körper AB weich oder biegsam,

so würde die Kugel wenig oder gar nicht zusammengedrückt werden, und nach der Zusammendrückung sich gegen I ausdehnen. Da wir aber AB ganz unbiegsam annehmen, so muß nicht nur die Gestalt der Kugel durch den Stoß sich sehr merklich ändern, sondern auch die ganze elastische Kraft derselben gegen CH gerichtet werden, weil die Kugel sich auf keine andre Art wieder herstellen kann, als indem sie sich wieder eben so stark erhebt als sie zusammengesunken war. Da überdieses die Kugel vollkommen elastisch ist, so muß sie mit einer eben so großen Kraft sich wiederherstellen, als die war, durch welche ihre Gestalt verändert wurde; das heißt: mit einer Kraft, durch welche in der Zeit t die ganze Bewegung des Stoßes der Kugel vernichtet, also auch eine gleiche Bewegung wieder erzeugt werden kann.

Wenn also zwey gleiche vollkommen elastische Kugeln mit gleichen Geschwindigkeiten gerade und zentral in C zusammenstoßen, so werden, während des ganzen Stoßes, ihre Theilchen in C eben so unbeweglich an einander bleiben, als wenn eine völlig unbiegsame Ebne AB zwischen beiden Kugeln wäre; aber die äußersten Punkte D und I werden sich gegen einander bewegen. Denn es ist gar kein Grund da, weßhalb die Theilchen bey C, nach D oder nach I zu, ausweichen sollten, da von beiden Seiten völlig gleiche und gerade entgegengesetzte Bewegungen vorhanden sind. Also werden beide Kugeln nach dem Stoße mit denselben Geschwindigkeiten von einander zurückspringen, mit welchen sie auf einander stießen. Und dieses muß auch noch Statt finden, wenn die Kugeln ungleich, aber ihre Bewegungen gleich groß sind. Wenn z. B. die eine die Masse M und die Geschwindigkeit c,

die andre aber die Masse m und die Geschwindigkeit C hat, und $Mc = mC$ ist. Denn auch in diesem Falle sind die beiden gerade entgegengesetzten Bewegungen bey C einander völlig gleich, und die sich daselbst berührenden Theilchen können weder nach D noch nach I zu ausweichen.

Fällt daher der Schwerpunkt oder der Mittelpunkt der Masse zweyer vollkommen elastischer Kugeln A und B (Fig. 96) in C, und ist die Geschwindigkeit der Masse $A = AC$, der Masse $B = BC$, so müssen beide, wenn sie mit diesen Geschwindigkeiten gerade und zentral zusammenstoßen, mit denselben Geschwindigkeiten von einander zurückspringen, nämlich A mit der Geschwindigkeit AC, und B mit BC. Denn es ist, weil der Schwerpunkt beider Massen in C fällt, $A : B = BC : AC$ und $A . AC = B . BC$. Die Bewegungen, mit welchen die Kugeln zusammenstoßen, sind also einander gleich.

Ein und sechzigster Brief.

Nunmehr können Sie leicht das Gesetz des Stoßes vollkommen elastischer Körper im Allgemeinen übersehn. Es sey überhaupt bey dem geraden und zentralen Stoße vollkommen elastischer Kugeln die Masse der einen A (Fig. 96), ihre Geschwindigkeit AD; die Masse der andern B und ihre Geschwindigkeit BD, C aber der Mittelpunkt beider Massen und $CE = CD$; so wird EA die Richtung und Geschwindigkeit der Masse A, und EB die Richtung und

Geschwindigkeit der Masse B nach dem Stoße seyn. Denn stellen Sie sich beide Kugeln auf einer Ebne vor, die mit der Geschwindigkeit DC von B nach A fortgeht, so hat A auf dieser Ebne die Geschwindigkeit AD — DC = AC, und B die Geschwindigkeit BD + DC = BC. Indem also beide Kugeln auf der Ebne gerade und zentral an einander stoßen, erhält A auf ihr die Geschwindigkeit CA, B aber CB. Die gemeinschaftliche Geschwindigkeit der Ebne wird durch den Stoß gar nicht geändert, und es hat also nach dem Stoße A überhaupt die Geschwindigkeit CA — DC = EA, und B die Geschwindigkeit CB + CE = EB. [1]

Diese Regel ist ganz allgemein, und gilt auch alsdann, wenn beide Kugeln vor dem Stoße nach einerley Richtung gehn, oder wenn eine ruht. Im ersten Falle fällt D nicht zwischen A und B, sondern über B oder A hinaus. Im letzten Falle, wenn z. B. B vor dem Stoße ruht, liegt D in B. Sind nun beide Massen einander gleich, also AC = CB, so fällt E in A. Also ist vor dem Stoße die Geschwindigkeit der Masse A = AB, nach dem Stoße aber ruht sie; und B ruht vor dem Stoße, nach ihm aber ist ihre Richtung und Geschwindigkeit AB so groß als die Geschwindigkeit der stoßenden Masse vor dem Stoße war. Sind daher A und B (Fig. 94) zwey gleiche elfenbeinerne Kugeln, und läßt man A z. B. durch drey Grade auf B herunterfallen, so ruht A nach dem Stoße, B aber wird um drey Grade heraufgetrieben. Hängen aber mehrere gleiche elastische Kugeln, wie A und B, neben einander, und man läßt die erste mit einer gewissen Geschwindigkeit auf die zweyte fallen, so springt bloß die letzte Kugel mit derselben Geschwindigkeit ab, und die übrigen alle bleiben ganz ruhig. So

kann man auch die übrigen Fälle des Stoßes elastischer Körper durch die Stoßmaschine sinnlich darstellen. [2]

Ist die ruhende Kugel kleiner als die stoßende, ist z. B. $B = \frac{1}{n} A$ und n größer als 1, so wird auch $BC = n . AC = EC$, also die Geschwindigkeit der Kugel B nach dem Stoße $= BC + EC = 2 n AC$, also größer als die Geschwindigkeit $AD = AC + CD = (n + 1) AC$ vor dem Stoße war. Hängen daher mehrere Kugeln neben einander, die immer kleiner und kleiner werden, und man läßt die erste und größte auf die zweyte fallen, so springt die letzte und kleinste mit einer ungleich größern Schnelligkeit ab, als die war, mit welcher die erste auf die zweyte stieß. [5]

Wären die zusammenstoßenden Kugeln nicht elastisch, so würde die Summe ihrer Bewegungen vor dem Stoße $A . AD - B . BD = A . AC + A . CD - B . BC + B . CD = A . CD + B . CD$, folglich die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße $K = CD$ seyn *), weil $A . AC = B . BC$ ist. Der Unterschied der Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoße ist also alsdann in der Masse $A = AD - CD$, und in $B = BD + CD$, weil CD als negativ gegen die Bewegung BD angesehen werden muß. Sind aber die Kugeln vollkommen elastisch, so ist der Unterschied der Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoße, in $A, = AD + AE$, weil AE gegen AD als negativ anzusehn ist, $= AD + AD - 2 CD = 2 AD - 2 CD$, und in $B = BD + BE = 2 BD + 2 CD$, also in beiden Massen dop-

*) Man sehe den neun und funfzigsten Brief.

pelt so groß als sie seyn würde, wenn die Kugeln gar nicht elastisch wären. 4

Die Gesetze des Stoßes elastischer Körper sind zuerst 1668 von Wrenn in England und fast zugleich von Huygens in Holland entdeckt worden. Der letztre zeigte noch überdieses 1669, daß die Summe der Bewegungen, auf einerley Richtung reduziert, durch diesen Stoß gar nicht verändert werde. Sie erhalten nämlich diese Summe, wenn Sie die gemeinschaftliche Geschwindigkeit der Ebne, auf welcher wir den Stoß beider Kugeln uns vorstellen, mit der Summe ihrer Massen vermehren, und diese bleibt, wie Sie leicht sehen, vor und nach dem Stoße, von gleicher Größe. Ferner bewies Huygens, daß die Summe der Produkte aus den Massen in die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten sich durch den Stoß nicht verändre. Es ist nämlich diese Summe vor dem Stoße $= A (AC + CD)^2 + B (BC - CD)^2$ und nach dem Stoße $= A (AC - CD)^2 + B . (BC + CD)^2$, weil $CD = CE$ ist. Da nun $2 AC . CD . A - 2 BC . CD . B$ oder $2 CD (A . AC - B . BC) = 0$ ist, weil $A . AC = B . BC$ ist, so begreifen Sie leicht, daß beide Summen einander gleich sind. Jede nämlich ist $= A (AC^2 + CD^2) + B . (BC^2 + CD^2)$. Der Schwerpunkt aber beider elastischer Massen C ruht entweder vor und nach dem Stoße, oder er hat bloß die Bewegung der Ebne, auf welcher sich die Kugeln stoßen, und behält also auch nach dem Stoße die Bewegung ganz unverändert bey, die er vor dem Stoße hatte.

Nehmen Sie nunmehr an, die eine Masse B ruhe, und sey gegen die andre A unendlich groß; so fallen D, C und E in den Punkt B, dessen Masse unendlich groß ist, die Geschwindigkeit aber und

Richtung der Masse A ist vor dem Stoße = AB. Also ruht B auch nach dem Stoße, weil EB = o ist, A aber hat nach dem Stoße die Geschwindigkeit und Richtung EA = BA. Folglich springt die Kugel A mit derselben Geschwindigkeit, mit welcher sie auf B stieß, nach der gerade entgegengesetzten Richtung von B zurück; und dieses muß allezeit Statt finden, wenn ein vollkommen elastischer Körper auf einen elastischen Theil der Erdmasse, oder auf einen mit der Erde fest genug verbundnen elastischen Körper gerade und zentral stößt. Denn die Masse der Erde ist, in Ansehung der Masse aller andern irdischen Körper, unendlich groß, und läßt sich deßhalb durch keinen Stoß derselben im geringsten merklich bewegen. Deßhalb nennen wir auch alle Körper unbeweglich, wenn sie mit der Erde so genau verbunden sind, daß sie jede empfangne Bewegung der ganzen Masse der Erde mittheilen, und also sich als Theile dieser Masse verhalten.

Wenn daher eine elastische Kugel D (Fig. 97) auf die Oberfläche AB eines unbeweglichen und elastischen Körpers schief nach der Richtung DC aufstößt, und CE auf jene Oberfläche in C senkrecht ist, so können Sie durch das Rechteck DECA die Bewegung der Kugel DC in die zwey Bewegungen DE und DA auflösen. Jene wird durch den Stoß gar nicht geändert, weil sie mit AB parallel ist, und bloß diese, DA oder EC, ist die Bewegung des Stoßes. Sie wird durch den Stoß, wie Sie gesehn haben, in die Bewegung CE verwandelt, und da die andre Bewegung DE ganz unverändert bleibt, so hat die Kugel, wenn Sie CB = DE machen, nach dem Stoße die beiden Bewegungen CE und CB. Sie bewegt sich also

in der Diagonale CF des Rechteckes EB, und springt unter einem Winkel ECF zurück, der dem Winkel DCE gleich ist, unter welchem sie aufstieß. Daher springen kleine elastische Kugeln auch von metallnen Spiegeln eben so ab, wie das Licht zurückgeworfen wird. Sind aber die beiden zusammenstoßenden Körper nur sehr unvollkommen elastisch, so ist BF nie so groß als DA, und der Winkel FCB ist merklich kleiner als DCA. [6]

Oft wird der eine oder der andre von den zusammenstoßenden Körpern durch den Stoß zerbrochen oder zerrissen. Er widersteht alsdann dem andern mit der ganzen Kraft seines Zusammenhanges, und schwächt oder vernichtet die Bewegung desselben, ohne daß sich in ihm, außer den unmittelbar gestoßnen Theilen, die mitgetheilte Bewegung weiter verbreiten kann. So zerbricht ein Fahrzeug, welches der Sturm auf eine Klippe wirft, weil die Kraft des Stoßes größer ist, als die des Zusammenhanges der Theile des Fahrzeugs. Wenn eine Bombe in weiche Erde oder in Mist fährt, so verliert sie ihre ganze Macht zu schaden, und ihre Bewegung. Sie wühlt ein Loch in den Boden, reißt seine Theile auseinander, und ihre Geschwindigkeit wird, indem sie eindringt, allmählich immer mehr geschwächt. Bleibt der Widerstand eines Körpers, in welchen eine Kugel eindringt, immer gleich groß, ist also die Kraft, durch welche er die Bewegung der Kugel schwächt, so wie die Kraft der Schwere bey einem lothrecht aufsteigenden Körper, immer gleichförmig, so wird die Bewegung der eindringenden Kugel gleichförmig verzögert. Daher verhalten sich alsdann die Tiefen der Löcher, welche dieselbe Kugel in derselben Materie macht, wenn sie mit verschiednen

Geschwindigkeiten auf sie stößt, wie die Quadrate dieser Geschwindigkeiten. Denn auch die Höhen, auf welche schwere Körper steigen, die man lothrecht heraufwirft, verhalten sich wie die Quadrate der Wurfsgeschwindigkeiten. Dieser Fall findet, vermöge der Erfahrung, Statt, wenn man eine kleine Kugel aus verschiednen, aber kleinen Höhen, auf recht weichen Thon fallen läßt. Nimmt man zu diesen Versuchen Kugeln von verschiedner Größe, aber von einerley gleichartiger Materie, so verhalten sich die Tiefen der Löcher, bey gleichen Höhen des Falles, wie die Durchmesser der Kugeln. Denn da die Materie in jedem Punkte der Kugel, den sie berührt, gleich stark widersteht, so ist ihr Totalwiderstand im Verhältnisse der berührenden Fläche. Diese aber verhält sich, da kleine Kugeln in sehr weiche Materien ganz eindringen, wie das Quadrat des Durchmessers der Kugel. Die Bewegungen hingegen solcher Kugeln verhalten sich, wenn sie mit gleichen Geschwindigkeiten aufstoßen, wie die Massen, oder wie die Würfel der Durchmesser der Kugeln. Daher kommt es, daß eine größere Kugel, nach Verhältniß ihres Durchmessers, tiefer eindringt, als eine kleinere, ehe ihre ganze Bewegung vernichtet wird.

Indessen kann der Widerstand einer Materie nur alsdann, wenn sie sehr weich ist, und eine kleine Kugel sehr wenig tief in sie eindringt, immer gleich groß bleiben. In allen andern Fällen nimmt er mit der Tiefe zu, und die Materie wird durch die eindringende Kugel um desto fester zusammengedrückt, je tiefer sie eindringt. Daher sind auch gewöhnlich die Tiefen der Löcher, welche ebendieselbe Kugel in dieselbe Materie mit verschiednen Geschwindigkeiten macht, in einem kleinern Verhält-

nisse als dem der Quadrate der Geschwindigkeiten. Wenn man eine kleine Kugel in feinen Sand oder Ziegelstaub aus verschiednen Höhen fallen läßt, verhalten sich die Tiefen der Löcher wie die Geschwindigkeiten selbst. Dieses beweiset, daß der Widerstand dieser Materien mit der Tiefe der Löcher zunimmt, und zwar im Verhältnisse der Tiefe. [6]

Zuweilen stößt ein Körper auf einen andern, der zwar nicht ganz unbeweglich, aber auch nicht ganz beweglich ist, sondern sich nur als ein Pendel schwingen kann, und dieser Fall verdient allerdings eine genauere Untersuchung. Denn man bedient sich eiserner Pendel, an welche unten ein dickes Bret geschraubt ist, um die Geschwindigkeit der Flintenkugeln aus dem Bogen zu bestimmen, durch welchen sie das Pendel treiben, wenn sie auf das Bret desselben abgeschossen werden. Sie dringen bis auf eine gewisse Tiefe in das Bret, und ungeachtet der Widerstand des Bretes unfehlbar um desto mehr zunimmt, je tiefer sie eindringen, so kann man dennoch, da das Eindringen nur einen Augenblick dauert, und an der Art, wie der Widerstand sich nach und nach verändert, in der Hauptsache nichts gelegen ist, sich eine gewisse gleichförmige Totalkraft R vorstellen, die in derselben Zeit die ganze Bewegung der abgeschoßnen Kugel vernichtet. Wenn man diese mit dem Gewichte oder der Masse der Kugel theilt, so drückt der Quozient $\frac{R}{p}$ die gleichförmige Elementarkraft aus, mit welcher die Bewegung der Kugel im Brete verzögert wird. Wäre nun CA (Fig. 168) ein solches Pendel, C sein Aufhängepunkt, B sein Schwerpunkt, D sein Schwingungspunkt, und E der Punkt, in welchem die Ku-

gel das Pendel senkrecht auf CA trifft, so müßte man vorher in E eine Masse M setzen, deren Moment dem Massenmomente des ganzen Pendels gleich wäre. Denn da Wirkung und Gegenwirkung allezeit einander gleich sind, so ist auch die Totalkraft, womit der Punkt E durch die Kugel, die wir hier ebenfalls als einen Punkt ansehn können, fortgetrieben wird, $= R$, und $\frac{R}{M}$ drückt die Elementarkraft der Beschleunigung des Punkts E aus. Ist nun die Geschwindigkeit, womit die Kugel aufstößt, $= c$, also pc die ganze Bewegung vor dem Stoße, k aber die gemeinschaftliche Geschwindigkeit des Punkts E und der Kugel nach dem Stoße, und man nimmt an, daß dieser Stoß dem Stoße unelastischer Körper völlig ähnlich ist, so wird $k = \frac{pc}{M + p}$. Man findet hieraus zugleich den Punkt der größten Wirkung, von welchem ich bey einer andern Gelegenheit geredet habe; *) daß nämlich das Pendel die größte Winkelgeschwindigkeit von der Kugel erhält, wenn der Punkt E so liegt, daß $M = p$ ist. [7]

Richtete sich der Stoß auf das Pendel nach den Stoßgesetzen vollkommen elastischer Körper, so würde die Geschwindigkeit k noch einmal so groß seyn, als wir sie gefunden haben, da die Kugel durch ihre Federkraft, indem sie nach der Zusammendrückung sich wieder herstellt, einen eben so großen Druck, als bey der Zusammendrückung ausüben würde. Nun ist das Bley zwar ziemlich weich und zeiget wenige Federkraft; allein dennoch ist es, so wenig als das Holz, ganz ohne dieselbe, und die

*) Man sehe den acht und vierzigsten Brief.

Erfahrung lehrt, daß auch solche Körper, wie das Bley, wenn sie sehr stark zusammengedrückt werden, diese Kraft sehr merklich zeigen. Daher ist unfehlbar die Geschwindigkeit k merklich grösser, als wir sie gefunden haben, wenn gleich sie nicht doppelt so groß ist.

Anmerkungen.

1. Es ist $A.AC = B.BC$ oder $A(AD - DC) = B(BD + DC)$ also DC oder $EC = \frac{A.AD - B.BD}{A + B}$.
Also wird $EA = \frac{AC.A + AC.B - A.AD + B.BD}{A + B}$
$= \frac{2B.BD + (B - A)AD}{A + B}$ und $EB = \frac{2A.AD + (A - B)BD}{A + B}$. Nennt man nun die Geschwindigkeit AD, C; BD, c; EA, V; EB, v; so ist $V = \frac{2B.c + (B - A)C}{A + B}$ und $v = \frac{2A.C + (A - B)c}{A + B}$.
Durch diese Formeln lassen sich die Geschwindigkeiten nach dem Stoße V und v berechnen, wenn man die Geschwindigkeiten C und c vor dem Stoße kennt.

2. Wenn in der obigen Formel $A = B$, die Geschwindigkeit der stoßenden Kugel vor dem Stoße $= C$, der gestoßnen $c = o$ ist, so ist die Geschwindigkeit der erstern nach dem Stoße $V = o$, und die der zweyten $= \frac{2AC}{2A} = C$. Hängen nun mehrere gleiche Kugeln neben einander, so stößt die erste auf die zweyte mit der Geschwindigkeit C und ruht hierauf. Die zweyte thut in Ansehung der drit-

ten, diese, in Ansehung der vierten u. s. w. dasselbe, bis endlich die letzte mit der Geschwindigkeit C abspringt. Alles dieses geschieht so schnell hinter einander, daß man an den mittleren Kugeln, die, wie ich voraussetze, einander alle berühren, nicht die geringste Bewegung bemerkt.

3. Wenn eine elastische Kugel A auf eine andre ruhende B mit der Geschwindigkeit c stößt, so erhält diese die Geschwindigkeit $v = \frac{2A.C}{A+B}$. Ist nun $B = A$, so wird $A + B = 2A$; und $v = C$. Ist B größer als A, so wird v kleiner, und ist B kleiner, so wird v größer als C.

Nun ist überhaupt zu bemerken, wenn $\frac{a}{x} + bx = q$ ist, daß q am kleinsten wird, wenn $\frac{a}{x} = bx$, also $q = \frac{2a}{x}$ oder $= 2bx$ ist. Denn ist bx größer als $\frac{a}{x}$, so sey m größer als 1, und $bx = \frac{ma}{x}$. So wird $q = \frac{(m+1)a}{x}$, also größer als $\frac{2a}{x}$. Ist bx kleiner als $\frac{a}{x}$, so sey $bx = \frac{a}{mx}$, also $mbx = \frac{a}{x}$. So wird $q = (m+1)bx$, also wieder größer als 2bx.

Nach dieser Bemerkung wollen wir wieder zu den Kugeln zurückkehren, und uns neben A und B noch eine dritte D gedenken, welche auch vor dem Stoße ruht. Diese erhält also, wenn B mit der Geschwin-

digkeit v auf sie stößt, die Geschwindigkeit $k = \frac{2Bv}{B+D}$

$$= \frac{4A.B.C}{AB+B^2+AD+BD} = \frac{4AC}{A+B+\frac{AD}{B}+D}.$$

Wenn wir nun A und D als Massen von einer gewissen bestimmten Größe ansehn, und wir wollen wissen, wie groß B seyn müsse, damit die Geschwindigkeit k so groß werde als möglich; so müssen wir untersuchen, wenn $B + \frac{A.D}{B}$ so klein als möglich ist. Denn da A, D, und C bestimmte Größen sind, so wird k so groß als möglich seyn, wenn in dem Bruche, der k bezeichnet, der Theil $B + \frac{A.D}{B}$ des Nenners ein Kleinstes ist. Ich habe aber eben gezeigt, daß er so klein, also k so groß als möglich ist, wenn $B = \frac{A.D}{B}$ oder $B^2 = A.D$ ist, das heißt: wenn die Massen A, B, D in eines fort geometrisch proporzionirt sind. Da nun dieses für jede drey Massen gilt, so folgt, daß die Kugeln, die einander berühren, eine geometrische Reihe machen müssen, wenn die Geschwindigkeit, von der größten an bis zur kleinsten, so stark als möglich zunehmen soll.

4. Die meisten natürlichen Körper haben eine merkliche, wenn gleich unvollkommne, Elastizität. Einige, wie das Wasser, scheinen oft bloß deßhalb unelastisch zu seyn, weil ihre Theilchen sich so sehr schwer zusammendrücken lassen und jedem Drucke so leicht ausweichen können. Werden sie aber, es sey nun durch einen heftigen Stoß, oder auf andre Art, stark genug zusammengedrückt, so zeigen sie

eine sehr starke Federkraft. Wahrscheinlich giebt es auch feste weiche Körper, die hierin dem Wasser ähnlich sind. Es verändern aber alle unvollkommen elastische Körper ihre Geschwindigkeiten durch den Stoß mehr als die ganz unelastischen, und weniger als die vollkommen elastischen.

5. Auf eine ähnliche Art kann man jeden andern schiefen Stoß behandeln, indem man die Bewegungen der Körper gehörig auflöst. Gesetzt z. B. es stoßen zwey Billiardkugeln an einander. Da sie einander gleich sind, so verwechseln sie bey dem geraden Stoße ihre Geschwindigkeiten. Denn wenn $A = B$ ist, so erhält die eine Kugel, die vor dem Stoße die Geschwindigkeit C hatte, die Geschwindigkeit $V = c$; und die andre, welche c hatte, bekommt $v = C$ (1. Anm.). Stoßen also solche Kugeln (Fig. 167) nach den Richtungen AB, FC schief an einander, so löse man ihre Bewegungen durch Rechtecke, die man beschreibt, in AG, GB, und in FH, HC auf. Bloß die Bewegungen GB, HC sind die eigentlichen Bewegungen des Stoßes, welche durch den Stoß verwechselt werden; AG und FH bleiben unverändert. Man mache also $BI = CH$, $CK = BG$, $DI = AG$, $EK = FH$ und beschreibe Rechtecke zwischen diesen Linien; so sieht man, daß die Kugel B nach BD, und C nach CE zurückspringen muß, wenn beide zusammenstoßen.

6. Es sey f der Widerstand der Materie, in welche eine Kugel, in der Zeit t, schon durch den Raum s eingedrungen ist, und k die Geschwindigkeit, die er während dieser Zeit erzeugt, also der Kugel geraubt hat; so ist $2gfdt = -dk$ und $kdt = ds$, also $2gfds = -kdk$ (26. Brief 1. Anm.). Ist nun f beständig von gleicher Größe,

und r der Halbmesser der Kugel, so verhält sich die Totalkraft des Widerstandes beständig, wie $r^2 f$, oder wie die Oberfläche der Kugel, welche die Materie berührt. Die Elementarkraft aber, durch welche alle Theilchen der Kugel verzögert werden, erhält man, wenn man die Totalkraft des Widerstandes mit der Masse der Kugel, oder mit r^3 theilt. Sie ist also $= \frac{fr^2}{r^3} = \frac{f}{r}$. Daher wird $2gfds = -rkdk$ und $2gfs = C - \frac{1}{2}rk^2$. Nennen wir nun die anfängliche Geschwindigkeit der Kugel, mit welcher sie auf die Materie stößt, c, so wird, wenn $s = o$ ist, $C = \frac{1}{2}rk^2$ und $k = c$. Es ist also $C = \frac{1}{2}rc^2$ und $2gfs = \frac{1}{2}rc^2 - \frac{1}{2}rk^2$. Ist nun die Kugel schon so tief eingedrungen als sie kann, so wird $k = o$, und $2gfs = \frac{1}{2}rc^2$. Ist also bey einer andern ähnlichen Kugel S, R und C das, was bey dieser s, r und c war, so hat man $S:s = RC^2:rc^2$. Ist daher $R = r$, so wird $S:s = C^2:c^2$; ist $C = c$, so wird $S:s = R:r$.

Wenn aber der Widerstand nicht beständig ist, sondern im Verhältnisse der Tiefe zunimmt, so muß man ihn $= \frac{fs}{r}$ setzen. Dadurch wird $2gfsds = -rkdk$ und $gfs^2 = \frac{1}{2}rc^2 - \frac{1}{2}rk^2$, also, wenn $k = o$ ist, $gfs^2 = \frac{1}{2}rc^2$. Hier ist also $S^2:s^2 = RC^2:rc^2$, oder wenn $R = r$ ist $S:s = C:c$.

7. Es sey $CA = a$, $CB = b$, $CD = e$, $CE = f$ und das Gewicht des Pendels $= P$. Da man die Entfernung e des Schwingungspunkts vom Aufhängepunkte erhält, wenn man das Massenmoment des ganzen Pendels Q mit bP theilt (46. Brief), so ist $\frac{Q}{bP} = e$ und $Q = beP$. Will man nun die

ganze Masse des Pendels nach E bringen, so muß man Q mit f^2 theilen. Alsdann wird das Pendel sich wie eine geometrische Linie verhalten, an welcher im Punkte E die Masse $\frac{Q}{f^2} = \frac{beP}{f^2}$ befestigt ist (58. Br.). Also ist $M = \frac{beP}{f^2}$; und k, oder die Geschwindigkeit des Punkts E, $= \frac{pcff}{beP + pff}$; und die Winkelgeschwindigkeit desselben $\frac{k}{f} = \frac{pcf}{beP + pff}$. Es ist klar, daß $\frac{beP}{f} + pf$ am kleinsten, also $\frac{k}{f}$ am größten seyn wird, wenn $\frac{beP}{f} = pf$ oder $beP = pff$, oder $M = p$ ist; (3. Anm.) und man sieht daraus, daß f mehrentheils von b und e verschieden, also auch E ein vom Schwerpunkte und Schwingungspunkte ganz verschiedner Punkt ist.

Da die Kugel in dem Pendel in E steckt, so verändert sich dadurch der Schwingungspunkt des Pendels. Er fällt jetzt in F, und es ist $CF = d = \frac{Q + pff}{Pb + pf}$ (46. Brief). Die Geschwindigkeit K also dieses Punkts F, wird sich zu der Geschwindigkeit des Punkts E oder $k = \frac{pcff}{beP + pff}$, wie CF : CE oder wie d : f verhalten. Sie wird daher $= \frac{pfc}{Pb + pf}$. Wenn aber diese Geschwindigkeit K des Punkts F zur Höhe A gehört, so ist $A = \frac{K^2}{4g}$. Folglich muß F sich bis zu dieser Höhe erheben, oder einen Bogen

beschreiben, dessen Quersinus $dF = \frac{p^2 f^2 c^2}{4g(Pb + pf)^2}$ ist. Die Sehne aber dieses Bogens FG ist $= \sqrt{2A.d}$ (59. Brief), weil $d = CF$, und $A = dF$ ist. Nun verhält sich die Sehne AH zu FG wie $a : d$. Daher ist diese Sehne AH, die man unmittelbar bey den Versuchen messen kann, $= a\sqrt{\frac{2A}{d}}$.

Zwey und sechzigster Brief.

Lassen Sie uns nunmehr in das Gebiet der Hydraulik übergehen, wo man vorzüglich nöthig hat, sich bey jedem Schritte, den man thut, an die Erfahrung zu halten, weil mit der blossen Theorie wenig auszurichten ist, wenn man die Bewegungen des Wassers und andrer ähnlicher flüssiger Materien untersucht. Wenn ein etwas weites Gefäß mit einer engen Oeffnung im Boden oder an der Seite, durch gelindes Zugießen immerfort auf einerley Höhe voll Wasser erhalten wird, so lehrt die Erfahrung, daß das Wasser durch die Oeffnung immer gleichförmig ausfließt. Dieses findet nicht nur bey großen Wasserhältern und Teichen Statt, die an der Seite irgendwo einen Abfluß haben, sondern auch bey kleinen mit Wasser angefüllten Gefäßen, wenn sie nur allenthalben inwendig viel weiter sind als die Oeffnung ist, durch die das Wasser abfließt. Die zur Erzeugung und Unterhaltung dieses Ausflusses nöthige Kraft muß nothwendig gleichförmig seyn, da immer in glei-

chen Zeiten gleiche Bewegungen nach einerley Richtung hervorgebracht werden. Es läßt sich aber zeigen, wenn irgend eine Ader von Wasser durch einen Durchschnitt von beständiger Größe e senkrecht und gleichförmig, mit einer zur Höhe a gehörigen mittleren Geschwindigkeit durchgeht, daß die zur Erzeugung dieser Bewegung nöthige Totalkraft dem Gewichte einer geraden Wassersäule, von der Grundfläche e und von der Höhe 2 a gleich ist. [1]

Wenn wir aber die kleine Oeffnung EF (Fig. 85) eines bis zu der Höhe AC immer mit Wasser angefüllten weiten Gefäßes ACDB e nennen, so sehen Sie leicht, daß bloß der Druck der lothrechten Wassersäule GEFI die Bewegung des unten durch EF ausfließenden Wassers erzeugen kann, da alles übrige Wasser durch den festen Boden des Gefäßes getragen und unterstützt wird, also auch durch seine Schwere keine Bewegung veranlassen kann. Und wenn gleich auch von den Seiten die Wassertheilchen als auf geneigten Flächen in der Oeffnung EF zusammenlaufen, so fließen dagegen andre Theilchen an ihre Stelle aus der Mitte nach den Seiten, und immer bleibt das gesammte Wasser um die Oeffnung EF herum, bis an die Wände des Gefäßes, vom Boden unterstützt, weil ich annehme, daß das Gefäß immer voll bleibt. Da nun die Wassersäule GEFI die Grundfläche e und die Höhe AC hat, so scheint es, daß das Wasser, wenn es senkrecht durch EF fließt, eine zu der Höhe $\frac{1}{2}$ AC gehörige Geschwindigkeit haben sollte. Allein man muß dagegen erwägen, daß der gleichförmige Ausfluß des Wassers allemal nothwendig auch einen gleichförmigen Einfluß, also eine äußere von dem Drucke des Wassers im Gefäße ganz unabhängige gleichförmige Kraft voraussetzt, durch welche das Gefäß immer voll erhalten

wird, und daß diese äußere Kraft dem Drucke der Wassersäule GEFI gleich ist, weil der Einfluß dem Ausflusse immer gleich bleiben muß. Daher muß man von der ganzen zur Unterhaltung der gleichförmigen Bewegung des Wassers nothwendigen Totalkraft 2a . e die Hälfte auf den Einfluß, und bloß die andre Hälfte auf den Ausfluß rechnen. Da nun diese letztere der Wassersäule GEFI gleich ist, so folgt, daß AC oder GE = a, oder diejenige Höhe ist, der die Geschwindigkeit des Wassers in EF zukommt, wenn es durch diese Oeffnung senkrecht durchfließt.

Man stellt sich zuweilen ein unendlich großes Gefäß mit einer kleinen Oeffnung vor; und nach dieser Voraussetzung hätte man freylich nicht nöthig immer Wasser zuzugießen. Aber auch alsdann müßte das Wasser in der Oberfläche von allen Seiten nach der Gegend hin fließen, unter welcher sich die Oeffnung befindet, wenn hier das Wasser immer gleich hoch bleiben sollte; und diese Bewegung erforderte, wenn gleich sie ganz unmerklich wäre, eine besondre Kraft, die als eine äußere Kraft angesehn werden müßte, da sie von dem Drucke der Wassersäule über der Oeffnung ganz unabhängig wäre.

Wenn die Oeffnung EF etwas beträchtlich ist, so erhält das Wasser nicht gleich beym ersten Anfange seines Ausflusses seine völlige Geschwindigkeit, sondern die Bewegung wird Anfangs beschleunigt, bis sie nach einer kurzen Zeit ihre größte Geschwindigkeit erreicht und diese hernach unverändert beybehält. Ueberdieses drängt sich das Wasser im Gefäße von allen Seiten nach der Oeffnung des Bodens und geht nach schiefen Richtungen durch ihn. Daher zieht sich die aus dem Gefäße tretende Wasserader, wenn der Boden des Gefäßes dünn ist, zusammen, wie EMNF (Fig. 86) und wird in einer gewissen Ent-

fernung von der Oeffnung EF am dünnsten. Macht man hier einen auf die Axe der Wasserader OP senkrechten Durchschnitt MN, so nennt man diesen den Durchschnitt der zusammengezognen Wasserader. Seine Entfernung von der Oeffnung OP ist gewöhnlich der halben Breite der Oeffnung EO, oder $\frac{2}{3}$ von ihr, gleich, und er selbst verhält sich, vermöge der Erfahrung, zu der Oeffnung, seinem ganzen Flächeninhalte nach, fast wie 2 : 3, zuweilen ist er auch etwas kleiner. Man muß ihn als die eigentliche Oeffnung des Gefäßes ansehn, durch welche die Wasserader senkrecht fließt. Denn in der Oeffnung EF haben die Wassertheilchen sehr verschiedne Richtungen, woraus man sieht, daß diese Oeffnung nicht ganz voll Wasser ist, sondern leere Zwischenräume hat, welche daher entstehn, daß die auf verschiedne Art bewegten Wassertheile sich von einander trennen und losreißen.

Uebrigens ist die Zusammenziehung der Wasserader nicht etwas bloß Zufälliges, sondern etwas Wesentliches bey dem Ausflusse des Wassers, es mag die die Oeffnung in dem Boden oder in einer Wand des Gefäßes seyn, und das Wasser lothrecht oder wagrecht oder nach einer schiefen Richtung ausfließen, wenn nur die Oeffnung, oder vielmehr die Wand oder der Boden, in der Gegend der Oeffnung dünn, ist. Fließt das Wasser lothrecht aus dem Gefäße, so ist der Durchschnitt der zusammengezognen Wasserader der Oeffnung des Gefäßes ähnlich; fließt es aber seitwärts nach einer wagrechten oder schiefen Richtung aus, so ist jener Durchschnitt der Oeffnung nicht nur unähnlich, sondern überhaupt unregelmäßig begrenzt.

In dem Durchschnitte der zusammengezognen Ader sollte also das Wasser eine der ganzen Höhe AC

(Fig. 85) zugehörige Geschwindigkeit haben. Man findet aber seine Geschwindigkeit daselbst allemal wenigstens um $\frac{1}{10}$ kleiner; welches man theils der Reibung, theils dem Widerstande der Luft, theils auch vielleicht andern Ursachen, zuschreiben muß. Wenn man berechnet, wie vieles Wasser aus dem Gefäße fließen mußte, wenn dasselbe in EF die ganze der Höhe AC zukommende Geschwindigkeit hätte, und EF ganz voll wäre, so daß alle Wassertheilchen daselbst eine auf EF senkrechte Richtung hätten, so kann man die Wassermenge, die man auf diese Art durch Rechnung für eine gewisse Zeit erhält, den natürlichen Ausfluß für diese Zeit nennen. Der wirkliche Ausfluß ist, wegen der zusammengezognen Wasserader um $\frac{1}{3}$, und wegen der geringern Geschwindigkeit noch um $\frac{1}{10}$ kleiner als der natürliche. Er macht, vermöge der Erfahrung, wenn die beständige Wasserhöhe im Gefäße über der Oeffnung zwey Pariser Fuß beträgt, und die Oeffnung im Boden kreisrund, dünn, glatt und von einem Pariser Zolle im Durchmesser ist, sehr genau $\frac{5}{8}$ des natürlichen Ausflusses aus. Ist aber die Wasserhöhe größer, oder die Oeffnung kleiner oder nicht rund, so wird der wirkliche Ausfluß etwas kleiner, und im entgegengesetzten Falle etwas weniges größer als $\frac{5}{8}$ des natürlichen Ausflusses. Denn eine größere Höhe vermindert den wirklichen Ausfluß nach Verhältniß, weil sich die Wasserader nach Verhältniß immer stärker zusammenzieht, je höher das Wasser im Gefäße steht; und eckige Löcher vermindern den Ausfluß ebenfalls, weil sie nach Verhältniß eine stärkre Reibung haben als runde. Denn die Reibung des Wassers hängt von der Größe der reibenden Flächen ab, und bey einerley Flächeninhalte hat der Kreis unter allen übrigen Figuren den kleinsten Umfang. Daher ist auch

in einem kleinen kreisrunden Loche die Reibung des Wassers nach Verhältniß größer als in einem großen, weil dieses, nach Verhältniß seines Inhalts, einen kleinern Umfang hat als jenes

Nach dieser leichten Regel kann man in jedem Falle den wirklichen Ausfluß durch eine dünne Oeffnung aus einem immer vollen Gefäße, ohne alle Schwierigkeit, so genau als es in der Ausübung nur immer nöthig ist, berechnen. Nur muß das Gefäß allenthalben so weit seyn, daß das Wasser in ihm, außer nahe an der Oeffnung, keine merkliche Bewegung hat. Denn ist es entweder überhaupt oder an gewissen Stellen zu enge, so bewegt sich in ihm entweder allenthalben, oder wenigstens da, wo es zu enge ist, das Wasser, während des Ausflusses, merklich, und daraus entsteht eine Reibung, welche den wirklichen Ausfluß merklich vermindert. [2]

Wenn das Wasser seitwärts, und nicht durch den Boden ausfließt, so sind die Wasserhöhen über den verschiednen Punkten der Oeffnung allezeit, und oft, wenn das Wasser überhaupt nicht hoch steht, und die Oeffnung etwas groß ist, sehr verschieden. Allein es ist in diesem Falle unmöglich, durch eine ganz genaue Berechnung, die wahre mittlere Höhe für den Durchschnitt der zusammengezognen Wasserader zu finden, weil weder die Gestalt, noch die Größe dieses Durchschnitts, sich genau bestimmen läßt. Daher muß man sich begnügen, die Wasserhöhe über dem Mittelpunkte der Oeffnung als die mittlere anzunehmen, und die Erfahrung stimmt mit den auf diese Voraussetzung gegründeten Rechnungen, selbst bey großen Löchern und kleinen Wasserhöhen, genauer überein als man erwarten sollte. [3]

Ich habe bisher immer von dünnen Oeffnungen geredet. Denn ist die Wand oder der Boden dick,

in welchen das Loch gebohrt ist, so verhält sich dieses wie eine kurze Röhre, und dieser Fall findet sogar Statt, wenn man den Boden eines Gefäßes, durch welchen Wasser fließt, in stehendem Wasser untertaucht, so daß die ausfließende Ader sich darin gleichsam einen Weg durchbohren muß. Der Ausfluß aber durch eine Röhre ist von dem Ausflusse durch eine dünne Oeffnung sehr verschieden. Denn das ausfließende Seitenwasser wird von den Wänden der Röhre angezogen und von seinem Wege abgebogen, so, daß es nicht mehr nach einer schiefen Richtung fortgehn kann so wie vorher. Dadurch dringt in der Mitte mehreres Wasser in die Röhre, als in eine dünne Oeffnung eindringen kann, und die Wassertheilchen fließen aus ihr fast ganz parallel heraus, wenn sie walzenförmig oder prismatisch ist, so, daß keine Zusammenziehung der Wasserader außer der Oeffnung der Röhre weiter Statt findet. Der wirkliche Ausfluß wird daher bey kurzen Röhren größer, als bey dünnen Oeffnungen, aber dennoch nie so groß als der natürliche, weil eine solche walzenförmige Röhre in der That nie ganz voll ist.

In einer längern Röhre wird das Wasser durch die Reibung allemal merklich, und oft so stark verzögert, daß durch sie viel wenigeres Wasser ausfließt, als selbst durch eine dünne Oeffnung. Ist die Röhre aber wieder zu kurz, so hat sie nicht Kraft genug um das Seitenwasser hinlänglich abzubeugen. Dieses reißt sich also oft von ihr los, besonders wenn die Röhre etwas erschüttert wird, die Wasserader zieht sich in der Röhre zusammen und fließt durch ihre innere Mündung völlig eben so, wie durch eine dünne Oeffnung. Die Erfahrung hat gelehrt, daß eine walzenförmige oder prismatische Röhre wenigstens noch einmal so lang als breit seyn muß, wenn sie

immer voll bleiben und das Wasser von ihren Wänden sich nicht losreißen soll, und daß alsdann bey allen Wasserhöhen und Oeffnungen der wirkliche Ausfluß durch eine dünne Oeffnung sich zu dem Ausflusse einer so kurzen horizontalen Röhre, von gleicher Weite mit der Oeffnung, wie 1 : 1,306 verhält. Ist die Röhre beträchtlich länger, so wird der Ausfluß merklich kleiner, und zwar um desto mehr, je mehr man die Röhre verlängert. Lothrechte oder schiefe Röhren verhalten sich vollkommen eben so, nur daß in ihnen das Wasser durch die Schwere noch beschleunigt oder verzögert wird, und man daher auf die Wasserhöhe über der äußern nicht über der innern Mündung der Röhre sehen muß. So ist es leicht auch bey walzenförmigen kurzen Röhren den Ausfluß zu berechnen.[4]

Wenn man eine walzenförmige kurze Röhre an ihrer äußern Mündung erweitert, so giebt sie mehreres, und wenn man sie vorn verengt, wenigeres Wasser als vorher, weil im ersten Falle das Seitenwasser stärker, und im zweyten schwächer abgebogen wird, als wenn sie allenthalben gleich weit ist. Erweitert man aber die innere Mündung einer solchen Röhre, ohne die äußere zu ändern, so giebt sie mehreres Wasser. Eine kegelförmige Oeffnung, die völlig die Gestalt der zusammengezognen Wasserader hat, giebt einen wirklichen Ausfluß, der dem natürlichen am nächsten kommt, weil man hier, bey Berechnung des natürlichen Ausflusses, die Aeußere und nicht die innere Mündung der Röhre, zur Grundfläche annimmt, und hier das Wasser gar nicht abgebogen wird, als wodurch es immer an seiner Geschwindigkeit etwas verliert, daher auch bey kurzen walzenförmigen Röhren die Geschwindigkeit des Durchflusses allezeit merklich

kleiner

kleiner ist, als in der zusammengezognen Wasserader der dünnen Oeffnung. Hat aber eine kegelförmige kurze Röhre nicht die Gestalt der zusammengezognen Wasserader, so zieht sich diese vor ihrer Mündung immer noch stärker zusammen. [6]

Anmerkungen.

1. Die Geschwindigkeit der Wasserader ist $= 2\sqrt{ga}$ (32 Brief). Jeder Wasserpunkt durchläuft also in t Sekunden $2t\sqrt{ga}$ Pariser Fuß, und die ganze in dieser Zeit ausgefloßne Wassermasse beträgt $2et\sqrt{ga}$ Kubikfuß. Also ist die in derselben Zeit erzeugte fortgehende Bewegung $= 2\sqrt{ga} . 2et\sqrt{ga} = 4etga$ und die zu dieser Erzeugung nöthige Totalkraft $F = 4ega$ (27 Brief). Fällt aber eine Wassersäule von der Masse $2ea$ durch ihr eignes Gewicht p frey herab, so fällt sie in einer Sekunde durch die Höhe g und erlangt die Geschwindigkeit $2g$. Also erzeugt die Totalkraft p in ihr, in einer Zeit von t Sekunden, die Geschwindigkeit $2gt$, und überhaupt die fortgehende Bewegung $4eagt$. Also ist $p = 4eag = F$. Es ist aber p das Gewicht einer geraden Wassersäule, die wir $= 2ea$ angenommen haben, also von der Grundfläche e und von der Höhe $2a$.

2. Ich wähle, um zu zeigen, wie genau die Berechnung mit der Erfahrung übereinstimmt, einige vorzüglich genau angestellte Versuche aus Bossut Traité element. d'Hydrodyn. II. Das Wasser stand auf der beständigen Höhe von 11 Fuß 8 Zoll 10 Linien oder 140,8333 Zollen über dem wagrechten durchbohrten Boden von Bleche, und es flossen, in Zeit von einer Minute: 1) durch eine kreisrunde

Oeffnung von 6‴ im Durchmesser, 2311 Pariser Kubikzolle Wasser, 2) durch eine ähnliche Oeffnung von 1 Zoll Weite, 9281 Kubikzolle, 3) durch eine ähnliche 2 Zoll breit, 37203 Pariser Kubikzolle, 4) durch ein Rechteck 1 Zoll lang 3 Linien breit, 2933 Kubikzolle, 5) durch ein Quadrat 1 Zoll lang 1 Zoll breit, 11817 Kubikzolle, 6) durch ein Quadrat 2 Zolle lang 2″ breit, 47361 Pariser Kubikzolle. Wenn man hier die natürlichen Mengen des ausgefloßnen Wassers berechnet, und von ihnen $\frac{5}{8}$ nimmt, so erhält man: für 1) 2346, für 2) 9386, für 3) 37544, für 4) 2995, für 5) 11982 und für 6) 47927 allenthalben etwas mehr, als nach der Erfahrung, weil die Wasserhöhe viel grösser ist, als 2 Fuß.

3. Hierher gehören folgende Versuche desselben Verfassers mit Gefäßen, an deren Seite sich ein lothrechtes, rundes und senkrecht durchbohrtes Blech befand. Bey einer Wasserhöhe von 9 Pariser Fuß über dem Mittelpunkte der Oeffnung erhielt er in einer Minute, 7) durch eine Oeffnung von 6 Linien im Durchmesser, 2018 Pariser Kubikzolle; nach der Rechnung sollten es seyn 2055 Kubikzolle. 8) Durch eine Oeffnung von 1 Zoll Breite, 8135 Kubikzolle; nach der Rechnung kommen 8219 Kubikzolle. Ferner floß in 1 Minute, bey einer Wasserhöhe von 4 Fuß über dem Mittelpunkte der Oeffnung, 9) durch eine Oeffnung von 6 Linien Breite, 1353; nach der Rechnung kommen 1370 Kubikzolle. 10) Durch eine Oeffnung von 1 Zoll Breite 5436; nach der Rechnung kommen 5479 Kubikzolle. Endlich erhielt er in 1 Minute, bey einer Wasserhöhe von 7 Linien über dem Mittelpunkte der Oeffnung, durch eine Oeffnung von 1 Zoll Breite, 628, und hätte nach der Rechnung erhalten sollen 603 Pariser Kubikzolle. Alle diese Ausflüsse sind völlig eben so berechnet, wie

in der 2 Anmerkung. Jeder beträgt $\frac{3}{4}$ des natürlichen Ausflusses.

4. Derselbe Verfasser hatte an dem horizontalen Boden eines großen Fasses 2 glatte, lothrechte, walzenförmige sehr kurze Röhren, jede von 2 Zollen Länge und die eine von 6, die andre von 10 Linien Breite angebracht, durch die er das Wasser bald voll, bald als eine zusammengezogne und von den Wänden der Röhren abgesonderte Wasserader laufen ließ. Im leztern Falle machte er die Wasserhöhe über der obern Oeffnung der Röhren der Höhe gleich, welche das Wasser im ersten Falle über der untern Mündung der Röhren hatte, und fand so den Ausfluß in einer Minute durch die Röhre von 6 Linien Breite, bey der Wasserhöhe von 3′ 10″, voll, von 1689, zusammengezogen von 1293; durch die Röhre von 10 Linien Breite, bey derselben Höhe, voll 4703, zusammengezogen 3598 Kubikzolle. Aber bey der Wasserhöhe von 2 Fuß war der Ausfluß in einer Minute durch die enge Röhre von 6‴ Breite, voll 1222, zusammengezogen 935; und durch die weitre Röhre, voll 3402, zusammengezogen 2603 Kubikzolle. Wenn man hier die Zahlen 1293, 3598, 935 und 2603 mit 1,306 vermehrt, so erhält man 1689, 4699, 1221 und 3399 also fast dieselben Zahlen, welche die Erfahrung gab.

Ferner erhielt Poleni bey einer Wasserhöhe von 13 Pariser Fuß durch eine dünne kreisförmige Oeffnung von 3 Linien im Durchmesser, in Zeit von einer Minute, 607, und durch eine walzenförmige Röhre 13 Linien lang und 3 Linien weit, in derselben Zeit, 809 Kubikzolle. Nach der Rechnung macht die leztre Zahl 793 aus; weil $607 \cdot 1{,}306 = 793$ ist.

5. Man kann nach ebendenselben Regeln auch das Ausleeren und Anfüllen eines Gefäßes mit Wasser

berechnen, nur daß sich die gänzliche Ausleerung überhaupt nicht genau berechnen läßt, weil die Oberfläche des Wassers im Gefäße zuletzt, wenn nur noch wenig Wasser darin ist, oft hohl wird. Wenn also z. B. ein prismatisches oder walzenförmiges Gefäß ACFB (Fig. 170) Anfangs bis auf die Höhe AC oder IG $= a$ mit Wasser angefüllt ist, und es hat unten im Boden oder an der Seite eine Oeffnung von der Größe b, deren Mittelpunkt I ist, jeder seiner senkrechten Durchschnitte aber, wie AB, DE, ist $= e$; so setze man das Wasser habe sich schon bis auf die Höhe IH $= x$ gesenkt. Da die zu der Höhe x gehörige Geschwindigkeit $= 2\sqrt{gx}$ ist, so wird der natürliche Ausfluß in der Zeit $dt = 2bdt\sqrt{gx}$, und der wirkliche $= 2mbdt\sqrt{gx}$ seyn, wenn der natürliche sich zum wirklichen Ausflusse überhaupt, wie $1 : m$, verhält. Nun fließt aber in der Zeit dt das Wasserprisma $De = -edx$ aus. Also ist $2mbdt\sqrt{gx} = -edx$ und $dt = -\frac{edx}{2mb\sqrt{gx}}$, also $t = C - \frac{e\sqrt{x}}{mb\sqrt{g}} = \frac{e}{mb\sqrt{g}}(\sqrt{a} - \sqrt{x})$ weil $x = a$ ist, wenn $t = 0$ wird.

Herr Bossüt hatte ein rechtwinklichtes prismatisches Gefäß, in welchem e, 9 Quadratfuß hielt. Sein wagrechter Boden war mit einem dünnen senkrecht durchbohrten Kupferbleche versehn. Als dieses Loch b einen Pariser Zoll im Durchmesser hielt, senkte sich das Wasser von 11′ 8″ Höhe $= a$, 1) in 7 Minuten $25\frac{1}{2}$ Sekunden um 4 Fuß und 2) um 9 Fuß in 20 Min. $24\frac{1}{2}$ Sek. Als aber das Loch 2 Zoll im Durchmesser hielt, senkte es sich von der derselben Höhe 3) durch 4 Fuß, in 1 Min. 52 Sek. und 4) durch 9 Fuß in 5 Minut. 6 Sek. Wenn man nun in der Formel $t = \frac{e}{mb\sqrt{g}}$

$(\sqrt{a} - \sqrt{x})$, $e = 9.144''$ $m = \frac{7}{8} a = 140''$ und $g = 181''$ setzt, der Größe b aber jedesmal den gehörigen Werth giebt, so findet man die Zeit für 1) 7 Min. 1 Sek., für 2) 20 Min. 15 Sek., für 3) 1 Min. 50 Sek. und für 4) 5 Min. 4 Sek., daß also die Rechnung mit der Erfahrung genau übereinstimmt.

Drey und sechzigster Brief.

Die Erfahrung lehrt, wie ich bereits in meinem letztern Schreiben erwähnt habe, daß das Wasser, unter übrigens völlig gleichen Umständen, durch eine Röhre, wenn sie gleich kurz ist, nie mit einer so großen Geschwindigkeit fließt, als durch eine dünne Oeffnung, obgleich die Röhre, wenn sie kurz ist, in derselben Zeit, mehreres Wasser giebt, als die dünne Oeffnung; und jene geringere Geschwindigkeit in kurzen Röhren ist wahrscheinlich bloß dem Ankleben und dem Stoße der Wassertheilchen an die Wände der Röhren zuzuschreiben. Man muß daher bey Springbrunnen, Spritzen, mit einem Worte: allenthalben, wo das Wasser so hoch oder so weit, also auch so geschwinde, als möglich, fortgetrieben werden soll, eine dünne Platte mit einem runden und glatten Loche anbringen. Jede andre Einrichtung ist fehlerhaft, und das Wasser spritzt durch keine Röhre, sie sey kurz oder lang, kegelförmig oder einer Walze ähnlich, so hoch, als durch eine solche Platte. Wo man hingegen eine so große Menge Wasser,

als möglich, haben will, und auf die Schnelligkeit des Wassers nichts ankömmt, da muß man das Wasser durch eine kurze Röhre laufen lassen, die man allenfalls noch an ihrer äußern Mündung etwas erweitern kann.

Bey den Springbrunnen ist überdieses auch an der Weite der dünnen Oeffnung, aus welcher das Wasser hervorspringt, sehr viel gelegen. Ist sie zu groß, so macht sie, daß das Wasser in der Leitungsröhre mit einer beträchtlichen Geschwindigkeit fortfließen muß, und also durch die Reibung der Röhre um desto mehr verzögert wird, je länger diese ist, und je höher sich das drückende Wasser über die Oeffnung erhebt. Ist sie zu klein, so leidet der sehr dünne Strahl in der Luft eine zu starke Reibung, und erhebt sich nicht hoch genug. Man thut also gut, weil sich hier durch die bloße Berechnung schwerlich etwas genaues und sichres bestimmen läßt, daß man verschiedne gleiche Platten mit Löchern von verschiedner Weite bereit hält, eine nach der andern aufschraubt, um zu sehen, bey welcher der Strahl die größte Höhe erreicht, und dann diese wählt. Bey einer sehr kurzen Leitungsröhre von $28\frac{1}{2}$ Pariser Linie im Durchmesser, und einer Wasserhöhe von 16 Fuß, geht der Wasserstrahl, vermöge der Erfahrung, am höchsten, wenn die Oeffnung der dünnen Platte 6 Linien im Durchmesser hält.

Die Reibung des Wassers hat aber nicht nur auf die Bewegung der springenden Wasser, sondern alles fließenden Wassers überhaupt, einen so großen Einfluß; es ist, um von dieser Bewegung, besonders in Flüssen, Kanälen, Rinnen und Wasserleitungen, richtig zu urtheilen, so nothwendig, sie genau zu kennen, und ihre Gesetze sind bis jetzt, so viel ich weiß, noch so wenig in das gehörige Licht gesetzt

worden, daß ich mich genöthigt sehe, bey ihrer Untersuchung mich etwas länger zu verweilen, als ich es außerdem gethan haben würde.

Alles Wasser berührt die Oberflächen andrer Körper, indem es sich bewegt. Diese widerstehn seiner Bewegung und schwächen sie, auch wenn das Wasser auf sie nicht stößt, und dieser Widerstand ist es, den ich die **Reibung des Wassers** nenne. Ich lasse mich übrigens auf die Untersuchung nicht ein, ob diese Art der Reibung aus denselben Ursachen entspringt, als die Reibung der festen Körper, weil ich gestehe, daß ich von den Ursachen der Reibung überhaupt nur sehr unvollständige Begriffe habe; genug, daß das Wasser, vermöge der Erfahrung, sich auf den Oberflächen der Körper wirklich reibt, und in seiner Bewegung gehindert wird, obgleich es auf sie nicht stößt. Wenn man in eine wagrechte prismatische Rinne, nach der Richtung ihrer Axe, aus einem immer vollen Wasserhälter das Wasser schießen läßt, so fließt es im ersten Anfange nach dieser Richtung fort. Da es aber um desto mehr verzögert wird, je weiter es fortgeht, und durch jeden lothrechten Durchschnitt der Rinne dennoch in einerley Zeit immer gleich vieles Wasser durchgehn muß, so hebt es sich in der Rinne allmählich immer höher, je weiter es fließt, so, daß es zuletzt auf seiner Oberfläche rückwärts zu fließen anfängt, indem es unten vorwärts fortgeht. Diese Verzögerung und dieser Rückfluß rührt offenbar bloß von der Reibung des Wassers an der Rinne her. Auf eine ähnliche Art geht das Wasser auch in solchen Rinnen, die nur eine geringe Neigung haben, mit immer mehr verzögerter Bewegung fort. Ist aber ihre Neigung stark genug, so wird das Wasser in ihnen Anfangs beschleunigt, aber nach und nach immer weniger, bis es endlich, wenn

die Rinne nur lang genug ist, völlig gleichförmig fortfließt. Diese Erfahrungen beweisen, daß die Reibung des Wassers mit der Geschwindigkeit wächst; daß das Wasser in einer geneigten Rinne Anfangs verzögert oder beschleunigt wird, nachdem die Reibung im Anfange der Rinne größer oder kleiner ist, als das relative Gewicht des Wassers auf seinem geneigten Boden, und daß in beiden Fällen die Bewegung zuletzt gleichförmig wird, wenn die Rinne nur lang genug ist, weil im ersten Falle das Wasser sich Anfangs nach und nach immer langsamer und im zweyten immer schneller bewegt, also auch die Reibung entweder immer mehr abnimmt oder zunimmt, bis sie endlich dem relativen Gewichte des Wassers gleich ist, wo denn alle weitre Verzögerung oder Beschleunigung in der Rinne nothwendig aufhört.

Herr Bossüt hat eine Menge sehr schätzbarer und sehr genauer Versuche mit solchen Rinnen gemacht, denen er nach und nach verschiedne Neigungen und zum Theil auch verschiedne sehr ansehnliche Längen gab. Sie waren prismatisch, inwendig glatt, und rechtwinklicht; das Wasser aber wurde in sie aus einem immer bis auf eine gewisse Höhe vollen Wasserhälter gelassen. Es floß durch eine dünne Oeffnung, so, daß der wirkliche Ausfluß $\frac{5}{8}$ des natürlichen betrug. Wenn man diese Erfahrungen sorgfältig unter einander vergleicht, so sieht man deutlich, daß die Reibung des Wassers sich allezeit wie das Produkt aus dem Quadrate seiner Geschwindigkeit und aus der Größe der reibenden Flächen verhält; ja wenn man nach diesem Grundsatze die gemachten Versuche berechnet, so findet man, daß sie insgesammt mit der Rechnung genau übereinstimmen, und da ihrer an 50 sind, so kann man diese Uebereinstimmung wohl keinem Zufalle zuschreiben. [1]

Herr Bossüt hat eine andre Reihe von Versuchen mit walzenförmigen, geraden, wagrechten Röhren theils von 16 Pariser Linien, theils von 2 Zollen im Durchmesser, gemacht. Sie waren Anfangs jede 180 Fuß lang, er verkürzte sie aber nach und nach auf 150, 120, 90, 60 bis 30 Fuß.[2] Das Wasser floß in sie aus einem immer vollen Gefäße, und man muß daher, bloß wegen der Abbeugung des Seitenwassers und des Stoßes auf die Wände b[illegible] flusse, nur $\frac{13}{16}$ der natürlichen Geschwindigkeit, für die anfängliche Geschwindigkeit bey jeder Röhre, also $\frac{13^2}{16^2}$ der Wasserhöhe, für die dieser Geschwindigkeit zukommende Höhe, rechnen, als welche Statt gefunden haben würde, wenn gleich jede Röhre so kurz, als möglich, und keine merkliche Reibung vorhanden gewesen wäre. Nach diesem Grundsatze kann man berechnen, um wie viel in jedem Falle der Ausfluß und die Geschwindigkeit bloß durch die Reibung geschwächt worden ist.[3] Ungeachtet nun in verschloßnen Röhren nicht nur die Reibung, sondern auch die Luft, welche sich beständig von dem Wasser, während seiner Bewegung, absondert, diese Bewegung hindert, so stimmt dennoch, wenn man diese Versuche berechnet, und zwar unter der Voraussetzung, daß sich die Reibung des Wassers, wie das Quadrat seiner Geschwindigkeit und die Größe der reibenden Flächen verhält, auch hier die Rechnung mit der Erfahrung sehr genau überein.[4] Ja es läßt sich daraus die Ursache angeben, warum, wie Herr Bossüt bemerkt, der Ausfluß aus solchen Röhren, wenn sie gleiche Durchmesser haben und die Wasserhöhen sich gleich bleiben, sich beynahe umgekehrt wie die Quadratwurzel der Länge der Röhren verhält.[5]

Aus den Versuchen des Herrn Bossüt sieht man, daß die Reibung bey einem Wasserprisma von 5 Pariser Zollen Breite und 1 Zoll Höhe, welches mit einer Geschwindigkeit von $12\frac{1}{2}$ Fuß gleichförmig in einer glatten hölzernen Rinne fortfließt, gegen $\frac{1}{10}$ des Gewichts dieses Prisma beträgt.[6] Ferner läßt es sich leicht übersehn, daß man offne Rinnen und Wasserleitungen, wenn das Wasser darin so schnell, als möglich, fließen soll, allezeit eine solche Breite geben müsse, daß das Wasser, in dem Beharrungszustande, wenn es nämlich immer gleichförmig fortfließt, allezeit halb so hoch steht, als die Wasserleitung im Lichten breit ist.[7] Auf eine ähnliche Art läßt sich aus den Gesetzen der Reibung durch Rechnung zeigen, daß eine Rinne, die ihr Wasser aus einem Teiche oder einem andern großen Wasserhälter empfängt, und 12″ breit ist, wenn das Wasser in ihr mit 4′ Geschwindigkeit fortgehn soll, auf jede 100 Fuß nur etwas über 3″ Gefälle haben darf.[8]

Das Wasser bewegt sich in Flüssen und Kanälen eben so, wie in Rinnen, und die Reibung hat auch hier auf seine Bewegung einen größern Einfluß, als man gewöhnlich glaubt. Wenn das Bett eines Stroms, auf eine ansehnliche Strecke hin, wenigstens beynahe einerley Neigung hat, so würde der Strom wie auf einer geneigten Ebne, ohne die Reibung, immerfort gleichförmig beschleunigt werden. Da er sich aber reibt, so wird gleich Anfangs die Beschleunigung seiner Bewegung allmählich immer geringer, jemehr seine Geschwindigkeit wächst, weil sich auch zugleich die Reibung, und zwar im Verhältnisse des Quadrats der Geschwindigkeit, vermehrt. Sie wird daher allemal nach einiger Zeit dem relativen Gewichte des Wassers gleich; es hört alsdann alle

weitre Beschleunigung auf, und das Wasser fließt gleichförmig fort.

So kommen alle Flüsse und Kanäle zuletzt in einen gewissen Beharrungszustand, so lange die Neigung ihres Bettes sich nicht ändert. Wird aber diese irgendwo z. B. beträchtlich größer, so nimmt auch das relative Gewicht des Wassers beträchtlich zu. Vorher war es der Reibung gleich, jetzt ist es größer. Der Fluß fängt also an, geschwinder zu laufen, aber eben deßhalb wächst seine Reibung, bis sie zuletzt dem relativen Gewichte desselben gleich wird, und das Wasser wieder gleichförmig, aber schneller, als vorher, fortfließt. So ist bloß die Reibung die wahre Ursache, daß die Schnelligkeit der Ströme so sehr von der Neigung ihres Bettes abhängt, und daß, wenn ein Strom sich theilt, ehe er ins Meer fällt, und einer seiner Arme länger ist, als der andre, also auch eine geringre Neigung hat, wie dieser, das Wasser in dem längern Arme allezeit langsamer fortgeht, als in dem kürzern.

Nimmt das Wasser in einem Flusse, der, wie gewöhnlich, viel breiter, als tief, ist, merklich zu, so wächst auch das relative Gewicht desselben beträchtlich. Die reibende Oberfläche hingegen wird nur unmerklich vergrößert, weil sie fast bloß nach der Höhe, und nur wenig nach der Breite, vergrößert wird, und die Höhe oder Tiefe der Flüsse, in Ansehung ihrer Breite, sehr unbeträchtlich zu seyn pflegt. Daher wird das relative Gewicht, welches vorher der Reibung gleich war, jetzt größer, als sie, und oft kann dieser Unterschied in der Größe sehr ansehnlich seyn. Die Schnelligkeit eines Stroms nimmt also allemal, und oft sehr stark zu, wenn er mehreres Wasser erhält, als gewöhnlich.

Eben so ist bloß die Reibung Ursache, daß grosse Flüsse sich schneller bewegen, als kleine, unter übrigens gleichen Umständen, und daß auch in grossen Kanälen das Wasser allezeit geschwinder fließt, als in engen Rinnen, ungeachtet diese eine eben so grosse Neigung haben, als jene. So gar an der Luft reiben sich springende Wasser, indem sie durch sie hindurchfahren. Diese Reibung ist die vornehmste Ursache, weßhalb die Wasserstrahlen der Künste nie diejenige Höhe erreichen, auf welche sie sich eigentlich erheben sollten, und daß dicke Strahlen, unter übrigens ganz gleichen Umständen, höher steigen, als dünne. Man muß hier nicht bloß auf den Widerstand sehn, den der Strahl an seiner Spitze, sondern auch auf den, welchen er an den Seiten leidet, indem er mit einer grossen Schnelligkeit durch die Luft fährt, die eine so beträchtliche Ziehkraft gegen das Wasser hat.

Auch in engen Steigeröhren wird die Bewegung des Wassers, bloß wegen der Reibung, mehr geschwächt, als in weiten, weil jene, nach Verhältniß ihres Inhalts, mehr Oberfläche haben, als diese. Dasselbe gilt auch von den Leitungsröhren, in welchen sich auch noch überdieses die Luft, die sich vom fliessenden Wasser beständig absondert, seiner Bewegung entgegengesetzt. Denn da sich das Wasser allezeit an den Wänden der Röhren wegen der Reibung langsamer bewegt, als das mittlere Wasser, so reisset sich beständig viele Luft zwischen den mit verschiednen Geschwindigkeit bewegten Wassertheilchen los, welche, wie die Erfahrung lehrt, den Fluß des Wassers selbst in geraden Röhrenleitungen, und noch viel mehr in solchen, die nicht gerade fortgehn, oft ungemein hindert.

Auch in Flüssen und Kanälen werden eigentlich nur die Wassertheilchen, welche den Boden oder die

Wände berühren, unmittelbar in ihrer Bewegung aufgehalten. Da sie aber mit dem übrigen Wasser zusammenhängen, so verbreitet sich dieser Widerstand zuletzt durch die ganze Masse, wiewohl mehrentheils auf eine ungleichförmige Art. Daher findet man, nach den besten und genauesten Erfahrungen, mitten in einem Flusse, daß die Geschwindigkeit des Wassers von der Oberfläche gegen den Boden immer mehr, und oft sehr merklich, abnimmt.

Anmerkungen.

1. Herr Bossüt ließ in eine Rinne von 600 Fuß lang, 5 Zoll breit, die eine Neigung von 5° 42′ hatte, durch eine rechtwinklichte Oeffnung von 2 Zollen Höhe, also 10 Quadratzollen Größe, das Wasser aus einem Gefäße laufen, worin es immer 2 Fuß hoch über dem Boden der Rinne erhalten wurde. Es lief in 8″ durch 100; in 16″ durch 200; in 24″ durch 300; in 32″ durch 400 u. s. w. mit einem Worte: seine Bewegung wurde bald gleichförmig und es ging durch 12,5 Fuß in 1 Sekunde. Die Geschwindigkeit der zusammengezognen Wasserader kann man so annehmen, als gehörte sie zu 2 Fuß, weil das Wasser im Gefäße so hoch stand. Sie war also $= 2\sqrt{2g}$; dagegen aber muß man die Höhe dieses ersten Durchschnitts im Anfange der Rinne nur $\frac{5}{8} \cdot 2$ Zolle, oder $\frac{5}{4}$ Zolle groß setzen. Da sich nun die Höhen der verschiednen senkrechten Durchschnitte der Rinne, weil durch jeden in einerley Zeit immer gleich vieles Wasser laufen muß, umgekehrt wie die Geschwindigkeiten des Wassers verhalten, so hat das Wasser in der Rinne, im Beharrungszustande, wo seine Geschwindigkeit $= 12\frac{1}{2}$ ist, eine Höhe y, die

sich zu $\frac{1}{4} = 2\sqrt{2g} : 12,5$ verhält, und daher 1,0990904 Zolle beträgt.

Stellt man sich nun vor, daß in dieselbe Rinne aus einem Gefäße, in welchem das Wasser die Höhe a über dem Boden der Rinne hätte, durch eine Oeffnung, die b Zolle hoch ist, das Wasser gelassen würde, und alsdann im Beharrungszustande in der Rinne die Geschwindigkeit x hätte, so findet man auf ebendieselbe Art, daß es bey dieser Geschwindigkeit $\frac{4,857339 b\sqrt{a}}{x}$ Zolle hoch stehen müßte. Ich will diese Höhe z nennen.

Wird nun beide Male in der Rinne, von da an, wo das Wasser gleichförmig zu fließen anfängt, eine Länge l abgemessen, so reibt sich das Wasserprisma von dieser Länge 1) auf dem Boden von der Größe 5 l 2) ferner an beiden Seiten, deren jede 2 l y oder 2 l z groß ist. Also beträgt die ganze Größe der reibenden Flächen, im ersten Falle $(5 + 2y) l$, und im zweyten $(5 + 2z) l$. Ist nun F die Reibung im ersten, und f die Reibung im andern Falle, und verhalten sich die Reibungen, wie die Produkte aus den Quadraten der Geschwindigkeiten und aus der Größe der reibenden Flächen, so muß $F : f = (12,5)^2 . (5 + 2y) : x^2 (5 + 2z)$ seyn. Nun sind aber im Beharrungszustande die Reibungen den relativen Gewichten der Wasserprismen gleich, und diese verhalten sich, wie die absoluten Gewichte, oder wie die Massen P und p beider Wasserprismen von der Länge l, weil die Rinne in beiden Fällen einerley Neigung hat. Also wird $P x^2 (5 + 2z) = p . 12,5 (5 + 2y)$. oder $y x^2 (5 + 2z) = z . 12,5^2 (5 + 2y)$ weil sich $P : p = y : z$ verhält, indem die Wasserprismen in beiden Fällen gleiche Längen und Breiten

haben. Setzt man nun, anstatt y und z die oben gefundnen Werthe, so erhält man zuletzt $x^3 + 1,9429\, b x^2 \sqrt{a} = 994,1176\, b \sqrt{a}$, oder auch, zur bequemeren Vergleichung mit den Versuchen: $x^3 + 2,74773\, b x^2 \sqrt{\frac{1}{2} a} = 1405,89\, b \sqrt{\frac{1}{2} a}$.

In der LII Erfahrung des Herrn Bossüt war $b = 2$, $a = 4$, und das Wasser lief in 44 Sekunden durch 600 Fuß, also in 1 Sekunde durch 13,63'. Nach unsrer ersten Gleichung, wo $b\sqrt{a} = 4$ und $x^3 + 7,7716\, x^2 = 3976,4704$ wird, ist $x = 13,63 +$ völlig der Erfahrung gemäß. In der LIII Erfahrung war $b = 1$, $a = 2$ und das Wasser lief in 58'' durch 600', also in 1'' durch 10,34'. Nach der zweyten Gleichung wird $b\sqrt{\frac{1}{2} a} = 1$ und $x^3 + 2,74773\, x^2 = 1405,89$, also $x = 10,35'$.

In der LI Erfahrung war $b = 1$, $a = 4$ und das Wasser hatte die Geschwindigkeit $\frac{600}{52} = 11,5'$. Hier ist $b\sqrt{a} = 2$ also unsre erste Gleichung $x^3 + 3,8858\, x^2 = 1988,2352$ und $x = 11,4$.

Diese Versuche sind unter allen übrigen die sichersten, weil hier die Rinnen am längsten und von 600 Fuß waren. In den Versuchen von LV bis LVIII hielten sie 300 Fuß Länge. Die Geschwindigkeit war hier noch im Wachsen und die Bewegung nicht völlig gleichförmig. Daher sind alle berechnete Geschwindigkeiten etwas größer, als die beobachteten.

Versuche	Beobachtete Geschwind.	Berechnete Geschwind.
LV	9,1'	9,3'
LVI	11,1'	11,4
LVII	7,6	7,9
LVIII	9	9,7

Ich habe auf eine ähnliche Art alle übrige Versuche des Herrn Bossüt berechnet, wo die Rinnen nur 105′ lang waren. Die Rechnungen stimmen mit den Versuchen allenthalben überein, ich kann sie aber hier unmöglich ausführlich hersetzen, weil sie zu vielen Platz einnehmen würden. Indessen wird die Reibung des Wassers, so wie die der festen Körper, durch viele kleine Umstände oft unsicher gemacht. So fließt das Wasser, unter gleichen Umständen, in trocknen oder rauhen Rinnen langsamer, als in nassen oder glatten. Daher und auch aus andern Ursachen kann man nie eine ganz vollkomme Uebereinstimmung zwischen der Theorie und Erfahrung erwarten.

2. Hier sind diese Versuche:

Beständige Höhe des Wassers im Gefäße über der Axe der Röhren.	Länge der Röhren vom Gefäße an gerechnet.	Kubikzolle Wasser in jeder Minute, welche die Röhre von 16‴ Weite lieferte.	Kubikz. Wasser in jeder Minute, welche die Röhre von 2″ Weite lieferte.
1 Fuß	30 Fuß	2778	7680
1	60	1957	5564
1	90	1587	4534
1	120	1351	3944
1	150	1178	3486
1	180	1052	3119
2 Fuß	30 Fuß	4066	11219
2	60	2888	8190
2	90	2352	6812
2	120	2011	5885
2	150	1762	5232
2	180	1583	4710

3. Herr

3. Herr Boßüt berechnet nach dem angeführten Grundsatze den Ausfluß in einer Minute durch eine kurze Röhre, und setzt ihn bey der Röhre von 16 Lin. Weite für 1 Fuß Wasserhöhe auf 6330 K. Z. Daraus findet er für diesen Fall bey allen Röhren von 30 bis 180 Fuß Länge folgende Verhältnisse zwischen dem ungeschwächten und dem durch die Reibung geschwächten Ausflusse, indem er den erstern = 100 setzt: 100 : 43,89; 100 : 30,91; 100 : 25,07; 100 : 21,34; 100 : 18,61; 100 : 16,62. Eben so berechnet er auch die übrigen Fälle.

4. Das Wasser fließt durch die wagrechten Röhren und aus ihnen gleichförmig. Man muß daher die geschwächte Bewegung von der ungeschwächten abziehn, und den Unterschied als eine dem Flusse des Wassers entgegengesetzte durch die Reibung erzeugte Bewegung ansehn. Die Höhe, zu welcher die Geschwindigkeit dieser entgegengesetzten Bewegung gehört, sey A, die Oeffnung einer Röhre e, so ist die Reibung in der Röhre dem Gewichte der Wassersäule 2 A e gleich (61. Br. 1. Anm.).

Sind also zwey Röhren da, und der Durchmesser der einen ist r, ihre Länge m, die Wasserhöhe bey ihr a, die Geschwindigkeit des Wassers in ihr c; hingegen der Durchmesser der zweyten R, ihre Länge n, die Wasserhöhe bey ihr b, und die Geschwindigkeit des Wassers in ihr x, p aber $= \frac{13 \cdot 13}{16 \cdot 16}$; so gehört die ungeschwächte Geschwindigkeit in der ersten Röhre C zu der Höhe p a, und die geschwächte zu der Höhe $\frac{c^2}{48}$. Da sich nun die Oeffnung dieser Röhre,

wie r^2 verhält, so verhält sich ihre Reibung F wie $2r^2.(pa-\frac{c^2}{4g})$, oder wie $2r^2.(C^2-c^2)$, weil $pa=\frac{C^2}{4g}$ ist. Eben so wird die Reibung f in der zweyten Röhre $=2R^2.(K^2-x^2)$, wenn hier K die ungeschwächte Geschwindigkeit, also $pb=\frac{K^2}{4g}$ ist. Nun sind die reibenden Flächen in beiden Röhren, wie $rm:Rn$. Also verhält sich auch $F:f=c^2rm:x^2Rn$ und es ist daher $2r^2.(C^2-c^2):2R^2.(K^2-x^2)=rmc^2:Rnx^2$; folglich $x=\frac{Kc\sqrt{Rm}}{\sqrt{(rnC^2+c^2(Rm-rn)}}$.

Diese Gleichung ist ganz allgemein, und immer zu brauchen, wo die Bewegung des Wassers bloß durch die Reibung, nicht aber auch durch die Luft, geschwächt wird. Um sie auf die Versuche des Herrn Bossüt anzuwenden, kann man $m=1$ und hernach $n=2, 3, 4$ u. s. w. setzen, indem man immer die Röhre von 30′ zum Grunde der Vergleichung legt. Vergleicht man ferner Röhren von gleichem Durchmesser und gleicher Wasserhöhe, so wird $K=C$ und $R=r$ also $x=\frac{Cc}{\sqrt{(nC^2-c^2(n-m)}}$.

Nach dieser Gleichung werden die Geschwindigkeiten oder Ausflüsse der 6 verschiedenen Röhren, welche vermöge der Erfahrung waren: 43,89: 30,91; 25,07; 21,34; 18,61 und 16,62 (3. Anm.) wenn man die erste zum Grunde legt: 43,89; 32; 27; 23; 21 und 19. Sie sind also alle etwas größer als die beobachteten Geschwindigkeiten, und zwar um desto mehr, je länger die Röhren sind, welches bloß vom Widerstande der Luft herrührt, bey

sich mit der Länge der Röhren ungemein vermehrt, so daß sehr lange Röhren viel weniger Wasser geben, als sie nach der Berechnung geben sollten. Man kann die übrigen Erfahrungen des Herrn Bossüt auf eine ähnliche Art berechnen, und wird die Rechnung immer mit der Beobachtung sehr nahe übereinstimmend finden, vorzüglich wenn die beiden Röhren, welche man vergleicht, in der Länge nicht sehr verschieden sind. Auch bey einer größern Wasserhöhe geben die Röhren mehreres Wasser als sie nach der Rechnung geben sollten, und dieses scheint ebenfalls von der Luft herzurühren, welche bey einer langsamen Bewegung mehrere Zeit hat, sich vom Wasser zu trennen, sich also in größer Menge losreißt, und der Bewegung, nach Verhältniß, stärker widersteht.

5. Wenn man in der Gleichung $x = \frac{Cc}{\sqrt{(nC^2 - c^2(n-1))}}$, die Geschwindigkeit c, welche allemal, in Ansehung C nur klein ist, in dem Nenner = o setzt, so wird $x = \frac{c}{\sqrt{n}}$ und daher $x : c = 1 : \sqrt{n}$. Es ist aber n die Länge der Röhre, deren Ausfluß x, und 1 die Länge derjenigen, deren Ausfluß c ist.

6. Unter allen zahlreichen Versuchen des Herrn Bossüt ist nur ein einziger, der LIV, welcher vorzüglich geschickt ist, die Größe der Reibung des Wassers in hölzernen Rinnen unmittelbar zu bestimmen. Es floß in einer Rinne von 600 Fuß Länge, deren Neigung $\frac{1}{10}$ von der wagrechten Grundlinie, also $\frac{1}{10,05}$ oder $\frac{100}{1005}$ von der Länge der Rinne ausmachte, fast von Anfange an durchgehends gleichför-

mig, mit einer Geschwindigkeit von $12\frac{1}{2}'$. Zwar war es dicht am Gefäße 1,25, oder $\frac{5}{4}$ Zolle, und weiterhin durch die ganze Rinne nur 1,099 Zolle hoch; allein dieser Unterschied in der Höhe ist auf eine Länge von 600′ so unbeträchtlich, daß man die ganze Masse des fließenden Wassers als ein Prisma von der Höhe von 1,1 Zoll, der Breite von 5″, und der Länge von 600′ ansehn kann. Das relative Gewicht dieses Prisma machte $\frac{100}{1005}$ seines absoluten Gewichts aus, und so groß war auch die Reibung bey $12\frac{1}{2}'$ Geschwindigkeit.

7. Wenn der senkrechte Durchschnitt einer gemeinen rechtwinklichten Wasserrinne gegeben, und $= a^2$, seine Höhe aber $= x$ und seine Breite $= y$ ist, so wird $xy = a^2$ und die Reibung verhält sich, bey gleicher Geschwindigkeit, auf jede gegebne Länge, wie $2x + y$. Es muß also diese Größe ein Kleinstes seyn. Nun ist $2x + y$ oder $2x + \frac{a^2}{x}$ ein Kleinstes, wenn $2x = \frac{a^2}{x}$ oder $2x = y$ ist (60. Brief 3. Anm.). Also muß das Wasser in der Rinne halb so hoch stehn, als diese im Lichten breit ist.

8. Man verliert oft ohne allen Nutzen viel vom Gefälle des Wassers, wenn man die Rinnen zu stark neigt. Aus den Versuchen des Herrn Bossüt aber läßt sich die Frage, wie stark man sie neigen müsse, damit das Wasser in ihnen fast gleich vom Anfange an gleichförmig fortfließe und nicht zurückstaue, hinlänglich beantworten. Ich setze erstlich voraus, daß die Rinnen aufs vortheilhafteste eingerichtet sind, und so wenige Reibung haben als möglich, weil alsdann auch ihre Neigung so klein als möglich seyn kann. Mit einem Worte: ich nehme an, daß in ihnen das Wasser halb so hoch

steht, als die Rinnen im Lichten breit sind. Bey der Rinne des Herrn Bossut war dieses der Fall nicht. Sie hielt im Lichten 5″ und die Höhe des Wassers darin betrug nur 1,1″ (6. Anm.). Der senkrechte Durchschnitt des Wassers machte also in ihr 5,5″ Quadratzolle, und sie würde bey der vortheilhaftesten Einrichtung und einem gleichen Ausflusse, nur 3,316 Zolle haben breit seyn müssen. Alsdann würde das Wasser in ihr 1,658″ hoch gestanden haben, und ihre Reibung bey gleicher Geschwindigkeit, in dem Verhältnisse von 7,2 : 6,632 kleiner gewesen seyn als sie wirklich war. Sie machte aber $\frac{100}{1005}$ oder 0,0995 des relativen Gewichts aus (6. Anm.). Also würde sie, bey der vortheilhaftesten Einrichtung, nur 0,0916 desselben betragen haben, und die Neigung der Rinne also geringer gewesen seyn. Nehmen wir nun ferner an, das Wasser hätte in dieser Rinne nur eine Geschwindigkeit von 4′, anstatt der von 12,5′, die es wirklich hatte, haben sollen, so würde die Reibung, da sie in diesem Falle wie das Quadrat der Geschwindigkeit kleiner geworden seyn würde, und $12,5^2 : 4^2 = 0,0916 : 0,00938$ ist, nur 0,06938 p betragen haben, indem p das Gewicht des bewegten Wassers bedeutet. Soll also in einer andern Rinne von 12″ Breite das Wasser 6″ hoch stehn, und mit einer Geschwindigkeit von 4′ fortgehn, so würden die reibenden Flächen dieser Rinne sich zu denen des Bossut, auf eine gleiche Länge, wie 24 : 6,632 verhalten haben. In demselben Verhältnisse würden auch die Reibungen in beiden Rinnen gewesen seyn. Verhalten sich daher die Gewichte der bewegten Wassermassen in beiden Rinnen, auf eine gleiche Länge, wie P : p und ist f die Reibung der breiten Rinne, oder vielmehr die Zahl,

welche ausdrückt, den wievielten Theil von P die Reibung ausmacht, so wird 6,632 : 24 = 0,00938 p : f P. Nun verhält sich p : P = 5,5 : 72, und es ist also $\frac{6,632}{5,5} : \frac{24}{72}$ oder 19,896 : 5,5 = 0,00938 : f, also f = 0,00259. Eine Rinne also von 12″ Breite, in welcher das Wasser mit einer Geschwindigkeit von 4′ fließt, darf, wenn sie aufs vortheilhafteste eingerichtet ist, nur auf 100 Fuß etwas über 3″ Gefälle haben, und so kann man die Neigung der Rinnen in jedem andern Falle berechnen.

Soll eine Rinne, die 2 x″ breit ist, und in welcher das Wasser die Geschwindigkeit y hat, eine Menge a Wasser in jeder Sek. abführen, so wird $2x^2y = a$ also $y = \frac{a}{2x^2}$, und die Reibung verhält sich, wie $4xy^2$, also wie $\frac{a^2}{x^3}$. Sie ist also überhaupt um desto kleiner, je langsamer das Wasser fließt.

Vier und sechzigster Brief.

Auch von dem Drucke des fließenden Wassers kann man sich, so wenig als von seiner Bewegung, ohne die Reibung, richtige und deutliche Begriffe machen. Wenn das Wasser in einem Strome auf einem geneigten Boden fließt, so ist seine Bewegung bloß seinem relativen Gewichte zuzuschreiben. Dieses aber wird, so bald der Strom in den Beharrungszustand kommt, und gleichförmig fortgeht, durch die Reibung gänzlich vernichtet, so, daß das Wasser,

bloß wegen seiner Trägheit, die einmal in ihm erzeugte Bewegung beybehält. Da nun das relative Gewicht allezeit einen gewissen verhältnißmäßigen Theil des absoluten Gewichts des Wassers ausmacht, so kann auch fließendes Wasser, welches diesen Theil durch die Reibung verliert, so stark nicht drücken als ruhendes, welches mit seinem ganzen absoluten Gewichte drückt. Und dieser Unterschied des Druckes muß um desto größer seyn, je schneller sich das Wasser bewegt, je größer die Neigung seines Bodens ist, und je mehr es also von seinem Gewichte durch die Reibung verliert. Daher lehrt auch die Erfahrung ganz unstreitig, daß Flüsse da, wo sie mit einer beträchtlichen Schnelligkeit an ihren Ufern fortfließen, diese nicht so stark drücken als ruhendes Wasser sie drücken würde.

Alle Flüsse haben an den Seiten der Strombahn Buchten und seichte Gegenden mit fast völlig wagrechtem Boden, wo das Wasser nur eine sehr geringe Bewegung und fast gar kein relatives Gewicht hat, also auch durch die Reibung wenig oder nichts verliert. In der Strombahn hingegen ist der Abhang viel stärker, und das Wasser verliert hier mehr von seinem Gewichte. Daher hebt es sich auch hier, besonders wenn es eine beträchtliche Geschwindigkeit hat, oft sehr merklich über das Seitenwasser in die Höhe, weil der Druck von diesem Wasser, nach Verhältniß der Höhe, stärker ist, als der Gegendruck des schnellbewegten Wassers der Strombahn, und dieses also mit jenem nicht im Gleichgewichte bleiben kann, als indem es sich über dasselbe erhebt.

Was ich von Flüssen gesagt habe, gilt auch von Kanälen und Wasserleitungen, ja selbst in Röhrenleitungen richtet sich der Druck des fließenden

Wassers nach ähnlichen Gesetzen. In wagrechten Röhren fließt das Wasser bloß durch den Druck des Wassers in dem Behälter, aus welchem sie mit Wasser versorgt werden. Daher würde es die Wände der Röhren gar nicht drücken, wenn keine Reibung in ihnen wäre, außer mit dem ganz unbeträchtlichen Drucke, der von der Höhe des Wassers in den Röhren selbst herrührt. Man kann das, was ich hier sage, durch die Erfahrung bestätigen, wenn man das Wasser aus einem immer vollen Gefäße durch eine etwas kurze wagrechte Röhre von etwa drey bis vier Fuß laufen läßt, und die Wand dieser Röhre irgendwo in ihrer Mitte senkrecht mit einem kleinen Loche durchbohrt. Denn es fließt durch dieses Loch kein Wasser, so lange die Röhre offen ist, weil in einer so kurzen Röhre das Wasser sich gar nicht merklich reibt, also auch ihre Wände nicht merklich drückt. Ist aber eine lange wagrechte Röhre nahe am Wasserhälter auf diese Art durchbohrt, so fließt allemal durch das kleine Loch eine beträchtliche Menge Wasser, wenn die Röhre ganz offen ist, und zwar fließt um desto mehreres Wasser durch sie, je länger die Röhre, und je größer daher in ihr die Reibung ist. Dergleichen Erfahrungen beweisen, daß der Widerstand der Reibung, und der daher rührende Druck des Wassers auf die Wände, sich durch die Röhren, von ihrem Anfange bis zum Ende, ganz gleichförmig vertheilt. Denn man kann durch den Ausfluß solcher kleinen Oeffnungen an der Seite, wenn sie nahe am Gefäße sind, allerdings den Druck des Wassers auf die Wände der Röhren messen, weil ein volles Gefäß mit einer auf diese Art durchbohrten offnen Röhre sich eben so verhält, als wenn die Röhre verstopft, das Wasser

aber im Gefäße niedriger wäre. In diesem Falle aber verhalten sich die Ausflüsse durch gleiche und gleich lange Röhren, wie die Quadratwurzeln der Wasserhöhen, oder der Drucke auf die Löcher der Röhren. Und man kann daher den ganzen Druck einer längern oder kürzern Röhre richtig vergleichen, wenn das Loch nahe an dem immer vollen Gefäße ist, weil alsdann die Bewegung des Wassers durch das Loch von der Reibung der Röhre gar nicht geschwächt wird. Dieses aber würde nicht Statt finden, wenn das Loch weit vom Gefäße entfernt wäre. Daher erhält man, wenn man in eine wagrechte lange Röhre verschiedne gleiche Löcher bohrt, um desto weniger Wasser in gleicher Zeit durch ein solches Loch, je weiter es vom Anfange der Röhre entfernt ist; nicht, weil der Druck auf die Röhre, nach ihrem Ende zu, abnimmt, sondern weil das Wasser, wenn ihm auch ein Seitenausfluß verschafft wird, sich nunmehr in der Röhre geschwinder bewegen muß als vorher, also auch seine Reibung alsdann zunimmt, und zwar um desto mehr, je länger die Röhre ist.

Herr Bossüt hat den Druck des fließenden Wassers auf Röhren nach diesen Grundsätzen berechnet, und nachher durch eine Reihe sehr genauer Versuche mit Röhren, die nahe an ihrem Anfange auf die angegebne Art durchbohrt waren, geprüft. Seine Berechnungen stimmen mit der Erfahrung so genau überein, daß man an der Richtigkeit der Voraussetzung, auf welche sie gegründet sind, nicht zweifeln kann.

Das fließende Wasser drückt also in Flüssen, Kanälen und Wasserleitungen allezeit weniger auf die Ufer und Wände, als es auf sie drücken würde wenn es ganz ruhig wäre. Selbst in einem Ge-

fäße, worin es eingeschlossen ist, vermindert sich sein Druck auf das Gefäß, so bald man dieses öffnet, daß das Wasser auslaufen kann, wenn man es gleich im Gefäße immer auf gleicher Höhe erhält; weil nunmehr ein Theil seines Gewichts auf die Bewegung, und nicht auf den Druck verwendet wird. Wenn man ein mit Wasser angefülltes Gefäß, welches an der Seite eine enge und kurze Röhre hat, mit verschloßner Röhre an einem Faden aufhängt, und hernach die Röhre öffnet, daß das Wasser ausspritzt, so bleibt das Gefäß nicht lothrecht hängen, sondern nimmt eine schiefe Lage an, indem es sich nach der der Röhre entgegengesetzten Seite bewegt; bloß weil der Druck des Wassers auf die eine Seite des Gefäßes jetzt abnimmt und zur Bewegung verwendet wird. Das Wasser verhält sich hier, so wie alle andre elastische flüssige Materien, welche durch irgend eine Kraft zusammengedrückt werden. Wenn man eine Dampfkugel mit einer kleinen Lampe von Weingeist auf ein leichtes Gerüst mit Rädern legt, dieses auf einen glatten Tisch stellt, und die Lampe anzündet, so fängt die Dampfkugel an rückwärts zu gehn, so bald das Wasser in ihr kocht, und der Wasserdampf aus ihrer Mündung fährt. Eben so stoßen Flinten, und Kanonen laufen zurück, indem man sie losfeuert, und das Pulver sich zum Theil in eine elastische luftartige Materie verwandelt. Aus einer ähnlichen Ursache sieht man die Feuerräder sich drehn, und die Raketen aufsteigen.

In einem Gefäße, worin das Wasser bis auf eine gewisse Höhe steht, werden alle untre Wassertheilchen durch das Gewicht des obern Wassers zusammengedrückt, und sie drücken deßhalb auch, da sie elastisch sind, mit einer gleichen Kraft nach allen

Seiten auf die Wände des Gefäßes. Dieser Druck verändert sich bey dem Ausflusse des Wassers nicht, so lange nur dasselbe im Gefäße immer auf einer gleichen Höhe erhalten wird; aber er geht in der Gegend der Röhre, durch welche das Wasser ausfließt, nicht mehr aufs Gefäß selbst, sondern aufs Wasser, dessen Bewegung durch ihn erzeugt wird. Daher wird jetzt das Gefäß selbst von der Seite der Röhre weniger als vorher, und von der entgegengesetzten Seite, noch eben so stark gedruckt. Es wird also mit einer Kraft rückwärts getrieben, welche der ganzen zur Erzeugung des Ausflusses nothwendigen Kraft gleich ist.

Hierauf gründet sich die vom Herrn von Segner erfundne Maschine von folgender Einrichtung. Oben um eine stehende Welle wird ein rundes, unbewegliches, etwas großes und tiefes Gefäß befestigt, in welches man das Wasser leitet. Aus ihm fließt das Wasser in ein kleines niedriges, rundes Gefäß, welches an der Welle befestigt ist, und sich mit ihr umdreht. Dieses hat im Boden verschiedne Löcher, welche die Mündungen eben so vieler gerader und weiter Röhren sind, die bis nach unten rings um die Welle herabgehn, und unten enge Oeffnungen, alle auf einerley Art, nach der Richtung der Tangenten des Kreises haben, den die Oeffnungen beschreiben, wenn sich die Welle dreht. Fließt nun das Wasser aus dem obern Gefäße in diese Röhren, so wird jede, indem das Wasser unten aus ihr spritzt, rückwärts getrieben, und sie fangen daher alle an, sich mit der Welle, an welcher sie fest sind, rückwärts zu drehen. Die Wirkung dieser Maschine ist übrigens so groß nicht, als man sie gewöhnlich berechnet, weil sehr viele Bewegung, durch die Reibung des Wassers in den Röhren,

verloren geht, und man bey jener Berechnung auf diesen Verlust keine Rücksicht nimmt. Ueberdieses werden die Röhren sehr leicht durch die Unreinigkeiten des Wassers und durch den Frost verstopft, daher auch diese Maschine die Wasserräder in den Mühlen nicht verdrängt hat.

Zuweilen erhält das Wasser durch seine eigne Schwere eine schwingende Bewegung, die der eines Pendels völlig ähnlich ist. Es sey ein allenthalben gleich weiter (Fig. 171) bis IL mit Wasser angefüllter Heber, dessen zwey lothrechte Arme DE, FG durch einen wagrechten Zwischenarm EF verbunden sind. Wird nun aus irgend einer Ursache in dem einen Arme das Wasser bis in K erniedrigt, so hebt es sich zugleich im andern eben so hoch bis in N. Es steigt also, wenn KM wagrecht ist, durch den Druck der Säule NM, aus K wieder herauf. Je näher es aber an I kommt, um desto kleiner wird die Säule NM, welche seine Bewegung beschleunigt. Endlich hört in I alle Beschleunigung auf, aber das Wasser erhebt sich mit der einmal erworbnen Geschwindigkeit, wiewohl mit verzögerter Bewegung bis in H. Nun muß es wieder fallen, und überhaupt sich vollkommen eben so schwingen als ein Pendel, von der Länge $CB = \frac{1}{2}$ IEFL. Denn es sey CA lothrecht, und der Bogen $BA = HI$; so verhält sich die Kraft, welche das Pendel in B treibt, weil hier nur von sehr kleinen Schwingungen die Rede ist, zur Schwere des einfachen Pendels, wie BA : CB (49. Brief). Aber in demselben Verhältnisse ist auch die Kraft, durch welche das Wasser in jedem Punkte, als H, beschleunigt wird, zu seiner ganzen Schwere. Denn jene Kraft ist wie die Säule NM oder HK, zu der Säule IEFL. Da nun der Heber allenthal-

den gleich weit ist, so verhalten sich jene Säulen wie die Linien HK und IEFL, oder wie $\frac{1}{2}$ HK : $\frac{1}{2}$ IEFL = HI : CB = BA : CB. Da also in beiden Fällen die Kräfte einander überall gleich sind, so muß auch das Wasser im Heber sich eben so schnell herauf und herunter bewegen, als das Pendel CB von der Länge $\frac{1}{2}$ IEFL sich hin und her schwingt. Sie sehn hieraus, wenn die Höhe der beiden Wassersäulen in einem solchen Heber vergrößert oder verkleinert wird, daß auch die Zeit, in welcher das Wasser herauf und herab steigt, wie die Quadratwurzel dieser Höhe, zunehmen oder abnehmen müsse.

Auf eine ähnliche Art bewegt sich das Wasser, wenn man auf seine ruhige Oberfläche einen Stein wirft. Es erhebt sich rund um die Vertiefung, welche der Stein in ihm macht, und fällt von der andern Seite wieder herunter, wodurch die Oberfläche aufs neue vertieft, und sich von der andern Seite zu erheben genöthigt wird. So entstehn um den Punkt, den der Stein getroffen hat, rings herum Kreise auf der Oberfläche des Wassers, die sich immer weiter verbreiten, bis sie zuletzt ganz unmerklich werden. Es sey ABCDE (Fig. 172) ein gerader Durchschnitt des gekräuselten Wassers durch den Mittelpunkt der Kreise, so heißt jede Erhöhung B oder D, von A bis C, oder von C bis E gerechnet, eine Welle, und AC oder CE ihre Breite. Da diese Bewegungen ebenfalls ungemein klein sind, so müssen sie, wenigstens sehr nahe, mit den Schwingungen in einem Heber übereinkommen, ungeachtet hier das Wasser sich in geraden, dort aber nach krummen Linien bewegt. Daher wird jede Welle ihre Breite allemal in gleicher Zeit durchlaufen, in welcher sich nämlich ein Pendel von der halben Länge

der krummen Linie BC zwey Mal oder eine von der vier Mal grössern Länge ABC ein Mal schwingt. Da nun diese krummen Linien von einer geraden wenig verschieden sind, so kann man sagen, daß eine Welle von der Breite von ungefähr 3 Fuß 8 Lin. ihre Breite in einer Sekunde durchläuft, weil das Sekundenpendel ungefähr so lang ist, und daß sich die Geschwindigkeiten der Wellen überhaupt, wie die Quadratwurzeln ihrer Breiten, verhalten. Mehrere im Wasser neben einander gemachte Vertiefungen erregen auch mehrere Systeme konzentrischer Kreise, die sich durchkreuzen, ohne einander in Unordnung zu bringen.

Auch die Wellen, welche der Wind auf dem Meere oder andern grossen Gewässern erregt, haben eine schwingende, obgleich sehr unregelmäßige Bewegung. Er vertieft durch seinen schiefen Stoß an verschiednen Stellen die Oberfläche der Gewässer. Das Wasser erhebt sich daher rings um die Vertiefung, und fällt von der andern Seite mit beschleunigter Bewegung wieder herab, macht eine neue Vertiefung und steigt aufs neue mit verzögerter Bewegung auf. Je mehr die Stärke des Windes zunimmt, und je grösser die Meere sind, um desto höher werden die Wellen. Haben sie aber einmal eine gewisse Höhe und Breite erreicht, so muß der anhaltende Sturm sie oft mehr verkleinern als vergrössern, weil er sie oft niederdrückt, indem sie aufsteigen wollen. Hierin liegt unfehlbar der Grund, warum das Meer, wenn ein heftiger Sturm plötzlich nachläßt, Anfangs bey der Windstille noch höher anschwillt, und grössere Wellen bildet als vorher. Selbst die Bewegung der Ebbe und Fluth muß man als eine Art von schwingender Bewegung ansehn, die immer noch eine Zeit lang fortdauert, wenn gleich ihre erste Ursache zu wirken aufgehört hat.

Anmerkung.

1. Schon vor vielen Jahren habe ich bey einem kleinen Flusse, der in einer Gegend an einem langen hölzernen Bollwerke sehr schnell fortfloß, bemerkt, wenn das Wasser des Flusses durch Löcher in der Tiefe hinter das Bollwerk treten konnte, und daselbst ruhig stand, daß es sich daselbst nie so hoch erhob, als es im Flusse war, sondern allenthalben merklich niedriger stand.

Fünf und sechzigster Brief.

Das Wasser stößt, wenn es sich bewegt, auf alle Körper, die ihm im Wege stehn, und es wird, wenn es ruht, von festen Körpern, die man in dasselbe taucht, oder versenkt und bewegt, fortgestoßen. Dieser Stoß ist von dem Stoße fester Körper sehr verschieden, und es ist nicht nur in Ansehung der Wassermaschinen, sondern auch in andern Absichten, sehr nützlich, die Gesetze desselben zu kennen. Er ist ebenfalls entweder gerade oder schief. Bey dem geraden Stoße ist die stoßende Wasserader senkrecht gegen die Ebne gerichtet, auf welche sie stößt, und wir wollen die letztre Anfangs als unbeweglich annehmen. Da die Wassertheilchen nicht auf einmal stoßen, sondern nach und nach in eines fort gegen das unbewegliche Hinderniß getrieben werden, so verbreiten sie sich nach allen Seiten auf der Ebne sehr weit auseinander. Ist die Ebne wagrecht, und fällt das Wasser loth-

recht auf sie, so krümmt sich das Seitenwasser rings-umher auf einerley Art, indem es sich der Ebne nähert, und behält noch immer einen gewissen Theil seiner anfänglichen Bewegung, indem es die Ebne verläßt. Denn sollte es diese Bewegung durch den Stoß ganz verlieren, so müßte es in allen seinen Theilen eine der Ebne völlig parallele Richtung haben, indem es von ihr abfließt. Dieser Fall findet aber schwerlich jemals Statt, wenn gleich die Ebne noch so groß ist, sie mag nun die wagrechte oder auch eine andre Lage haben, indem die Wasserader senkrecht auf sie stößt. Wenn wir aber indessen annehmen, daß der senkrechte Stoß ganz vollständig ist, und daß die ganze senkrecht gegen die Ebne gerichtete Bewegung der Wasserader durch ihn verloren geht, so sehen Sie leicht, daß der Stoß, oder der Widerstand, den die gestoßne Ebne dem Wasser entgegen setzt, der Kraft völlig gleich seyn muß, durch welche jene Bewegung hervorgebracht wird. Diese Kraft aber erhalten Sie, wenn Sie einen Durchschnitt e in der Wasserader wählen, durch welchen alle ihre Theilchen senkrecht gehn, und untersuchen, zu welcher Höhe a die Geschwindigkeit in jenem Durchschnitte gehört. Denn das Gewicht einer Wassersäule auf diesem Durchschnitte, als ihrer Grundfläche, und von der doppelten Höhe der Geschwindigkeit in ihm, ist der Kraft gleich, welche Sie suchen; *) und eben so groß ist also auch die Kraft des vollständigen geraden Stoßes.

Läßt man aber aus einem immer vollen Gefäße eine Wasserader auf eine Platte senkrecht stoßen, die auf dem einem Ende eines Wagebalken befestigt ist, dessen andres Ende man so lange mit Gewichten beschwert,

*) Man sehe den zwey und sechzigsten Brief.

beschwert, bis er während des Stoßes in vollkommnem Gleichgewichte bleibt, so findet man den Stoß, wenn sonst die Platte nur groß genug ist, allezeit größer, als das Gewicht einer Wassersäule von der Grundfläche e, und der Höhe a. Er ist aber auch um $\frac{1}{10}$ um $\frac{1}{20}$ oder um $\frac{1}{30}$ kleiner, als das Gewicht einer Wassersäule von doppelter Höhe, wenn gleich die Platte, welche gestoßen wird, 2, 3 bis 5 Mal im Durchmesser größer ist, als der Durchschnitt e der stoßenden Wasserader *). Dieses rührt bloß daher, daß das Wasser nach dem Stoße noch einen beträchtlichen Theil seiner anfänglichen Bewegung übrig behält, mit welchem es die gestoßne Ebne verläßt. Daher ist unter übrigens gleichen Umständen der Stoß um desto unvollständiger, je weniger der Durchschnitt der Wasserader von der gestoßnen Ebne an Größe übertroffen wird, und dieses geht so weit, daß, wenn beide einander gleich sind, der gerade Stoß nur halb so stark ist, als er eigentlich seyn sollte; zu einem Beweise, daß in diesem Falle durch ihn nur die Hälfte der senkrechten Bewegung des Wassers vernichtet wird.

Man kann aber die Stärke des geraden Stoßes auf eine Ebne, welche dem Durchschnitt der stoßenden Ader gleich ist, entweder auf die bereits angezeigte Art durch die Erfahrung untersuchen, oder auch aus dem Widerstande, den ruhendes Wasser einem auf ihm schwimmenden Gefäße entgegensetzt, dessen vordre Wand eine Ebne ist, die man nach einer senkrechten Richtung im Wasser fortzieht, herleiten. Mit ähnlichen Gefäßen haben vor nicht langer Zeit einige der geschicktesten Männer in Frankreich eine Reihe sehr genauer Versuche über den Widerstand des Was-

*) Bossut Traité elem. d'Hydrodyn. T. II. Comment. Petropol. XI.

sers gemacht, und den geraden Wasserstoß auf eine Ebne, welche dem Durchschnitt der Wasserader gleich ist, dem Gewichte der Wassersäule a e fast gleich gefunden. Denn Sie begreifen leicht, daß es bey dem Stoße ganz gleichgültig ist, ob sich das Wasser bewegt und auf eine ruhende Fläche stößt, oder ob die Fläche gegen das ruhende Wasser auf eine gleiche Art bewegt wird, weil hier alles bloß auf die relative Bewegung des Wassers und der Fläche gegen einander ankommt. Auch die ältern Versuche des Bougver geben den geraden Wasserstoß auf Ebnen, welche den Durchschnitten der stoßenden Adern gleich sind, eben so groß an; und obgleich derselbe, nach neueren in Deutschland gemachten Versuchen, um $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{3}$ größer zu seyn scheint, als das Gewicht der Wassersäule a e, so geht man dennoch wohl am sichersten, wenn man sich an die Französischen Erfahrungen hält, die mit der äußersten Genauigkeit ins Große gemacht worden sind.

Ich habe übrigens bisher immer stillschweigend vorausgesetzt, daß die Axe der walzenförmigen oder prismatischen Wasserader bey dem Stoße durch die Mitte der gestoßnen Ebne geht, und ich will, der Deutlichkeit wegen, künftighin einen solchen Stoß einen zentralen Wasserstoß nennen. Die Erfahrung lehrt von ihm, wie ich bereits gesagt habe, wenn er gerade, und wenn der senkrechte Durchschnitt der Wasserader = e, die ihrer Geschwindigkeit zukommende Höhe aber = a ist,

1) daß seine Stärke, wenn die gestoßne Ebne dem Durchschnitte e gleich ist, dem Gewichte der Wassersäule a e gleich wird, oder wenigstens nur sehr wenig größer ist;

2) daß sie, wenn jene Ebne größer ist, als e, allemal merklich größer wird, als ae, aber doch nie das Gewicht der doppelten Säule 2ae erreicht, sondern um $\frac{1}{20}$ oder $\frac{1}{30}$ kleiner bleibt, als dasselbe, wenn die gestoßne Ebne im Durchmesser 3 bis 4 Mal größer ist, als e.

3) daß bey einerley Ebne und Wasserader sich die Stärke des Stoßes allemal und in allen Fällen verhält, wie das Quadrat der Geschwindigkeit des Stoßes, oder wie die Höhe a, zu welcher diese Geschwindigkeit gehört.

Was den geraden exzentrischen Wasserstoß anbetrifft, den z. B. eine im Wasser nur zum Theil versenkte Ebne leidet, wenn sie senkrecht fortgezogen wird, so ist er allezeit etwas größer, als das Gewicht der Wassersäule ae. Denn man kann in diesem Falle den Durchschnitt e der stoßenden Wasserader nicht größer annehmen, als derjenige Theil der gestoßnen Ebne ist, den das Wasser bedecken würde, wenn alle seine Theilchen bis auf die Ebne ganz gerade fortgingen; weil der übrige Theil der Ader nicht stößt, sondern bey der Ebne vorbeygeht. Nun kann aber das Wasser alsdann, wenigstens von einer Seite, nicht so ungehindert weiter fortgehn und die Ebne verlassen, als wenn diese überhaupt nicht größer wäre, als der Durchschnitt e. Folglich ist der Stoß alsdann auch allemal etwas größer, als er in dem letztern Falle seyn würde. Hierzu kommt, daß bey Flächen, die zum Theil ins Wasser versenkt sind, das obre Wasser, dessen Abfluß eigentlich, wegen der Hervorragung der Fläche über das Wasser, am meisten gehindert wird, sich erhebt und die Fläche von vorn drückt, da indessen zugleich von hinten das Wasser niedriger steht, als es,

wenn die Fläche ruhte, stehen würde. Denn dieser Unterschied des Druckes muß nothwendig den Widerstand vermehren, den die bewegte Fläche im Wasser findet. Allein dennoch lehrt die Erfahrung, daß dieser Zuwachs des Widerstandes, bey einer etwas langsamen Bewegung, die dem Wasser Zeit genug läßt, von den höhern Oertern nach den niedrigern abzufließen, nicht merklich ist, es müßte denn die bewegte Fläche sehr breit seyn. Indessen macht er, daß der gerade Widerstand oder Stoß des Wassers, bey einerley Ebne, in einem etwas größern Verhältnisse wächst, als in dem der Quadrate der Geschwindigkeiten, und bey verschiednen Ebnen, die mit einerley Geschwindigkeit fortgehn, in einem etwas größern, als in dem ihrer eingetauchten Theile, welches aber nur von der Breite dieser Theile zu verstehn ist. Denn je größer diese wird, um desto weniger kann das oben an der Ebne sich anhäufende Wasser, nach den Seiten zu, schnell genug ablaufen.

Ueberhaupt wird der Widerstand und der Stoß des Wassers durch alles vermehrt, was den Abfluß desselben erschwert oder hindert. Um jeden ins Wasser getauchten Körper entsteht, wie Sie wissen, wenn er sich vorwärts bewegt, ein Fluß von vorn nach hinten, der an seinen Seiten und unter ihm fortgeht, und einen gewissen Platz braucht, wenn er ungehindert zu Stande kommen soll. Daher bewegen sich Schiffe in engen oder wenig tiefen Kanälen viel schwerer, als in weiten und tiefen; eine Bemerkung, die man bey der Anlage der Kanäle, zur Erleichterung der Schiffahrt, nie aus der Acht lassen sollte. Vermöge der oben erwähnten in Frankreich gemachten Erfahrungen über den Widerstand des Wassers scheint es, daß

ein Kanal wenigstens fünf Mal so breit, als das breitste Schiff, seyn, und daß dieses sich höchstens auf $\frac{2}{3}$ seiner ganzen Tiefe in sein Wasser einsenken müsse, wenn der Fluß des Wassers so frey, als in einem unbegrenzten Gewässer, seyn, und durch die Erschwerung desselben der Widerstand des Wassers nicht merklich vermehrt werden soll. Aus eben dieser Ursache ist auch der gerade Widerstand oder Stoß, nur in unbegrenzten Gewässern, so groß, als ich ihn oben angegeben habe, in sehr engen aber merklich größer. In einem Gerinne z. B. welches das Wasser den Schaufeln eines unterschlächtigen Rades zuführt, und so gebaut ist, daß das Wasser sich vor den Schaufeln anhäufen muß, auf welche es stößt, ohne von unten oder von den Seiten so leicht abfließen zu können, ist, nach der Versicherung des Herrn Bossüt, der Stoß viel größer, ja beynahe doppelt so groß, als das Gewicht der Wassersäule ae.

Wenn nicht nur das Wasser, welches auf eine Fläche stößt, sondern auch diese zugleich, sich bewegt, so hängt die Stärke des Stoßes, wie ich schon oben erwähnt habe, von der relativen Geschwindigkeit beider Körper ab. Bewegt sich z. B. die Fläche gerade gegen die aufstoßende Wasserader, so muß man ihre Geschwindigkeit und die der Wasserader addiren, um die Geschwindigkeit des Stoßes zu erhalten. Bewegt sich aber die Fläche mit der gerade auf sie stoßenden Ader nach einerley Richtung, so muß man ihre Geschwindigkeit von der, mit welcher das Wasser fortgeht, abziehn. Der Stoß ist alsdann eben so stark, als wenn die Fläche ruhte, und die Wasserader mit dem Unterschiede beider Geschwindigkeiten gerade auf sie stieße. Denn

bewegte sich das Wasser nur eben so schnell, als die Fläche, so könnte es sie gar nicht stoßen. Also stößt es sie nur mit dem Ueberschusse seiner Geschwindigkeit. Wenn daher eine Fläche, welche von einer gleichförmig fortgehenden Wasserader gestoßen wird, Anfangs ruht, nachher aber, nach der Richtung des immerfort stoßenden Wassers sich zu bewegen anfängt, so ist Anfangs der Stoß am stärksten, nachher aber wird er schwächer, und zwar um desto mehr, je mehr die Geschwindigkeit der Fläche zunimmt; und bewegt sich endlich diese eben so schnell, als das Wasser, so hört er gänzlich auf.

Auf diese Art nimmt auch der Stoß auf die Mühlenräder, die man unterschlächtige nennt, weil sie von unten durch das Wasser bewegt werden, Anfangs ab. Das Wasser fließt unter ihnen immer mit gleicher Schnelligkeit fort; die an ihrem Umfange befestigten Breter aber, welche man die Schaufeln der Räder nennt, tauchen eins nach dem andern im Wasser unter, und werden von ihm fortgestoßen. Durch diesen Stoß fängt ein unterschlächtiges Rad an, sich umzudrehen, und zwar Anfangs mit beschleunigter Bewegung. Aber in kurzer Zeit kommt das Rad in seinen Beharrungszustand und es dreht sich ganz gleichförmig, ungeachtet die Geschwindigkeit seiner Schaufeln nicht so groß ist, als die, mit welcher das Wasser fortgeht. Denn seiner Bewegung widersteht die Reibung nebst andern Hindernissen, die man allemal zusammengenommen als eine Last P ansehn kann, welche in einer gewissen Entfernung b von der Axe der Welle des Rades angebracht ist. So bald das Moment dieser Last bP dem Momente des Wasserstoßes an den Schaufeln gleich ist, so hört, wie Sie leicht sehen, alle weitre Beschleunigung des Rades auf, obgleich der Stoß noch immer fortdauert.

Ist nun der Wasserstoß auf jede Schaufel $= I$, und R die Entfernung des Mittelpunkts jeder Schaufel von der Axe der Welle, so wird IR das Moment des Wasserstoßes. Also ist im Beharrungszustande des Rades $IR = Pb$, und $I : P = b : R$. Ist nun C die Geschwindigkeit jenes Mittelpunkts, und c die Geschwindigkeit der Last, in der Entfernung b; so wird, bey der gleichförmigen Umdrehung des Rades, auch $C : c = R : b = P : I$, also auch $Pc = IC$. Da man nun die Wirkung einer jeden Maschine aus dem Produkte der Last, welche bewegt wird, und der Geschwindigkeit ihrer Bewegung beurtheilt, so kann man auch sagen, daß das Produkt IC dem Effekte der Maschine gleich sey, welche durch das gestoßne Wasserrad bewegt wird.

Sechs und sechzigster Brief.

Wenn das Wasser mit der Geschwindigkeit K auf die Schaufeln eines unterschlächtigen Rades stößt, deren Mittelpunkte, wie wir letzthin vorausgesetzt haben, mit der Geschwindigkeit C ausweichen, so ist $K-C$ die relative Geschwindigkeit, oder die eigentliche Geschwindigkeit des Stoßes, den die Schaufeln leiden. Ist daher dieser Stoß gerade, so verhält sich I allezeit, wie $(K-C)^2$, weil die Schaufeln alle von gleicher Größe sind, und auch die stoßende Wasserader sich immer gleich bleibt. Folglich verhält sich der Effekt des Rades, oder der durch das Rad bewegten Maschine, welcher $= IC$ ist, wenn die Maschine sich in ihrem Beharrungszustande

befindet, wie $(K - C)^2 C$. Parent hat zuerst 1704 gezeigt, daß dieses Produkt am größten ist, wenn $C = \frac{1}{3} K$ ist, oder wenn die Geschwindigkeit der Schaufel $\frac{1}{3}$ von der Geschwindigkeit des Wassers beträgt. Daher müßte eine jede Maschine, die durch ein unterschlächtiges Rad bewegt wird, so angeordnet werden, daß die Mittelpunkte der Schaufeln des Rades sich im Beharrungszustande der Maschine mit dem dritten Theile der Geschwindigkeit des aufstoßenden Wassers bewegen.[1]

Es bewegt sich aber das Wasser unter einem Rade, indem es auf die Schaufeln desselben stößt, allemal etwas schneller, als mit der Geschwindigkeit K, die es in einiger Entfernung vom Rade hat, weil die Schaufeln selbst, indem sie sich in dasselbe tauchen, sein Bett verengen, und immer mehr, als eine Schaufel, zugleich gestoßen wird. Dieses ist unfehlbar die vornehmste Ursache, weßhalb, wie die Erfahrung lehrt, die vortheilhafteste Geschwindigkeit der Schaufeln allemal etwas größer seyn muß, als $\frac{1}{3}$ K. Herr Bossüt fand sie durch besondre deßhalb angestellte Versuche sehr nahe $= \frac{2}{5}$ K.[2]

Fände man übrigens, daß, bey einer gewissen Geschwindigkeit der Drehung des Rades, die Reibungen oder andre Hindernisse, deren Momente man in jeder Maschine, so viel, als möglich, vermindern muß, zu groß werden, so kann man dieselbe, so viel man will, ohne Nachtheil des Effekts, verkleinern. Denn C ist bloß die Geschwindigkeit des Mittelpunkts der Schaufeln, $\frac{C}{b}$ aber die Winkelgeschwindigkeit des Rades. Soll also dieses sich langsamer drehen, so darf man es nur größer machen. Denn je größer b ist, um desto kleiner wird $\frac{C}{b}$.

Wir haben bisher den geraden Wasserstoß betrachtet, und der schiefe sollte sich, unter übrigens gleichen Umständen, zu dem graden, wie das Quadrat des Sinus des Winkels, unter welchem das Wasser auf eine Ebne stößt, zu dem Sinus totus verhalten. [3] Man findet ihn aber immer merklich kleiner, wenn man eine dünne Wasserader auf eine Platte, die etwas größer ist, als ihr Durchschnitt, zentral, und zuerst gerade, hernach schief, aufstoßen läßt. Denn eine solche Platte verhält sich bey dem schiefen Stoße eben so, wie eine kleinere bey dem geraden, welche das Wasser, wie Sie wissen, nie so stark stößt, als eine größre Platte, weil es von ihr leichter und schneller abfließen kann. [4]

Aber ganz anders verhält sich die Sache, wenn eine ins Wasser versenkte Ebne, nach einer auf sie schiefen Richtung, durch das Wasser bewegt wird. Zieht man ein im Wasser schwimmendes Gefäß, welches vorn zwey ebne Seiten hat, die unter einem gewissen Winkel zusammenlaufen, nach der Richtung seiner Axe fort, so findet man den Widerstand oder den schiefen Stoß des Wassers auf jene Seiten allezeit größer, als er nach Verhältniß des Quadrats des Sinus des Stoßwinkels seyn sollte. Denn das Wasser kann nach dem Stoße nicht anders abfließen, als längs jenen Seiten, und es reibt sich daher an ihnen, indem es abfließt. Aus dieser Reibung aber entsteht ein besonderer Druck auf die Seiten, welcher den Widerstand vermehrt. Denn das vorausfließende Wasser kann dem nachfolgenden nicht geschwinde genug ausweichen, weil es durch die Reibung an den Seiten oder Wänden des Gefäßes nach und nach immer mehr aufgehalten wird. Daher drückt dieses auf jenes, und diesen Druck empfinden auch die Wände wegen der Federkraft des Wassers.

Er wird aus zweyen Ursachen um desto grösser, je kleiner der Stoßwinkel ist. Denn die Reibung wächst auch hier, wie die Flächen, auf welchen sich das Wasser reibt, und wie das Quadrat seiner Geschwindigkeit. Jene Flächen aber werden, unter übrigens gleichen Umständen, um desto grösser, je kleiner der Stoßwinkel ist. Denn wenn AC (Fig. 86) die halbe Breite des Gefäßes, AB aber die eine reibende Wand vorstellt, so ist diese, wenn AC immer von gleicher Grösse bleibt, um desto grösser, je grösser BC, und je kleiner also der Stoßwinkel ABC ist. Aber auch die Geschwindigkeit des Flusses an den Wänden des Gefäßes nimmt zu, wenn der Stoßwinkel abnimmt. Denn wenn Sie sich vorstellen, daß AB ruht, und das Wasser mit einer gewissen beständigen Geschwindigkeit, nach der Richtung BC, auf BA aufstößt, welches eben so viel ist, als wenn das Wasser ruhte, und AB diese Geschwindigkeit hätte, so sehen Sie leicht, wenn Sie diese Bewegung in eine mit BA parallele und eine auf BA senkrechte auflösen, daß die erstre um desto grösser seyn muß, je grösser BC, in Ansehung der beständigen Linie AC, oder je kleiner der Stoßwinkel ABC wird, weil sie sich, wie der Kosinus dieses Winkels, verhält. Hierzu kommt, daß das Wasser vor dem Gefäße sich nicht immer auf einerley Art theilt, und erhebt, sondern bald mehr bald weniger zusammendrängt, indem es nach den Seiten abfließt, nachdem die Spitze des Gefäßes stumpfer oder spitziger ist, also auch die Wände der Spitze aus dieser Ursache bald mehr bald weniger drückt. Alle diese Umstände verursachen, daß der Stoß auf die Wände der Spitze, wenn er auch noch so schief ist, oder vielmehr der gesammte Widerstand, den die Wände im Wasser leiden, nie weniger ausmacht, als $\frac{1}{3}$ des

geraden Stoßes, und daß er überhaupt bey weitem so stark nicht abnimmt, als er, nach Verhältniß des Quadrats des Sinus des Stoßwinkels, abnehmen sollte.

Aus dieser Ursache läßt sich auch der Widerstand, den eckige oder krumme Flächen im Wasser leiden, durch Rechnung nicht bestimmen, sondern man muß ihn durchaus in jedem vorkommenden Falle durch die Erfahrung suchen, wenn man ihn zuverlässig kennen will. Nach den Versuchen des Herrn von Borda verhält sich der Widerstand, den eine ganz versenkte Kugel, wenn sie im Wasser bewegt wird, leidet, wie das Quadrat ihrer Geschwindigkeit; und der Widerstand ist, wenigstens bey kleinen Geschwindigkeiten, fast völlig gleich groß, es sey nun, daß man die ganze Kugel, oder auch nur die halbe, aber mit ihrer krummen Fläche nach vorn gekehrt, unter dem Wasser, gegen dasselbe bewegt. Der Widerstand, den die Kugel selbst leidet, verhält sich zum Widerstande ihres größten Kreises, wenn man diesen nach vorn kehrt und gegen das Wasser bewegt, ziemlich genau, wie 2 : 5; und er ist oft größer, wenn die Kugel bloß auf dem Wasser schwimmt, als wenn sie ganz darin versenkt ist, er wächst auch im erstern Falle etwas stärker, als das Quadrat der Geschwindigkeit der Kugel.

Der Stoß und Widerstand der Luft verhält sich völlig eben so, wie der des Wassers. Man kann ihn ebenfalls bey eckigen oder krummen Flächen, und überhaupt nicht berechnen, wenn er schief ist, ja oft wächst er, nach den Erfahrungen des Herrn von Borda, wenn er nach der Theorie abnehmen sollte, so wie der Wasserstoß eine ähnliche Erscheinung zeigt. Der gerade Stoß der Luft auf eine Ebne ver-

hält sich immer wie das Quadrat der Geschwindigkeit des Stoßes, er wächst aber bey gleichen Geschwindigkeiten etwas stärker, als im Verhältnisse der Ebnen, unfehlbar weil die Luft von größern Ebnen, nach Verhältniß, etwas stärker zusammengedrückt wird. Man kann daher auch nicht so unbedingt annehmen, daß der gerade Stoß der Luft auf eine Ebne dem Gewichte einer Luftsäule auf dieser Ebne, als ihrer Grundfläche, und von der Höhe, zu welcher die Geschwindigkeit des Stoßes gehört, vollkommen gleich sey; oder daß der Widerstand in Materien von verschiedner Dichte sich, unter übrigens völlig gleichen Umständen, ganz genau, wie die Dichte, verhalte.

Wenn ein Körper in der Luft, oder im Wasser, oder in einer flüssigen Materie fällt, so verliert er erstlich wegen der Schwere dieser Materie, einen Theil seines Gewichts, und fällt nur mit dem Ueberschusse desselben. Wiegt er z. B. in der Luft 500 Gran, eine Menge aber derjenigen Luft, in welcher er fällt, von gleichem körperlichen Inhalte, 20 Grane, so ist das vollständige Gewicht des Körpers im leeren Raume von 520 Granen. Er fällt aber in der Luft nur mit einer Totalkraft 520 — 20 Granen, also mit einer Elementarkraft, die sich zu der Elementarkraft der Schwere, wie $\frac{520 - 20}{500}$: 1 verhält. Durch diese Kraft wird er beschleunigt. Je mehr er aber im Fallen beschleunigt wird, je mehr seine Geschwindigkeit wächst, um desto größer wird der Widerstand der flüssigen Materie. Seine Beschleunigung nimmt also immer mehr ab, und sie muß ganz aufhören, so bald der Widerstand dem Ueberschusse des Gewichts gleich wird, mit welchem der Körper fällt.

Alsdann hat der Körper den höchsten Grad der Geschwindigkeit erreicht, den er im Fallen erreichen kann, und den er nachher unverändert beybehält. Er ist um desto größer, je mehr der Körper die Materie, in welcher er fällt, an eigenthümlicher Schwere übertrifft und je größer er ist. Es läßt sich zeigen, daß er diesen höchsten Grad der Geschwindigkeit eigentlich nie vollkommen erreichen kann. [6] Indessen verhält sich die Sache hier eben so, wie bey der Reibung des Wassers auf wenig geneigten Ebnen. Wenn der Körper sehr leicht oder sehr klein ist, so hört selbst in der Luft, in kurzer Zeit alle merkliche Beschleunigung seines Falles auf. So fallen kleine Federn, Stückchen Papier, und andre ähnliche Körper fast ohne die geringste merkliche Beschleunigung in der Luft, und die schwächste Bewegung der Luft verändert ihre Richtung. So fällt auch der Schnee; und selbst der Regen wird nicht merklich beschleunigt, weil sich seine Tropfen um desto mehr theilen, je tiefer sie fallen. Aber die Geschwindigkeit der Hagelkörner ist oft ansehnlich, besonders, wenn sie mit einem Sturme fallen. Daher ist oft der Hagel so gewaltsam und zerstörend in seinen Wirkungen. Indessen werden dennoch immer auch die schwersten Körper sehr merklich verzögert, wenn sie in der Luft fallen. Selbst dichte Bleykugeln von 2 Zollen im Durchmesser, fallen, nach Desaguliers Versuchen, in $4\frac{1}{2}$ Sekunden, in der Luft an 50 Fuß weniger tief, als im leeren Raume, und ein eigenthümlich schwereres Pendel schwingt sich in der Luft merklich schneller, als ein eigenthümlich leichtres.

Eine Kugel mag sich in der Luft, oder in einer andern flüssigen Materie bewegen, nach welcher Seite, und auf welche Art man immer will, so findet sie

allezeit, bey einer gleichen Geschwindigkeit, einen gleichen Widerstand, weil sie sich von allen Seiten ähnlich ist. Daher hat Newton zu seinen Versuchen über den Widerstand flüssiger Materien vorzüglich Kugeln gebraucht. Denn er war der erste, welcher die Theorie dieses Widerstandes auf sichre Grundsätze zurückzubringen suchte. Er ließ Kugeln sich in verschiednen flüssigen Materien, als Pendel, schwingen. Er ließ sie im Wasser und in der Luft gerade herunter fallen. Besonders sind die Versuche berühmt, die auf seine Veranstaltung in der Paulskirche zu London mit Kugeln gemacht wurden, welche man von oben aus der Kuppel herunterfallen ließ. [7] Alle diese zahlreichen Versuche setzen es außer Zweifel, daß der Widerstand, den eine Kugel bey ihrer Bewegung in der Luft oder im Wasser findet, wie das Quadrat ihrer Geschwindigkeit zunimmt. Zwar hat nachher Robins aus einigen mit Kugeln, die er gegen ein eisernes Pendel abschoß, gemachten Versuchen geschlossen, daß der Widerstand der Luft gegen Kugeln, bey sehr großen Geschwindigkeiten, in einem viel größern Verhältnisse wächst; allein er hat bey dem Stoße der Kugeln auf das Pendel auf die Federkraft derselben gar keine Rücksicht genommen, welches er doch hätte thun sollen, und ebendeßhalb sind die Folgen ganz unsicher, die er aus seinen Versuchen zieht *). Außerdem hat Herr von Tempelhoff deutlich gezeigt, daß Newtons Theorie von der Zunahme des Widerstandes im Verhältnisse der Quadrate der Geschwindigkeit mit den genauesten Erfahrungen über abgeschoßne Kugeln und geworfne Bomben so genau übereinstimmt, als man es nur immer mit Grunde erwarten kann.

*) Man sehe den sechzigsten Brief.

Ich habe gesagt, daß, nach den Versuchen des Herrn von Borda, der Widerstand einer Kugel nur $\frac{2}{5}$ von dem geraden Widerstande ihres größten Kreises ausmacht; aber der leztre Widerstand scheint etwas größer zu seyn, als das Gewicht der einfachen Säule a.e, wenn man unter e die Fläche des größten Kreises, und unter a die der Geschwindigkeit der Fläche zukommende Höhe versteht. Daher ist auch der Widerstand der Kugel selbst, nicht $= \frac{2}{5}$ a e, sondern $= \frac{1}{2}$ a e; wenigstens stimmt diese Voraussetzung, nicht aber die erste, mit allen Versuchen Newtons vollkommen überein. [8]

Anmerkungen.

1. Man theile eine Linie AB (Fig. 98) die ich 1 nennen will, in C in 2 Theile; BC sey $= \frac{1}{3}$, $AC = \frac{2}{3}$; so ist $AC + BC = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$ und $AC^2 . BC = \frac{4}{27}$. Theilt man sie nun hierauf durch irgend einen andern Punkt D auf eine andre Art, so sey $BD = \frac{1}{3} \pm x$, wenn $CD = x$ ist, und $AD = \frac{2}{3} \mp x$; also wieder $BD + AD = 1$ und $AD^2 . BD = \frac{4}{27} - x^2 \pm x^3$. Nun ist x allemal offenbar ein Bruch, also x^3 immer kleiner, als x^2. Folglich ist auch allemal $\frac{4}{27} - x^2 \pm x^3$ kleiner, als $\frac{4}{27}$, es sey denn daß $x = 0$ ist. Folglich ist das Produkt von $AC^2 . BC$ ein Größtes, wenn $BC = \frac{1}{3} AB$ ist.

Stellt nun AB die Geschwindigkeit K des Wassers, und BC die Geschwindigkeit C der Schaufeln vor, so ist $AC = K - C$. Also ist $(K - C)^2 . C$ ein Größtes, wenn $C = \frac{1}{3} K$ ist.

2. Herr Bossüt machte seine Versuche mit einem unterschlächtigen Rade, von 3 Fuß und fast 2 Zollen

im Durchmesser, dem er einmal 48, das andremal nur 24 Schaufeln gab. Es hing in einem Mühlengerinne, und um seine Welle war ein Seil gewunden, welches um eine Rolle ging und ein Gewicht hob, indem das Rad sich drehte. Aus der Größe dieses Gewichts und der Menge der Umläufe, welche das Rad, da es sich schon gleichförmig drehte, in 40 Sekunden machte, berechnete Herr Bossüt den Effekt desselben, und fand, wenn er am größten war, daß die Mittelpunkte seiner Schaufeln $\frac{2}{5}$ von der Geschwindigkeit des Wassers hatten, die er durch besondre Versuche, in einiger Entfernung vom Rade, genau bestimmte.

3. Wenn eine Wasserader CABD (Fig. 99) schief unter dem Winkel CAB = ABH = m auf die Ebne AB stößt; so zerlege man ihre Bewegung BH in die mit BA parallele, und in die auf BA senkrechte AH. Es ist klar daß das Wasser bloß mit der letztern auf AB stößt, mit der erstern aber parallel mit dieser Ebne fortfließt. Daher ist die Bewegung des Stoßes = BH . sin. m. Ferner wird der Stoß unter die ganze Ebne BA vertheilt, anstatt daß er, wenn das Wasser gerade auf BG gestoßen wäre, nur von B bis G gegangen seyn würde. Es verhalten sich aber in beiden Fällen die gestoßnen Ebnen, da wir sie gleich breit voraussetzen, wie 1 : sin. m. Wollen wir daher wissen, wie stark jeder Punkt der Ebnen BG und BA beym geraden und schiefen Stoße gestoßen wird, so müssen wir, für den geraden, BH mit BG; und für den schiefen, AH mit BA, theilen. Es verhält sich also, bey einer gleichen und mit gleicher Geschwindigkeit bewegten Wasserader, der gerade Stoß auf BG zum

schiefen

schiefen auf BA, wie $\frac{BH}{BG} : \frac{AH}{AB} = \frac{BH}{AB.\sin.m} : \frac{BH.\sin.m}{AB} = 1 : (\sin.m)^2$.

4. Da der Theil der gestoßnen Ebne AB, beym schiefen Stoße, im Verhältnisse von 1 : sin. m, größer ist, als der Theil BG, welchen dieselbe Ader gerade stößt; so verhält sich ebendieselbe Ebne, wenn sie größer ist, als der Durchschnitt der Wasserader, und einmal gerade, hernach schief, von derselben Ader gestoßen wird, eben so beym schiefen Stoße, als sie sich beym geraden verhalten würde wenn sie kleiner wäre. Daher war auch, nach Herrn Bossüts Versuchen, der schiefe Stoß, unter einem Winkel von 60°, unter diesen Umständen, immer kleiner, als er nach Verhältniß des Quadrats des Sinus von 60 hätte seyn sollen. Er sollte seyn: 12608; 4484; 6306 und 2243; er war aber nur 12248; 4315; 6125 und 2158.

5. Ich setze zur Erläuterung folgende den in Frankreich gemachten Versuchen gemäße Tabelle aus dem Bossüt her:

Stoßwinkel.	Widerstand, wie er seyn sollte.	Widerstand, wie er wirklich war.	Unterschied.
90°	10000	10000	0
84°	9890	9893	3
78°	9568	9578	10
72°	9045	9084	39
66°	8346	8446	100
60°	7500	7710	210
54°	6545	6925	380
48°	5523	6148	625
42°	4478	5433	955
36°	3455	4800	1345
30°	2500	4404	1904
24°	1654	4240	2586
18°	955	4142	3187
12°	432	4063	3631
6°	109	3999	3890

Der gerade Widerstand ist hier = 10000 angenommen, und der schiefe daraus, nach dem Verhältnisse der Quadrate der Sinus des Stoßwinkels berechnet worden.

6. Es verhalte sich das eigenthümliche Gewicht einer Kugel zu dem eigenthümlichen Gewichte der flüssigen Materie, in welcher sie fällt, wie $n : 1$, so verliert sie, wenn man ihr ganzes Gewicht im leeren Raume in n gleiche Theile theilt, einen dieser Theile in jener Materie, und wird daher indem sie darin fällt, nur durch die Kraft $\frac{n-1}{n} = h$ beschleunigt, wenn man die Elementarkraft der Schwere 1 nennt. Ferner sey der Durchmesser der Kugel $= r$, und

$p:1$ das Verhältniß des Umfangs eines Kreises zu seinem Durchmesser, so ist die Fläche des größten Kreises der Kugel $= \frac{1}{4} r^2 p$, und der körperliche Inhalt der Kugel $= \frac{1}{6} p r^3$. Hat nun die Kugel in irgend einem Augenblicke dt die zur Höhe a gehörige Geschwindigkeit c, so ist der Widerstand, welchen sie in demselben Augenblicke von der flüssigen Materie leidet, dem halben Gewichte einer Säule von derselben Materie gleich, welche $\frac{1}{4} r^2 p$ zur Grundfläche, und a zur Höhe hat. Dieses Gewicht muß man durch $\frac{1}{8} r^2 p a$ ausdrücken, da wir die eigenthümliche Schwere der flüssigen Materie $= 1$ angenommen haben. Hingegen ist die Masse der Kugel $= \frac{1}{6} p r^3 n$. Die Elementarkraft des Widerstandes ist also $= \frac{1}{8} r^2 p a : \frac{1}{6} p r^3 n = \frac{3a}{4rn}$.
Die Kugel wird also, in jedem Augenblicke ihres Falles, durch die Elementarkraft h beschleunigt, und durch $\frac{3a}{4rn}$ oder $\frac{3c^2}{16rng}$, (weil $a = \frac{c^2}{4g}$ ist) verzögert. Setzen wir also $h - \frac{3c^2}{16rng} = f$, so wird $2gfdt = dc$ und $cdt = ds$ (26 Brief) also hier, wo wir den bis zum Augenblicke dt, von der Ruhe an, durchfallnen Raum x nennen wollen $2gfdx = cdc$. Es wird demnach $2ghdx - \frac{3c^2dx}{8rn} = cdc$, und wenn wir $\frac{8}{3} rn = b$ setzen: $(2gbh - c^2)\, dx = bcdc$, also $dx = \frac{1}{2} b \cdot \frac{2cdc}{2gbh - c^2}$. Daher wird $x = \frac{1}{2} b\, (C - \log.\, (2gbh - c^2))$ (Einleit.); indem hier C oder Const. die beständige Größe bedeutet, die zum Integrale gehört, um es vollständig zu machen. Nun,

ist $c = 0$, wenn $x = 0$ ist, weil die Kugel aus der Ruhe fällt. Also wird $0 = C - \log. 2gbh$, oder $C = \log. 2gbh$, und es ist daher $x = \frac{1}{2} b . \log. \frac{2gbh}{2gbh - c^2}$.

Hieraus wird $\frac{2x}{b} = \log. \frac{2gbh}{2gbh - c^2}$, und dieser Logarithme ist ein natürlicher. Nennen wir nun die Grundgröße dieser Logarithmen e, so, daß der natürliche Logarithme von $e = 1$ ist, so muß, vermöge unsrer Gleichung, auch $e^{2x:b} = \frac{2gbh}{2gbh - c^2}$ seyn. Ist also $2gbh = C^2$, so wird $e^{2x:b} = \frac{C^2}{C^2 - c^2}$, und $C^2 - c^2 = \frac{C^2}{e^{2x:b}} = C^2 . e^{-2x:b}$ folglich $C \sqrt{(1 - e^{-2x:b})} = c$.

Aus dieser Gleichung sieht man augenscheinlich, daß c niemals $= C$ werden kann, es müßte denn x, also auch $e^{2x:b}$, unendlich groß und $\frac{1}{e^{2x:b}}$ unendlich klein seyn. Daher ist C die größte mögliche Geschwindigkeit, der sich der fallende Körper zwar immer mehr nähert, die er aber nie vollkommen erreichen kann. Es ist aber $C^2 = 2gbh$, also um desto größer, je größer der fallende Körper ist, und je mehr sein eigenthümliches Gewicht das Gewicht der Materie übertrifft, in welcher er fällt.

7. Hawksbee ließ im Jahre 1710 von der Kuppel der Paulskirche in London, durch 220 englische Fuß, 6 Paar gläserne Kugeln herabfallen, deren immer eine mit Quecksilber, die andre mit Luft gefüllt war. Die mit Quecksilber gefüllten wogen von 747 bis 983 Grane, und hielten 0,75 bis 0,8 Eng-

lische Zoll im Durchmesser. Sie fielen insgesammt durch jene Höhe von 220 Fuß fast in vollkommen gleicher Zeit, und diese betrug, nach Newtons Versicherung, an 3 Sekunden 42 Terzien, welches auch mit seinen Berechnungen übereinstimmt. Die hohlen gläsernen mit bloßer Luft gefüllten Kugeln waren viel größer und fielen langsamer, wie man aus folgender in Englischen Maßen und Gewichten berechneter Tabelle sieht.

Gewicht.	Durchmesser.	Zeit des Fallens.	
510 Gran	5, 1 Zoll	8''	12'''
642 "	5, 2 "	7	42
599 "	5, 1 "	7	42
515 "	5, 0 "	7	57
483 "	5, 0 "	8	12
641 "	5, 2 "	7	42

Nachher ließ Desaguliers im Jahre 1719 in derselben Kirche, aus einer noch größern Höhe, nämlich durch 272 Fuß, hohe Kugeln aus Schweinsblase fallen, und diese Versuche scheinen noch genauer zu seyn als die ältern.

Gewicht.	Durchmesser.	Fallzeit.
128 Gran	5, 28 Zoll	19''
156 "	5, 19 "	17
$137\frac{1}{2}$ "	5, 3 "	$18\frac{1}{2}$
$97\frac{1}{2}$ "	5, 26 "	22
$99\frac{1}{2}$ "	5, 0 "	$21\frac{1}{8}$

8. Vermöge der vorhergehenden 6. Anmerkung wird $2ghdt - \frac{c^2dt}{b} = dc$ also $(C^2 - c^2)$

$dt = bdc$ und $dt = \frac{bdc}{C^2 - c^2}$. Davon ist das Integral $t = \frac{b}{2C}(\log.(C+c) - \log.(C-c))$ $= \frac{b}{2C}\log.\frac{C+c}{C-c}$. Daher wird wiederum, wie vorher, wenn e die Grundgröße der natürlichen Logarithmen, und $\frac{Ct}{b} = n$ ist $e^{2n} = \frac{C+c}{C-c}$, und $C.(e^{2n} - 1):(e^{2n}+1) = c$.

Es war aber oben $e^{2x:b} = \frac{C^2}{C^2 - c^2} = e^{2m}$, wenn man $m = \frac{x}{b}$ setzt. Da wir nun $C - c = \frac{C+c}{e^{2n}}$ gefunden haben, und $C^2 - c^2 = (C+c)(C-c)$ ist; so erhalten wir $e^{2m} = \frac{C^2 . e^{2n}}{(C+c)^2}$ und $e^m = \frac{C . e^n}{C+c}$, also $e^n = (1 + \frac{c}{C})e^m$. Da nun nach derselben Gleichung $\frac{e^{2n} - 1}{e^{2n}+1} = \frac{c}{C}$ ist, so wird $e^n = \frac{2e^m . e^{2n}}{e^{2n}+1}$, also $2e^m = \frac{e^n(e^{2n}+1)}{e^{2n}}$ $= e^n + \frac{1}{e^n}$, oder $2e^{x:b} = e^{Ct:b} + e^{-Ct:b}$.

Da das letzte Glied der zweyten Hälfte dieser Gleichung, in Ansehung des ersten, mehrentheils unbeträchtlich ist, so kann man es ohne sonderlichen Irrthum weglassen. Dadurch erhält man $2e^{x:b}$ $= e^{Ct:b}$ und folglich $\frac{x}{b} + \log. 2 = \frac{Ct}{b}$ oder $x = Ct - b . 0{,}6931472$, weil die letztre Zahl

der natürliche Logarithme von 2 ist. Diese Formel ist ungemein bequem, wenn man aus den Zeiten die Höhen des Falles, oder umgekehrt aus den Höhen die Zeiten berechnen will.

Newton z. B. ließ eine Kugel, die in der Luft $156\frac{1}{4}$ Gran wog, im Wasser aus der Ruhe fallen, und sie fiel in 4'' durch 112 Zoll. Nach dem Newton wog sie im leeren Raume 156,342, und behielt im Wasser 79,342 Gran. Folglich war hier $n = 1{,}97$. Ihr Durchmesser r war, nach Newton, $= 0{,}84224$ Zoll, und $h = \frac{0{,}97}{1{,}97} = 0{,}492$. Daher wird $b = \frac{8}{3} rn = 4{,}4245$ und $C = \sqrt{2gbh} = 29{,}016$, indem ich, nach Newton, annehme, daß ein schwerer Körper in London im leeren Raume durch $193\frac{1}{3}$ Englische Zoll in 1'' fällt. Daher wird nach unsrer Gleichung $x = 116{,}064 - 3{,}066 = 112{,}998$. Hätte man hier den Widerstand nur $\frac{2}{3}$ von der Säule ae gerechnet, so würde $b = \frac{10}{3} rn$, und x viel größer geworden seyn, als nach der Erfahrung.

Die fünfte Kugel des Hawksbee wog nach Newton im leeren Raume 502,3, und eine gleiche Kugel der Luft, in welcher sie viel, wog 19,3 Gran. Also war $n = 26$ und $h = 0{,}9615$. Da nun r 5 Zoll hielt, so wird $b = 346{,}666$ und $C = 359$, und da $t = 8{,}2''$ ausmacht, so ist $x = 2943{,}8 - 240{,}29 = 2703{,}5''$ oder $225\frac{1}{4}$ Fuß. Hier würde wieder die Rechnung sich von der Erfahrung sehr weit entfernt haben, wenn man $b = \frac{10}{3} rn$ hätte annehmen wollen.

Sieben und sechzigster Brief.

Da wir uns jetzt von dem Widerstande und dem Stoße des Wassers und der Luft unterhalten, so verdienen auch die Windmühlen unsre Aufmerksamkeit, als welche durch den Stoß der Luft in Bewegung gesetzt werden. Man dreht sie, wie bekannt, mit der Seite, an welcher ihre Flügel sind, gerade gegen den Wind, wenn man haben will, daß dieser sie umdrehen soll. Der Wind hat alsdann die Richtung der Axe der Welle, an welcher die Flügel befestigt sind, und jeder ihrer Punkte bewegt sich daher in einer Ebne, auf welche jene Richtung und die Axe der Drehung senkrecht ist, so wie dieses bey allen Punkten eines jeden festen Körpers Statt findet, der sich um eine gewisse feste Axe dreht. Um eine solche Bewegung, welche auf die stoßende Ader senkrecht ist, möglich zu machen, sind die Flügel unter einem gewissen Winkel gegen die Axe der Drehung geneigt, so daß der Wind sie immer vorwärts dreht, er mag sie treffen, in welcher Lage man will.

Es sey A B (Fig. 100) eine irgendwo in einem Windmühlenflügel gezogne, auf die Ruthe des Flügels senkrechte, quer durch den Flügel gehende gerade Linie, C ihr Mittelpunkt, und die mit der Axe der Welle und der Drehung parallele D C die Richtung des Windes. Verlängern Sie die letztre nach Gefallen in CE, ziehen Sie CF auf AB senkrecht, und beschreiben das Parallellogramm F G; so sehen Sie leicht, daß die ganze Bewegung des Windes nach CE sich in die zwey Bewegungen CF und CG auf-

lösen läßt. Diese ist mit dem Flügel parallel, und trägt folglich zum Stoße nichts bey, jene aber, die auf AB senkrechte, ist die eigentliche Bewegung des Stoßes. Da aber der Flügel nicht frey ist, und auch der Punkt C sich bloß in einer auf DC senkrechten Ebne, also nur nach einer auf DC senkrechten Richtung, CH, bewegen kann, so muß die Bewegung CF wieder in die zwey Bewegungen CI und CL aufgelöset werden. Mit dieser drükt der Wind bloß auf den Flügel, mit jener bewegt er ihn nach CH.

Die Umdrehung der Windmühlenflügel wird also durch einen schiefen Stoß der Luft bewirkt. Man setzt hierbey voraus, daß dieser im Verhältnisse des Quadrats des Sinus des Stoßwinkels abnimmt. So findet man, daß die Flügel für den Anfang der Bewegung die vortheilhafteste Lage haben, wenn sie, gegen die Richtung des Windes und die Axe der Drehung, unter einem Winkel von 54° 44′ geneigt sind, daß aber dieser vortheilhafteste Neigungswinkel, wenn die Flügel sich bewegen, grösser seyn muß, und zwar um desto mehr, je stärker ihre Bewegung ist.[1]

Allein Sie sehen leicht, wie unsicher und unrichtig alle dergleichen Berechnungen sind. Weder bey dem Wasser, noch bey der Luft, folgt der schiefe Stoß den Quadraten der Sinus der Stoßwinkel. Wenn man den letztern bey Windmühlen zuverlässig kennen lernen wollte, müßte man seine Grösse vorher durch besondre und genaue Versuche erfahren.[2] Es ist sehr wahrscheinlich, daß er sich eben so verhält, wie der schiefe Wasserstoß auf Körper, die ganz im Wasser versenkt sind, wenigstens nimmt er gewiß viel weniger ab, als er nach der gemeinen Theorie abnehmen sollte, und ist bey kleinen Stoßwinkeln viel stärker, als man anzunehmen pflegt. Daher lehrt auch die Erfahrung, daß die Wirkung der Windmühlen in

der That allemal beträchtlich grösser ist, als man sie durch Berechnungen findet, die sich auf die gewöhnliche Theorie vom schiefen Stoße gründen.

Auf eine ähnliche Art werden auch die Schiffe auf dem Meere, durch eine schiefe Stellung der Segel nach einer ganz andern Richtung, als die des Windes ist, von dem Winde fortgetrieben. So steigen auch Drachen von Papier durch einen schiefen Stoß der Luft in die Höhe, wenn das Wetter windig ist. Sie sind an ihrem vordern Theile, außer ihrem Schwerpunkte, so an einer Schnure befestigt, daß ihre eigne Schwere ihren hintern Theil heruntertreibt, und der horizontale Wind, indem er schief auf sie stößt, sie immer aufwärts bewegt. Um sie beständig in dieser schiefen Lage zu erhalten, läßt man die Schnur immer weiter nach, je höher sie steigen. Auf diese Art macht ihre Oberfläche mit einer wagrechten Linie immer fast einerley Winkel. Auch des schiefen Wasserstoßes bedient man sich oft auf eine ähnliche Art, indem ein Kahn oder Prahm, selbst durch den Strom, quer über ihn getrieben werden kann, wenn er von ihm schief gestoßen, und durch ein langes Tau gehalten wird, dessen Ende man entweder durch Anker mitten im Strome, oder auf andre Art, befestigt.

Sie können auch leicht begreifen, wie eine so feine Materie, als die Luft, im Stande ist, Mühlen zu bewegen, und andre sehr gewaltsame Wirkungen hervorzubringen. Zwar richtet sich die Stärke des Stoßes eines flüssigen Körpers, unter übrigens gleichen Umständen, nach seiner Dichte; aber dem ungeachtet kann der Stoß einer lockern Materie, die mit einer großen Schnelligkeit gegen eine ansehnliche Fläche läuft, oft stärker seyn, als der von einer dichten, die langsam fortgeht und nur eine kleine

Fläche berührt. Wenn z. B. die Luft 800 Mal lockrer ist, als Wasser, und dieses mit einer Geschwindigkeit von 4 Fuß in einer Sekunde fortgeht, so ist sein gerader Stoß auf eine Fläche von einem Quadratfuße ungefähr eben so stark, als der gerade Stoß der Luft auf eine Fläche von 8 Quadratfußen, mit einer Schnelligkeit von 40 Fuß in einer Sekunde. Da nun der Wind sehr oft eine solche Schnelligkeit hat, und überhaupt mehrentheils viel schneller fortgeht, als das Wasser in Strömen, überdieses auch die Flügel der Windmühlen ihm eine viel größre Fläche darbieten, als die Schaufeln der Räder dem Wasser, so sehen Sie überhaupt leicht ein, wie er, eben so gut als die Ströme, Mühlen in Bewegung setzen kann.

Wenn Sie eine Austerschale oder einen andern flachen und sehr dünnen Körper in der Luft schnell fortwerfen, so verändert er, indem er fortgeht, mehrentheils selbst seine Richtung. Denn wenn er mit seiner, in Ansehung seiner geringen Masse, sehr ansehnlichen Fläche schief auf die Luft stößt, so treibt ihn diese eben so, als wenn er ruhte und die bewegte Luft von unten schief auf ihn stieße, mit einer merklichen Bewegung in die Höhe, deren Richtung auf die Richtung des Wurfs beynahe senkrecht ist.

Werfen Sie aber einen platten kleinen Stein unter einem sehr kleinen Winkel auf die Oberfläche eines stehenden Gewässers, so springt er oft verschiedne Male von derselben ab, ehe er zu Grunde geht. Die Ursache hiervon liegt bloß in der großen horizontalen Bewegung des Steins, und in der, in Ansehung seiner Masse, sehr ansehnlichen Fläche, mit welcher er das Wasser berührt. Denn seine Bewegung läßt sich in eine wagrechte und in eine lothrechte auflösen. Die letztere ist sehr klein, in Ansehung der erstern, weil der

Stein unter einem sehr kleinen Winkel gegen die Oberfläche des Wassers geworfen wird. Ist also die wagrechte Bewegung des Steins nebst seiner Oberfläche groß genug, so kann er im Wasser nicht untersinken, ohne eine grosse Fläche von Wasser zu zerreissen, weil er auf dem Wasser schnell und fast wagrecht durch eine ansehnliche Strecke läuft, indem er sich etwas senkt. Je grösser aber jene Fläche ist, um desto stärker widersteht sie der Zerreissung. Ist also ihr Widerstand groß genug, so wird sie bloß niedergedrückt, und da das Wasser sehr elastisch ist, so springt in diesem Falle der Stein von ihm zurück, wie von einem festen Körper. Allein seine wagrechte Bewegung wird nach und nach durch den Widerstand der Luft immer mehr geschwächt, und die lothrechte durch die Schwere immer mehr vergrössert. Daher zerreißt er zuletzt das Wasser und geht zu Grunde. Sogar Kanonenkugeln, die aus Schiffen abgeschossen werden, und unter sehr kleinen Winkeln auf die Oberfläche des Meeres stoßen, springen von ihr einige Male ab, ehe sie versinken, wie man dieses oft bey Seeschlachten bemerkt hat.

Wird aber eine Kugel C (Fig. 101) unter einem so grossen Winkel DCB schief auf die Oberfläche des Wassers geworfen oder geschossen, daß sie sie zerreißt, so dringt sie nie nach derselben Richtung CE ins Wasser, die sie vorher hatte, sondern sie wird allezeit von dem Lothe CF nach CG abgebrochen. Denn die Bewegung der Kugel CE, nach der Richtung DCE, läßt sich in die lothrechte CF und in die wagrechte FE auflösen. Jene wird beym Eindringen der Kugel von dem Wasser, welches viel stärker widersteht, als die Luft, ungleich stärker geschwächt, als diese. Denn wenn z. B. die Kugel schon bis zur Hälfte eingedrungen ist, so widersteht

das Wasser bereits der lothrechten Bewegung aller ihrer Theilchen, dagegen die wagrechte Bewegung der halben über das Wasser noch hervorragenden Kugel von dem Widerstande des Wassers noch ganz frey ist. Es wird also beym Eindringen der Kugel ihre lothrechte Bewegung CF z. B. um das Stück HF, und die wagrechte nur um das kleinere Stück EI geschwächt. Zieht man also GH = IF wagrecht, so hat die Kugel, so bald sie ganz ins Wasser eingedrungen ist, die Richtung CG, und diese behält sie nachher auch im Wasser bey, weil, so bald sie sich ganz unter dem Wasser befindet, der wagrechte Widerstand des Wassers dem lothrechten völlig gleich bleibt. Eben so dringen Kanonenkugeln und Flintenkugeln, welche auf Holz oder Erde schief geschossen werden, nie nach der Richtung, die sie in der Luft hatten, in jene Körper ein, sondern sie werden allezeit von der Lothlinie mehr oder weniger abgebrochen.

Außerdem reißt das Wasser, wenn es sich bewegt, alle Körper mehr oder weniger mit sich fort, die darin zu Grunde gehn, vorzüglich wenn sie eigenthümlich wenig schwerer sind, als dasselbe, und nur eine schwache eigne Bewegung haben. Daher findet man die Leichname solcher Menschen, die in einem Strome ertrunken sind, mehrentheils nicht an der Stelle, wo sie um ihr Leben kamen, sondern weiter den Strom herunter, und oft in einer ziemlich großen Entfernung.

Man würde es übrigens kaum glauben, daß eine so weiche Materie, als das Wasser, die Bleykugeln, welche auf dasselbe abgeschossen werden, es sey nun daß sie eindringen oder abspringen, abzuplatten im Stande seyn sollte, wenn die Erfahrung nicht ganz offenbar lehrte, daß dieses wirklich geschieht, ja daß

die Kugeln von dem Wasser oft so gar in viele Theile zerbrochen werden. Dieser einzige Umstand ist hinreichend, alle Zweifel und Bedenklichkeiten, die man etwa noch gegen die Verdichtbarkeit und Elastizität des Wassers haben könnte, völlig zu vernichten.

Da der schiefe Stoß des Wassers und der Luft sich gar nicht mit einiger Zuverlässigkeit berechnen läßt, so sehen Sie leicht, daß alle Werkzeuge, um die Geschwindigkeit der Ströme und Winde zu messen, die sich auf die Theorie des schiefen Stoßes gründen, ganz unsicher und unbrauchbar sind. Hierher gehört unter andern der Quadrant, den man zur Messung der Geschwindigkeit des Wassers zu brauchen pflegt. In seinem Mittelpunkte sind zwey Fäden mit Gewichten, ein kurzer und ein langer, befestigt. Der erste dient bloß, um das Werkzeug durch das in der Luft hängende Gewicht, lothrecht zu stellen. Das Gewicht des andern wird in einen Strom versenkt, damit dieser es durch seinen Stoß hebe, da man denn aus dem Winkel, den der lange Faden, bey der stärksten Erhebung seines Gewichts, mit dem kurzen Faden macht, die Stärke des Wasserstoßes, und hieraus die Geschwindigkeit des Stroms, berechnet. Dieses Werkzeug hat den Fehler, daß der lange Faden sich oft krümmt oder hin und her schwingt, besonders wenn sein Gewicht eigenthümlich nicht sehr groß ist, und daß es, wenn man diesem eine große eigenthümliche Schwere gibt, seine Empfindlichkeit verliert. Aber es ist, wie ich schon gesagt habe, so wie alle ähnliche Erfindungen zur Messung der Geschwindigkeit des Windes, vornämlich deßhalb ganz unbrauchbar, weil es sich auf die Theorie vom schiefen Stoße gründet.

Man hat zu dergleichen Werkzeugen seine Zuflucht genommen, weil diejenigen, welche durch ihre

Bewegung die Geschwindigkeit des Wassers oder der Luft unmittelbar anzeigen, andre Mängel haben, denen man schwerlich abhelfen kann. Kugeln von Kork oder Wachs und andre leichte Körper, die man in einen Fluß wirft, folgen der Strombahn, und man kann durch sie die Geschwindigkeit des Flusses weder in der Tiefe, noch an den Ufern, messen. Räder mit Schaufeln, die man in einen Fluß hängt, nehmen nie die völlige Geschwindigkeit des Flusses an, theils weil sie sich reiben, theils weil die Luft ihrer Bewegung widersteht. Noch viel weniger kann man es bey einem Werkzeuge mit Windmühlenflügeln dahin bringen, daß diese Flügel sich völlig eben so schnell bewegen sollten, als der Wind, weil der Wind mehrentheils viel schneller fortgeht, als ein Strom, also auch der Widerstand der Luft, der sich nie genau berechnen läßt, bey den Flügeln viel grösser ist, als bey den Schaufeln der Wasserräder. Ueberdieses muß man an solche Werkzeuge eine Scheibe mit einem Zeiger anbringen, welcher die Umläufe desselben zählt, da es oft, bey ihrer Schnelligkeit, fast unmöglich ist, sie unmittelbar richtig zu zählen. Dadurch aber wird allezeit die Reibung des Werkzeuges merklich vermehrt.[3] Indessen kann man dennoch durch ein sehr leichtes Rad von 15—18 Zollen im Durchmesser und mit eben so vielen sehr dünnen kleinen blechernen Schaufeln versehn, welches sehr dünne, gut polirte Zapfen von Stahl hat, die allenfalls auf beweglichen Rollen oder Walzen liegen, die Geschwindigkeit des obern Wassers in Kanälen und Flüssen sehr genau messen. Denn bey ihm ist die Reibung und der Widerstand der Luft unmerklich, und man kann daher, wenn man seine Schaufeln nur sehr wenig ins Wasser versenkt, annehmen, daß der Mittelpunkt des vom Wasser gestoßnen Theils einer jeden

Schaufel sich mit derselben Geschwindigkeit dreht, welche das stoßende Wasser hat.

Die sichersten Strommesser oder Windmesser (Anemometra) sind indessen diejenigen, die sich auf den geraden Stoß des Wassers oder der Luft gründen, von welchem man zuverlässig weiß, daß er dem Gewichte einer Säule von Wasser oder Luft, welche die gestoßne Ebne zur Grundfläche und die Höhe der Geschwindigkeit des Stoßes zur Höhe hat, wenigstens sehr nahe gleich ist. Hierher gehört die an einem Prisma von Holze befestigte gekrümmte Röhre BFA (Fig. 102) des Pitot, deren wagrechte Oeffnung FA man etwas in einen Fluß, gegen seinen Strom, versenkt, damit das Wasser mit seiner ganzen Geschwindigkeit hineinfließe und sich in dem lothrechten Theile der Röhre FB bis zu einer Höhe FC erhebe, der die Geschwindigkeit des Wassers zukommt. Allein diese Höhe ist sehr schwer mit einiger Genauigkeit zu bestimmen, da das Wasser in der Röhre immer hin und her schwankt, und diese keinen festen Stand hat. Also bleibt noch bis jetzt der Windmesser des Bouguer der brauchbarste. Er besteht aus einem Bleche von einem Quadratfuße mit einem hinten in seiner Mitte befestigten Stiele. Dieses Blech wird vom Winde, dem man es gerade entgegenhält, in einem Futterale gegen eine darin angebrachte Stahlfeder getrieben, und nachher durch eine eigne Vorrichtung fest gehalten, daß es nicht wieder vorwärts kann. Man versucht daher, wie viel Gewicht man braucht, um das Blech eben so tief ins Futteral zu treiben, als es der Wind hineingetrieben hat. Denn dieses Gewicht ist der Kraft des Stoßes gleich. Ein ähnliches Werkzeug kann man auch bey den Strömen brauchen, um selbst in der Tiefe ihre Geschwindigkeit zu messen. [4]

Anmer-

Anmerkungen.

1. Es sey CD (Fig. 173) eine quer durch einen Windmühlenflügel senkrecht auf seine Ruthe gezogne Linie, die man als einen unendlich schmalen Streifen ansehn kann, und CB die Richtung des Windes und der Axe der Welle, welche mit CD den Winkel DCB $=$ m einschließt. Wird nun die Geschwindigkeit des Windes durch c ausgedrückt, BG auf CD senkrecht gezogen und das Parallelogramm CIBG beschrieben, so verhält sich die Geschwindigkeit des Stoßes zu c, wie BG zu BC, und sie ist also $= c \sin. m$. Daher wird der Stoß, nach der gemeinen Theorie, $= CD . c^2 . (\sin. m)^2$. Da er aber nicht ganz zur Bewegung verwandt wird, weil sich jeder Punkt von CD nur nach einer auf CB senkrechten Richtung, wie CA ist, drehen kann, so ziehe man GH mit CB parallel und BH senkrecht auf CB. Es wird alsdann offenbar der Theil der Kraft, womit CD nach jener Richtung bewegt wird, sich zu der ganzen Kraft des Stoßes, wie BH : BG, oder wie $\cos. m : 1$ verhalten, also $= CD . c^2 . (\sin. m)^2 . \cos. m$ seyn.

Nun sey $(\sin. m)^2 = a$ und $(\cos. m)^2 = b$, so ist $a + b = 1$, und $a^2 b$ ein Größtes, wenn $a^2 = \frac{2}{3}$ und $b = \frac{1}{3}$ ist (65. Brief 1. Anm.). Wenn aber $a^2 b$ ein Größtes ist, so ist auch $a \sqrt{b}$ so groß, als möglich. Daher ist die Kraft $CD . c^2 (\sin. m)^2 \cos. m$ die größte mögliche, wenn $\sin. m = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0,8164$ ist, folglich m $54° 44'$ hält.

Verlängert man BC in E, so daß $CE = \frac{1}{3} CB$ wird, und zieht man EF an den Umfang des aus C mit dem Halbmesser CB beschriebnen Kreises, so ist der Sinus des Winkels $FCA = \frac{1}{3} = 0,3333$, also

FCA = 19° 28′ und der Winkel DCB, von 54° 44′, die Hälfte des Winkels FCB, von 109° 28′. So verhält sich die Sache, wenn der Wind mit der ganzen Geschwindigkeit BH wirken kann. Bewegt sich aber CD bereits mit der Geschwindigkeit Bb, so ist bloß bH die relative Geschwindigkeit, mit welcher die Luft das Umdrehen der Flügel befördert, anstatt daß sie dieses mit der ganzen Geschwindigkeit BH thut, wenn CD ruht. Daher ist DCB = ½ FCB der vortheilhafteste Neigungswinkel, nur wenn CD ruht. Bewegt sich aber CD bereits mit der Geschwindigkeit Bb, so beschreibe man aus C, mit dem Halbmesser Cb, den Bogen bf, und theile ihn in K in zwey gleiche Theile. Auf die Art sieht man, daß BCK der vortheilhafteste Neigungswinkel für diesen Fall, und BCK allezeit grösser ist als BCD.

Es folgt hieraus, daß die verschiednen senkrechten Querschnitte eines jeden Flügels verschiedne Neigungen gegen die Axe der Welle haben, oder daß die Winkel m um desto grösser seyn müssen, je weiter die Querschnitte von der Welle entfernt sind. Man muß der Fläche der Flügel keine gerade, sondern eine nach oben gewundne Gestalt geben, weil die von der Welle entfernten Querschnitte sich allezeit schneller bewegen, als die nähern, und m um desto grösser seyn soll, je grösser die Geschwindigkeit der Querschnitte ist.

Ferner folgt hieraus, wenn CA die Richtung ist, nach welcher ein Schiff seiner Länge nach fortgeht, BC aber die Richtung des Windes anzeigt, daß im Anfange der Bewegung die Segel mit BC einen Winkel von 54° 44′ machen müssen, und daß dieser Winkel auch für ein Steuerruder bey der Umdrehung eines Schiffes der vortheilhafteste sey;

bey zunehmender Bewegung des Schiffs aber vergrößert werden müsse.

Alle diese Sätze aber gründen sich auf die unrichtige Theorie vom schiefen Stoße. Daher stimmen sie auch nicht mit der Erfahrung überein. Herr Woltmann hat durch Versuche mit einem kleinen Werkzeuge, welches Windmühlenflügel hatte, die vortheilhafteste Neigung der Flügel gegen die Axe der Drehung zwischen 40 und 45 Grad gefunden. *)

2. Herr Woltmann hat, wie ich schon erwähnt habe, einen Anfang in dergleichen Versuchen gemacht. Man müßte sie ins Große und in Menge mit der Genauigkeit anstellen, welche die französischen Versuche über den Widerstand des Wassers so schätzbar macht.

3. Diese Einwendung läßt sich auch gegen das Werkzeug machen, welches Herr Woltmann angegeben hat. Es besteht (Fig. 174) aus einer sehr dünnen höchst beweglichen Ruthe mit zwey kurzen Windmühlenflügeln A und B, und es windet sich um seine Axe CD ein seidner Faden EFG, wenn man es bloß in der Oberfläche des Wassers braucht, der durch die Zahl seiner Umwindungen die Zahl der Umläufe angiebt. Soll es aber die Schnelligkeit des Windes oder eines Stroms in seiner Tiefe messen, so hat es eine Schraube ohne Ende, und eine Scheibe mit einem Zeiger.

4. Herr Brüning in Holland hat ein solches angegeben und zu einem hohen Grade der Vollkommenheit gebracht. (Man sehe Woltmann am a. O.)

*) Theorie und Gebrauch des hydrometrischen Flügels, p. 28.

Acht und sechzigster Brief.

Es sind noch die zitternden Bewegungen der Körper zu unsrer Untersuchung übrig, welche durch ihre Elastizität erzeugt werden, und ihrer Kleinheit ungeachtet äußerst merkwürdige Eigenschaften haben. Um uns von ihnen einen deutlichen Begriff zu machen, müssen wir sie zuerst in gespannten Saiten betrachten. Denn eine jede solche Saite zittert oder schwingt sich durch ihre Elastizität hin und her, wenn sie gestoßen oder erschüttert wird, und zwar, wie Sie sich erinnern werden, nach Art eines Pendels, so daß ihre Schwingungen immer gleichzeitig sind. *) Ist sie dick, lang und schwach gespannt, so sind ihre Schwingungen, so wie die eines gespannten Stricks oder einer Kette, mehrentheils so langsam, daß Sie sie ohne Mühe mit dem Auge unterscheiden können. Sie hat alsdann oft zugleich eine drehende Bewegung und ihre einzelne Punkte durchlaufen kleine Kreise, wie die Punkte eines Pendels, welches sich kegelförmig schwingt. Je stärker Sie sie aber spannen oder verkürzen, um desto mehr nimmt die Schnelligkeit ihrer Schwingungen zu, und endlich folgen diese, besonders wenn die Saite nicht gar zu dick ist, so schnell auf einander, daß man sie mit dem Auge unmöglich weiter unterscheiden kann. Alsdann tönt die Saite, und man hört ihre Schwingungen, die man nicht weiter deutlich sieht; eine Erscheinung, welche bey sehr langsamen Schwin-

*) Funfzigster Brief. 1. Anmerkung.

gungen nie Statt findet. Man muß daher nothwendig schließen, daß eine jede wenn gleich noch so feine Saite, welche tönt, bloß deßhalb tönet, weil sie sehr schnell zittert, so daß man ihre einzelne Schwingungen mit dem Auge nicht unterscheiden kann; und daß überhaupt ein jeder Ton, ein jeder Schall, einen Körper voraussetzt, welcher durch die Federkraft eine sehr schnelle zitternde Bewegung erhalten hat.

Je stärker Sie aber eine tönende Saite spannen, oder verkürzen, um desto höher wird ihr Ton. Jede Geige kann Sie von der Wahrheit dieser Sache überzeugen. Denn je stärker Sie eine Saite durch den Wirbel anziehn und spannen, einen desto höhern Ton giebt sie an; und wenn Sie sie mit den Fingern an das Griffbrett drücken und verkürzen, so wird ihr Ton ebenfalls höher. Da nun die sichtbaren und langsamen Schwingungen der Saiten immer schneller werden, wenn man die Saiten verkürzt oder stärker spannt, so muß unstreitig dasselbe auch bey ihren schnellen Schwingungen noch immer Statt finden, die das Auge nicht weiter unterscheiden kann. Man muß also hieraus schließen, daß die Höhe oder die Tiefe eines Tons, den eine Saite hören läßt, bloß von der Schnelligkeit ihrer Schwingungen, oder von der Menge derselben abhängt, die in einer gewissen und bestimmten Zeit, z. B. in einer Sekunde, auf einander folgen. Je größer diese ist, um desto höher ist der Ton; und man kann daher jeden Ton durch die Zahl der Schwingungen ausdrücken, die eine Saite in einer Sekunde macht, welche diesen Ton angiebt. Wenn man aber auch jene Zahl nicht weiß, und man kennt nur die Verhältnisse zwischen den Zahlen der Schwingungen in

einer Sekunde, die zur Hervorbringung gewisser Töne nothwendig sind, so kann man sagen, daß diese Töne eben dieselben Verhältnisse gegen einander haben.

Man bedient sich, um die Verhältnisse der Töne zu finden, eines eignen Werkzeuges, welches man den Tonmesser (Sonometre) nennt. Es hat einen Resonanzboden, wie ein Klavier, und ist an 3 Fuß lang, aber nur einige Zolle breit. Auf ihm befindet sich eine Saite, die an ihren beiden Enden über einen unbeweglichen Steg geht. Das eine Ende wird durch einen Wirbel gespannt, das andere aber ist an dem einen Arme eines rechtwinklichten kleinen Winkelhebels befestigt, dergleichen man sich in den Zimmern zu den Klingeln, die man an einer Schnur zieht, zu bedienen pflegt. An dem andern Arme dieses kleinen Hebels hängt ein Gewicht, welches man nach Gefallen verändern kann. Dieser Arm muß allezeit wagrecht seyn, der andre aber lothrecht in die Höhe stehn, und daher jedesmal der Wirbel der Saite so lange vorwärts oder rückwärts gedreht werden, bis beide Arme des Hebels die gehörige Stellung haben. Die ganze Länge der Saite ist durch einen an ihrer Seite befindlichen Maßstab in viele gleiche Theile getheilt, und unter der Saite befindet sich auf dem Resonanzboden ein beweglicher Steg, durch welchen man die Saite in zwey Theile absondern, und diesen Theilen jedes beliebige Verhältniß geben kann. Ein solches einsaitiges Instrument heißt auch ein Monochord; man kann aber darauf, wenn man will, auch zwey oder mehrere Saiten aufziehn.

Die Versuche mit diesem Instrumente zeigen ganz augenscheinlich, daß eine Saite auf gleiche

Art und gleich stark ihren Ton verändert, es sey nun daß man sie um die Hälfte verkürzt, oder das sie spannende Gewicht vierfach vergrößert; daß die halbe und dicke Saite mit der ganz gleich dichten und gleich gespannten, aber nur halb so dicken Saite einerley Ton angiebt; und daß es überhaupt einerley ist, ob man die Länge oder die Dicke der Saite in einem gewissen Verhältnisse vermindert, oder das spannende Gewicht nach den Quadratwurzeln der Glieder jenes Verhältnisses vermehrt. Wenn Sie also die Theorie von der zitternden Bewegung gespannter Saiten, von welcher ich gleich reden werde, mit diesen Erfahrungen verbinden, so können Sie sich vollständig und hinlänglich überzeugen, daß ein jeder Ton von einer gewissen Höhe, wie ich bereits gesagt habe, eine gewisse und bestimmte Menge von Schwingungen in jeder Sekunde wesentlich erfordert.

Ein jeder Schall, der nach dem Schlage oder Stoße, durch welchen er erzeugt worden ist, noch eine merkliche Zeit hindurch fortdauert, heißt ein Klang. Bleibt er nun während dieser Zeit immer von gleicher Höhe oder Tiefe, so nennt man ihn einen Ton. Das Wesen also eines jeden Tons besteht darin, daß die tönenden Theilchen der Saiten und andrer Körper immer gleichzeitige Schwingungen machen; und je schneller diese gleichzeitigen Schwingungen sind, um desto höher ist der Ton. Die Stärke und Schwäche der Schwingungen macht bloß den Ton stärker oder schwächer, ändert aber in seinem Wesen nichts, weil stärkre und schwächre Schwingungen gleicher und gleich gespannter Saiten eine gleiche Dauer haben.

Um die Verhältnisse der Töne zu finden, sieht man den Ton, welchen die Saite des Tonmessers

angiebt, wenn sie sich ihrer ganzen Länge nach schwingt, als den Grundton, oder als denjenigen Ton an, auf welchen alle übrige Töne bezogen werden. Setzt man den beweglichen Steg genau unter die Mitte der Saite, so schwingt sich jede ihrer Hälften besonders, und der Ton, den man jetzt hört, heißt die Oktave des Grundtons. Theilt man aber die Saite durch den Steg so, daß sich der eine Theil zum andern wie 2 : 3 verhält, so ist der Ton des längern Theils die Quinte des Grundtons. Dagegen giebt der längere Theil der Saite die große Terze an, wenn der Steg so unter der Saite steht, daß ihre abgesonderten Theile sich wie 1 : 4 verhalten. Also verhält sich die höhere Oktave, wie 2 : 1; die Quinte, wie 3 : 2; und die große Terze, wie 5 : 4 zum Grundtone. Da man nun das Zusammenklingen zweyer Töne, oder vielmehr den Gegenstand der besondern Empfindung, welche wir haben, wenn wir zwey Töne zugleich hören, ein Intervall nennt, so kann man die Intervalle durch Verhältnisse, so wie die Töne durch Zahlen bezeichnen. Man findet aber auf die nämliche Art, außer den bereits angeführten, die Quarte, wie 4 : 3; die Sexte, wie 5 : 3; die kleine Terze, wie 6 : 5; die Sekunde, wie 9 : 8; die kleine Septime, wie 16 : 9; die große Septime, wie 15 : 8; und den halben Ton, wie 16 : 15, so daß auf dem Klaviere, wenn man C zum Grundtone annimmt, die übrigen Töne nach der Reihe durch folgende Zahlen ausgedrückt werden können:

C	D	E	F	G	A	B	H	C
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{15}{8}$	2

Da aber ein Klavier so eingerichtet seyn muß, daß man einen jeden seiner Töne, als Grundton, brauchen kann, also auch ein jeder Ton, z. B. die Quinte des einen Tons zugleich die Sexte des andern, die Oktave des dritten u. s. w. seyn muß, so übersehen Sie leicht, daß diese Absicht unmöglich erhalten werden kann, wenn alle Intervalle ganz rein und vollkommen sind. E z. B. ist die große Terze von C, und G soll es von E seyn. Es sollte sich also G : E = 5 : 4 verhalten, also $\frac{25}{16}$ von C ausmachen. Es hält aber nur, wenn es zugleich eine reine Quinte von C ist, $\frac{24}{16}$ oder $\frac{3}{2}$. Eben so ist A in der folgenden Oktave, die Oktave von dem A in der angeführten Reihe, also = $\frac{10}{3}$ oder $\frac{80}{24}$. Dieses A soll aber zugleich die zweyte Quinte von G, also $\frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2}$ oder = $\frac{27}{8}$ = $\frac{81}{24}$ seyn u. s. w. Man nimmt daher jedem Intervalle auf dem Klaviere, der Orgel, und allen ähnlichen Instrumenten etwas ab, oder legt ihm etwas zu, um die oben erwähnte Absicht zu erreichen, jedoch so wenig, daß das Ohr es nicht bemerkt, und dadurch nicht beleidigt wird. Diese unmerkliche Veränderung der Intervalle nennt man die **Schwebung** oder die **Temperatur**.

Eine jede Saite ist zwar elastisch, allein sie muß dennoch immer mit einer gewissen Kraft gespannt werden, wenn sie eine merkliche Federkraft zeigen soll. Daher stellt man sie sich mehrentheils, wenn man ihre Bewegungen untersucht, mit zweyen gleichen Gewichten P und Q (Fig. 104.), welche frey herabhängen, in einer wagrechten Lage vor. Zieht man ihren Mittelpunkt C mit Gewalt bis D in die Höhe, so wird er von beiden Gewichten um desto stärker zurückgezogen, je weiter er sich

von C entfernt, weil die Saite um desto mehr gespannt wird, je mehr D von C entfernt ist. Man kann die Kraft eines jeden Gewichts durch D B oder D A ausdrücken, und in die beiden Kräfte D C und C B, oder D C und C A, auflösen. Bloß mit den erstern wird der Mittelpunkt gezogen, die letztern heben einander auf. Etwas ähnliches läßt sich von jedem andern Punkte der Saite, außer dem Mittelpunkte sagen. Alle ihre Punkte kommen zu gleicher Zeit wieder nach ACB zurück, entfernen sich hierauf, wegen der erlangten Geschwindigkeit, nach unten zu in A E B, gehn hierauf wieder zurück, und schwingen sich auf diese Art, indem immer alle zu gleicher Zeit in ACB ankommen. Da diese Bewegungen fast ganz unmerklich und unendlich klein sind, so verhalten sie sich völlig eben so, wie die unendlich kleinen Schwingungen eines Pendels. Jeder Punkt der Saite wird von einer Kraft getrieben, die sich immer wie seine Entfernung von A C B verhält, so wie die Schwere beständig in das Pendel mit einer seiner Entfernung von der lothrechten Lage gemäßen Kraft wirkt. Daher sind auch beide Arten der Bewegung einander völlig ähnlich, in beiden haben größere und kleinere Schwingungen eine gleiche Dauer, und es kommt nur darauf an, die Länge des einfachen Pendels l zu finden, das mit einer allenthalben gleich dicken und gleichförmigen Saite von der Länge L und vom Gewichte P, die von einem Gewichte Q gespannt wird, in gleichen Zeiten seine Schwingungen macht. Bey einer genauern Untersuchung aber findet man $l = \frac{P L}{p^2 Q}$, indem $p : 1$ das Verhältniß des Umfanges eines Kreises zu seinem Durchmesser bedeutet.

Man könnte nach dieser Formel und nach genauen Versuchen ohne große Schwierigkeit die Menge der Schwingungen bestimmen, die zur Erzeugung eines gewissen Tons in einer Sekunde erfordert werden; allein bis jetzt fehlt es noch an dergleichen Versuchen, die ganz zuverlässig wären. So viel ist gewiß, daß die Menge der hörbaren Töne ungefähr in dem Umfange von 8 Oktaven enthalten ist, daß der höchste noch brauchbare Ton in der Mitte der vier Male gestrichnen Oktave liegt, und der höchste hörbare Ton das fünf Male gestrichne e oder f ist.

Da aber die Menge der Schwingungen eines einfachen Pendels in dem umgekehrten Verhältnisse der Quadratwurzel der Pendellänge ist, so folgt, daß auch die Menge der Schwingungen, die eine Saite in Zeit von einer Sekunde macht sich wie $\sqrt{\frac{Q}{PL}}$, oder wie $\frac{\sqrt{Q}}{rL}$ verhalten werde, wenn r die Dicke oder den Durchmesser derselben bedeutet. Denn da die Saite gleichförmig und überall gleich dicke ist, so verhält sich ihr Gewicht P wie $r^2 L$, also PL wie $r^2 L^2$, und $\sqrt{PL}$ wir rL. Da sich nun, wie die Versuche mit dem Tonmesser lehren, die Höhe der Töne ebenfalls ganz genau wie $\frac{\sqrt{Q}}{rL}$ verhält, so können Sie sich, wie ich schon gesagt habe, indem Sie die Theorie mit diesen Versuchen verbinden, aufs vollkommenste überzeugen, daß das Wesen eines Tons bloß von der Schnelligkeit seiner Schwingungen abhängt, und daß also die Höhe oder Tiefe eines jeden durch die Menge dieser Schwingungen in einer gewissen Zeit wesentlich bestimmt wird.

Aber außerdem lehrt die Theorie, daß jede gespannte Saite, wenn sie erschüttert wird, sich nicht nur ihrer ganzen Länge nach, sondern auch so schwingen kann, daß sie sich gleichsam in mehrere gleiche Theile theilt. [2] Man nennt die Punkte, durch welche diese gleichen Theile der Saite abgesondert werden, weil sie oft, indem sich die Saite schwingt, ganz unbewegt bleiben, die Schwingungsknoten der Saite, und die Töne, welche jene einzelne Theile jeder für sich angeben, in Ansehung des Grundtons der ganzen Saite, harmonische Töne.

Anmerkungen.

1. Es sey ACB (Fig. 175.) eine gleichartige, allenthalben gleich dicke, in A befestigte und in B mit einem gewissen Gewichte E gespannte Saite, die sich in der Lage ADMB befindet. Ist nun M irgend ein Punkt in ihr, MP die Entfernung desselben von AB, und CB ein einfaches Pendel, welches sich eben so geschwinde schwingt, als die Saite (Fig. 171.), und dessen schwerer Punkt B sich in der Entfernung $Ba = MP$ von der lothrechten Lage CA befindet; so wird dieser Punkt völlig eben so beschleunigt, als der angenommene Punkt der Saite. Nun verhält sich aber die Elementarkraft der Schwere 1 zu der Kraft f, mit welcher B beschleunigt wird, wie l ($= CB$) zu BA ($= MP$) (49. Brief). Nennen wir also MP, y (Fig. 175), so wird auch M mit der Elementarkraft $f = \frac{y}{l}$ beschleunigt. Ist also cL das Gewicht der ganzen Saite ADB, deren Länge $= L$ ist, so daß c die eigenthümliche

Schwere derselben vorstellt, und ist ferner $BM = BP = x$, (denn BM ist von BP wegen der unendlich kleinen Bewegung der Saite nur unendlich wenig verschieden) so wird $c\,dx$ das Gewicht oder die Masse des Theilchens Mm, und die Totalkraft F, durch welche M nach P getrieben wird, $= \frac{cydx}{l}$. Die Summe also aller dieser nach ACB gerichteten Kräfte ist $= \int \frac{cydx}{l}$. Sie entsteht aus dem ganzen Gewichte Q oder der ganzen Totalkraft, mit welcher die Saite gespannt wird. Zieht man nun nm mit AB parallel, und drückt man bey jedem Punkte das Gewicht Q durch die beständige Linie $Mm = nm$ aus, so muß Mn die Kraft $\int \frac{cydx}{l}$ vorstellen. Also ist $Q : \int \frac{cydx}{l} = dx : dy$ und $Qdy = dx \int \frac{cydx}{l}$. Wenn man diese Gleichung differenziirt, so wird, da dx beständig ist, $Qlddy = cydx^2$. Multiplizirt man von beiden Seiten mit dy, so erhält man $Qldyddy = cydydx^2$, wovon das Integral ist $\frac{1}{2}Qldy^2 = C - \frac{1}{2}cy^2dx^2$. Ist nun CD die größte Erhebung der Saite $= b$, so wird im Punkte D, $dy = o$, und folglich $o = C - \frac{1}{2}cb^2 dx^2$ und $Qldy^2 = cb^2dx^2 - cy^2dx^2$ und $dx = \frac{dy\sqrt{Ql}}{\sqrt{c(b^2 - y^2)}}$.

Nun ist aber in der Figur 145, wenn $MN = y$ und $CM = b$ ist, $\sin. MCE = \frac{y}{b}$ und $CN^2 = b^2 - y^2$ also $d.CN = \frac{-ydy}{CN} = \frac{-ydy}{\sqrt{(b^2 - y^2)}}$.

Also ist $Mm^2 = dy^2 + \frac{y^2 dy^2}{b^2 - y^2} = \frac{b^2 dy^2}{\surd(b^2 - y^2)}$ und Mm oder das Differenzial des Bogens EM, dessen Sinus $= \frac{y}{b}$ ist, $= \frac{b\,dy}{\surd(b^2 - y^2)}$.

Es wird daher (Fig. 175) in unsrer vorigen Formel $dx = \frac{\surd Ql}{b \surd c}$ d. Arc. sin. $\frac{y}{b}$. und $x = \frac{\surd Ql}{b \surd c}$. Arc. sin. $\frac{y}{b}$. Ist nun $x = L$, so muß $y = 0$ werden. Wenn aber $p : 1$ das Verhältniß des Umfangs eines Kreises zu seinem Durchmesser ausdrückt, so ist bp der halbe Umfang des mit dem Halbmesser b beschriebnen Kreises, zu welchem y gehört, und y wird nicht nur bey dem Bogen bp, sondern auch bey $2bp$, $3bp$, $4bp$ u. s. w. $= 0$, mit Einem Worte: zu dem Sinus $\frac{y}{b}$, wenn er $= 0$ ist, gehören unzählig viele Bogen, die man aber alle durch nbp ausdrücken kann, wenn man unter n irgend eine ganze Zahl versteht. Folglich wird Arc. sin. $\frac{y}{b} = nbp$, wenn $x = L$ ist, und daher $L = \frac{\surd Ql}{b \surd c} . np$

Daher ist $\surd l = \frac{L \surd C}{np \surd Q}$, oder weil das Gewicht P der ganzen Saite $= cL$ ist: $\surd l = \frac{\surd PL}{np \surd Q}$. Nennt man nun m die Zahl der Schwingungen der Saite und des einfachen Pendels l in einer Sekunde, und ist a die Länge des einfachen Sekundenpendels, so wird, da sich die

Pendellängen, wie die Quadrate der Zeiten, oder, welches einerley ist, umgekehrt wie die Quadrate der Menge ihrer Schwingungen in gleichen Zeiten, verhalten: $l : a = 1 : m^2$ also $m = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{l}}$. Daher ist $m = \frac{np\sqrt{aQ}}{\sqrt{PL}}$.

Ist nun $n = 1$, welcher Fall Statt findet, wenn sich die ganze Saite schwingt, so wird $l = \frac{PL}{p^2Q}$ und $m = \frac{p\sqrt{aQ}}{\sqrt{PL}}$.

2. Wenn die Saite in einer Sekunde die wenigsten Schwingungen macht, so ist $n = 1$, und die ganze Saite schwingt sich. Ist $n = 2$, so macht sie noch einmal so viele Schwingungen in einer Sekunde als vorher, und jede ihrer Hälften schwingt sich besonders. Ist $n = 3$, so theilt sie sich in 3 gleiche Theile u. s. w. Im letzten Falle nimmt sie die Gestalt ABCD an (Fig. 176), und B und C sind ihre Schwingungsknoten. Man kann in diesen Knoten die sich schwingende Saite berühren oder dämpfen, ohne daß der Ton dadurch gehemmt wird, welches aber gleich erfolgt, wenn man sie an einer andern Stelle berührt. Die höhern harmonischen Töne einer Saite lassen sich leicht hervorbringen, wenn man die Stelle gelinde berührt, wo ein Knoten ist, und zugleich die Mitte eines schwingenden Theils streicht oder sonst erschüttert. Außerdem schwingt sich eine jede Saite gewöhnlich ganz, wenn sie ganz frey ist und gestrichen wird.

Neun und sechzigster Brief.

Auch eine Saite, die sich ihrer ganzen Länge nach schwingt, pflegt zuletzt nur theilweise zu zittern, ehe sie ganz in Ruhe kommt, wahrscheinlich, weil ihre Theilchen mit sehr verschiedner Geschwindigkeit zittern, und daher diejenigen, welche die stärkste Bewegung haben, länger zittern als die übrigen. Daher geht ihr Grundton gewöhnlich nach und nach in immer höhere harmonische Töne über, ehe er ganz aufhört, und man hört diese Töne deutlich, besonders wenn die Saite etwas lang, und sonst alles recht still ist. Wahrscheinlich sind es bloß dergleichen Töne, welche sich, wie man sagt, hören lassen, wenn ein breiter, dünner und starker Luftzug über ein mit Darmsaiten bezognes Instrument streicht, und die oft außerordentlich angenehm seyn sollen. Auch sollen 1 bis 2 Linien dicke an 300 Fuß lange Eisendrähte, die man unter freyem Himmel ausspannt, bey Veränderung des Wetters, auf eine sehr mannigfaltige Art, und oft sehr laut tönen. Vielleicht gehören diese Töne zu den Längentönen, welche man auch aus Saiten erhält, wenn man sie mit einem Bogen unter einem sehr spitzigen Winkel streicht. Sie entstehn dadurch, daß sich die Saiten der Länge nach abwechselnd verlängern und verkürzen, wie Herr Chladni zuerst bemerkt hat, daher auch auf die Spannung derselben wenig ankommt. Uebrigens klingen diese Töne unangenehm, und können in der Musik nicht gebraucht werden.

Die musikalischen Pfeifentöne der Orgeln und der Blasinstrumente sind den Saitentönen in allen

Ab-

Absichten ungemein ähnlich. Sie hängen von der Länge der Pfeifen ab, und verschiedne Pfeifen geben, wenn ihre Längen sich wie 1 : 2 verhalten, eine Oktave; wenn sie sich wie 2 : 3 verhalten, eine Quinte; wenn sie sich wie 3 : 4 verhalten, eine Quarte u. s. w. Zwar giebt man den längern Pfeifen auch größre Durchmesser, aber dennoch nicht im Verhältnisse ihrer Längen, sondern allezeit in einem geringern. Von Pfeifen, z. B. deren eine 16 Mal so lang ist, als die andre, und deren Ton die vierte tiefere Oktave des Tons der andern ist, verhalten sich mehrentheils die innern Durchmesser nur wie 7 : 1, oder wie 8 : 1. Auf eine ähnliche Art verhalten sich auch die oben verschloßnen oder gedeckten Pfeifen, dergleichen man in den Orgeln hat, wenn man sie unter sich vergleicht; nur haben sie das Besondre, daß sie, bey gleicher Länge, allezeit um eine Oktave tiefer tönen, als die offnen Pfeifen. So giebt eine gedeckte Pfeife von 16 Fuß, mit einer offnen von 32 Fuß, und eine gedeckte von 4 Fuß, mit einer offnen von 8 Fuß einerley Ton an. Es werden aber Pfeifen auch durch eingebohrte Löcher gleichsam verkürzt, und höher zu tönen genöthigt, wie Sie sich davon durch das Beyspiel der gemeinen Blasinstrumente leicht überzeugen können. Außerdem lassen sie eben so, wie die Saiten, oft ihre harmonische Nebentöne hören, besonders wenn man etwas stark in sie bläst; ja wenn man gleich bey Pfeifen und Blasinstrumenten alle Vorsicht anwendet, um ihren Ton ganz rein zu erhalten, so hört man dennoch mehrentheils schwache Nebentöne zugleich mit. Bläst man aber etwas stärker in sie, als zur Hervorbringung des Grundtons nöthig ist, so lassen sie die harmonischen Töne deutlich hören, die bey offnen Pfeifen nach der Reihe der natürlichen Zahlen, 2, 3,

4, 5 ꝛc. bey gedeckten aber nach der Reihe der ungeraden Zahlen, 3, 5, 7 u. s. w. auf einander folgen.

Wenn man alle diese Thatsachen gehörig erwägt, und dazu nimmt, daß Pfeifen von gleicher Länge, ungeachtet sie oft von verschiedner Materie gemacht, und in Dicke, Gewicht und Masse sehr ungleich sind, dennoch einerley Ton angeben, und daß der Pfeifenton überhaupt einen ganz eignen Karakter hat, wodurch ihn das Ohr mehrentheils von jedem Tone fester klingender Körper sogleich unterscheidet, so sieht man wohl augenscheinlich, daß dieser Ton nicht von den Pfeifen selbst, sondern vielmehr von der in ihnen eingeschloßnen Luft herrühren und erzeugt werden müsse. Indessen ist eine flüssige Materie, wie die Luft, keiner eigentlichen Schwingungen, weder nach der Seite, noch nach der Länge, fähig, obgleich man bey den mathematischen Berechnungen dieses mehrentheils anzunehmen pflegt, weil zu beiden Arten der Schwingungen ein starker Zusammenhang in den Theilen des sich schwingenden Körpers erfordert wird. Bloß dieser macht, daß eine Saite oder ein andrer fester elastischer Körper, nachdem man ihn ausgedehnt hat, sich wieder zusammenzieht, und daß seine Schwingungen immer noch eine Zeit lang fortdauern, nachdem die Ursache, welche sie hervorbrachte, bereits zu wirken aufgehöret hat. Aber dennoch verhält sich die eingeschloßne Luftsäule einer tönenden Pfeife völlig eben so, als ein fester Körper, der sich der Länge nach schwingt. Denn die einfahrende Luft, welche sich durch enge Ritzen und Oeffnungen in die Pfeife drängen muß, erhält dadurch, daß sie so zusammengedrängt wird, eine große Schnelligkeit, indem sie auf die innere Luftsäule stößt, und da diese an den Seiten allenthalben eingeschlossen ist, so wird sie merklich verdichtet. Sie dehnt sich also gleich nach der Verdichtung an dem offnen Ende der Pfeife wieder aus,

und wird hier verkürzt, aber auch zugleich am andern Ende durch die hineingeblaßne Luft verlängert und ergänzt. Indessen dauert das Hineinblasen immerfort; die Luftsäule wird daher nach der Ergänzung wieder dichter und dehnt sich gleich darauf aus. So wechselt Verdichtung und Ausdehnung immer in gleichen Zeiten ab, wie bey einem festen Körper, der sich der Länge nach schwinget, nur mit dem Unterschiede, daß bey diesem immer derselbe Theil an seinem Ende hin und her getrieben wird, anstatt daß an dem Ende der Luftsäule immer andre und andre Theile herausfahren. Daher dauert auch das Zittern jenes Körpers immer noch eine Zeit lang fort, nachdem es einmal erregt worden ist, anstatt daß eine Pfeife sogleich zu tönen aufhört, sobald man nicht weiter in sie hineinbläst.

Wird die Luft zu stark in die Pfeife geblasen, so fährt sie oft großentheils an der Seite tief in sie hinein, dringt irgendwo in der Mitte in die eingeschloßne Luftsäule und verdichtet sie theilweise. Alsdann läßt die Pfeife einen höhern Nebenton hören. Indessen verhält sie sich auch in diesem Stücke, wie ein fester Körper, der sich der Länge nach schwingt. Denn Hr. Chladni hat durch die Erfahrung gefunden, daß ein harter elastischer Stab, der an beiden Enden frey ist, entweder in der Mitte, oder hier und in der Entfernung des vierten Theils von seinen beiden Enden, rc. Schwingungsknoten hat, wenn er sich der Länge nach schwingt; mit einem Worte: daß seine Töne mit der natürlichen Zahlenfolge 1, 2, 3, 4 rc. übereinkommen. Ein Stab hingegen, der an einem Ende befestigt ist, hat entweder gar keine, oder 3, 5 rc. Schwingungsknoten, so, daß seine Töne mit den ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 rc. übereinstimmen. Ueberdieses ist sein Grundton um eine Oktave tiefer, als der Grundton desselben Stabes, wenn er ganz frey ist. Folglich verhalten sich die offnen Pfeifen vollkommen als ganz freye, und die gedeckten als an

einem Ende befestigte Stäbe. Auch hat Herr Chladni gefunden, daß die Längentöne überhaupt gar nicht von der Dicke der Stäbe, wohl aber von ihrer Länge und der Beschaffenheit ihrer Materie abhängen. Ihre Höhen nämlich verhalten sich, bey Stäben von gleicher Materie und bey einerley Schwingungsart, umgekehrt wie die Längen der Stäbe oder Saiten. Hr. Chladni versichert, alle Materien, die er in einer hinlänglich langen stabförmigen Gestalt erhalten konnte, in Ansehung der Längenschwingungen, untersucht zu haben, wie z. B mancherley Hölzer und Metalle, Glas, Fischbein rc. Auf die eigenthümliche Schwere kommt bey diesen Schwingungen nichts an. So geben z. B. Tannenholz, Glas und Eisen, bey gleicher Länge, fast einerley Ton, und etwas ähnliches läßt sich auch von Messing, Eichenholz und thönernen Tabakspfeifenstielen behaupten. Dagegen tönt, unter übrigens gleichen Umständen, Eisen höher, als Kupfer, dieses höher als Silber, und dieses höher als Zinn.

Auch der Ton der sogenannten brennenden Harmonika, den man hört, wenn man enge und lange Glasglokken oder Röhren über angezündeter brennbarer Luft hält, ist ein wahrer Pfeifenton. Durch die Flamme und die Strömung der brennbaren Luft wird die eingeschlossne Luftsäule der Röhre eben so verdichtet und ergänzt, als durch das Einblasen. Die dadurch erzeugten Töne richten sich auch gänzlich nach denselben Gesetzen als andre Pfeifentöne.

Hr. Chladni hat eine kleine Orgelpfeife in einer gläsernen Glocke befestigt, und beide nach und nach mit verschiednen Luftgattungen angefüllt, nachher aber dieselbe Luftgattung, mit welcher beide angefüllt waren, durch eine Blase in die Pfeife gedrückt, damit diese tönen mußte. So fand er unter andern, daß die Pfeife in der Stickluft einen Ton angab, der um einen halben Ton tiefer war, als der, den sie, unter übrigens völlig gleichen Umständen, in gemeiner Luft hören ließ. In der säuernden war ihr Klang fast um einen ganzen Ton tiefer, als in gemeiner Luft. In

brennbarer Luft war der Ton der Pfeife zwar um etwas mehr, als eine Oktave, höher, als in gemeiner Luft; aber dennoch hätte er wenigstens um eine Oktave und eine große Terze höher seyn müssen, wenn die Töne, wie man gewöhnlich annimmt, sich wie die Quadratwurzeln der eigenthümlichen Schweren der verschiedenen Luftgattungen verhalten hätten. Da die brennbare Luft 6—7 Mal eigenthümlich leichter war als die gemeine.

Saiten sind biegsam und erhalten daher nur durch die Spannung eine beträchtliche Federkraft. Eben das muß man auch von den Fellen der Trommeln und Pauken sagen, deren Ton deßhalb von der Kraft abhängt, mit welcher man sie spannt. Aber unbiegsame und harte Körper haben schon von Natur eine mehr oder weniger starke Spannung, und zeigen deßhalb an sich schon eine beträchtliche Federkraft. Indessen unterscheiden sich die Töne aller dieser Körper von den Tönen der Saiten und der Blasinstrumente wesentlich darin, daß sie nicht musikalisch sind. Die Nebentöne nämlich eines eigentlichen Tons oder eines musikalischen Tons müssen sich allemal zum Grundtone, wie 2, oder wie 3 oder 4 oder 5 u. s. w. verhalten, und bloß diese heissen harmonische Töne. Die Töne aber, welche man aus unbiegsamen Körpern erhält, indem man sie anschlägt, oder mit einem Bogen streicht, haben nie die angeführten sondern allezeit andre Verhältnisse unter einander, und sind daher auch keine harmonische Töne.

Ueberdieses haben dergleichen Körper gewöhnlich gar keinen eigentlichen Grundton, sondern alle ihre Klänge müssen als bloße Nebentöne angesehen werden. Denn sie schwingen sich nie ihrem ganzen Umfange

nach, sie müßten denn dünn und linienförmig seyn, so wie AB oder AD (Fig. 105), sondern sie sondern sich in verschiedne Theile ab, von denen sich jeder besonders schwingt, so wie AB (Fig. 106) in die beiden Theile AC und CD. Die Punkte oder Linien oder Flächen, welche alsdann ruhig bleiben, und ihre sich schwingende Theile absondern, muß man als ihre Schwingungsknoten ansehn. Herr Chladni hat gezeigt, wie man diese Knoten bey etwas breiten Körpern sichtbar machen kann. Denn wenn man dergleichen Körper an einer oder mehreren Stellen so hält oder unterstützt, daß ihre Oberfläche wagrecht bleibt, hernach aber unter einem rechten Winkel mit dem Bogen einer Geige streicht, so sieht man deutlich, daß der feine Sand, den man vor dem Streichen auf sie gestreuet hat, von einigen Stellen heruntergeworfen wird, auf andern aber ruhig liegen bleibt und gewisse Linien bildet, welche die Stellen und Richtungen der Knoten bezeichnen. Ueberhaupt ist das Streichen mit einem mit Kolophonium bestrichnen Bogen eines der besten Mittel um die Töne unbiegsamer harter Körper zu erforschen. Man kann dadurch sogar aus dünnen Bretern und hölzernen Stäben oft einen fortdauernden Klang herauslocken. Uebrigens sind die Linien der Schwingungsknoten oft ziemlich unregelmäßig; die neben einander liegenden Theile aber der Körper, welche durch eine solche Linie abgesondert werden, schwingen sich auf eine entegengesetzte, die einander gegen über liegenden auf eine übereinstimmende Art. Von der erstern nämlich erhebt sich der eine, indem sich der andre senkt, die letztern hingegen senken und erheben sich zugleich.

Die Töne dünner harter Stäbe und schmaler Blechstreifen hat besonders Euler sehr umständlich und

der Erfahrung gemäß berechnet, in Ansehung aber der Töne andrer unbiegsamer Körper fehlt es noch gänzlich an einer richtigen Theorie. Die alte Meinung, daß der Ton solcher Stäbe, die ihrer ganzen Länge nach nicht klingen, von einem innerlichen Zittern ihrer Theilchen herrühre, ist ein Irrthum. Denn oft ist ein Stab zu lang und schwingt sich daher zu langsam, wenn er sich seiner ganzen Länge nach schwingt, als daß seine Schwingungen hörbar seyn sollten. Schlägt man ihn aber in diesem Falle so, daß er sich theilweise schwingt, so hört man einen Klang. Dünne unbiegsame ringförmige Körper schwingen sich lieber von oben nach unten, wenn sie wagrecht liegen, als von außen nach innen, weil im letztern Falle ihre Theile sich mehr gegen einander stemmen. Sie theilen sich allemal, indem sie sich schwingen, in verschiedne Theile, so wie auch die etwas breiten Bleche und Glasstreifen.

Vorzüglich hat Herr Chladni die Art, wie Glocken klingen, von der man sonst ganz unrichtige Begriffe hatte, durch seine Versuche ins gehörige Licht gesetzt. Bey dem Haupttone einer Glocke, welcher der einzige ist, von dem man Gebrauch zu machen pflegt, theilt die Glocke sich in vier Theile, die sich besonders schwingen, von gleicher Größe sind, und auch, wenn die Glocke allenthalben vollkommen gleichartig, regelmäßig, und gleich dick ist, alle einerley Ton, sonst aber mehr oder weniger verschiedne Töne, angeben. Von den beiden Stellen nämlich, wo der Klöppel an die Glocke schlägt, liegen zu beiden Seiten, in einer Entfernung von 45 Graden Schwingungsknoten, die sich bis oben in die Glocke hinaufziehn. Bey Harmonikaglocken ist da, wo man sie reibt, der Knoten, und er geht also um die ganze Glocke herum, indem diese sich dreht. Es kann aber

eine Glocke, so wie auch eine jede runde Scheibe, die sich fast völlig auf eben die Art schwingt und theilt wie die Glocke, sich noch auf viele andre Arten in schwingende Theile absondern, und eine Menge von Nebenklängen hervorbringen, die aber sämmtlich unharmonisch sind. Herr Chladni hat gefunden, daß die gleichartigen Töne der Glocken, Scheiben und Gefäße, die einander ähnlich und von gleicher Materie gemacht sind, sich gerade wie ihre Dicken und umgekehrt wie die Quadrate ihrer Durchmesser, verhalten. Es werden daher die Töne einer Glocke höher, wenn sie denselben Durchmesser behält, zugleich aber eine größre Dicke bekommt.

Wasser in ein Gefäß gegossen, macht den Klang desselben tiefer; und wenn man aus einem mit Wasser angefüllten Gefäße Töne lockt, so sieht man im Wasser kleine Wellen, die um desto mehr an Größe abnehmen, je höher der Ton des Gefäßes wird. Schon Galilei kannte diese Erfahrung.

Siebzigster Brief.

Sie können sich davon, daß auch von unbiegsamen und harten elastischen Körpern die Schwingungen, selbst wenn sie etwas groß sind, eine gleiche Dauer haben, durch die Erfahrung überzeugen, wenn Sie eine etwas große schneckenförmig gewundne Stahlfeder mit dem innern Ende an der wagrechten Welle eines kleinen Rades von 4 bis 5 Zollen im Durchmesser, mit dem äußern Ende aber an einem unbeweglichen

Körper außer dem Rade, befestigen. Denn wenn Sie jenes Rad nach der einen Seite so lange drehen, bis sich die Feder stark zusammengezogen hat, und es hierauf plötzlich loslassen, so werden Sie sehen, wie sich die Feder wechselsweise öffnet und zusammenzieht, indem zugleich das Rad immer hin und her geht. Da diese Bewegung oft ziemlich langsam ist und lange anhält, so können Sie die einzelnen Schwingungen leicht zählen, und durch Hülfe einer guten Uhr bemerken, daß sie insgesammt gleichzeitig sind, sie mögen groß oder klein seyn.

Auch die Stahlfedern der Kutschen schwingen sich auf eine ähnliche Art; und obgleich ihre Schwingungen durch die Stöße, die sie, wenn man fährt, leiden, unregelmäßig werden, so nützen sie denn noch bloß dadurch, daß sie sie immer in gleichen Zeiten zu vollenden streben. Hätte der Kasten einer Kutsche eine harte Unterlage von Holz oder Metall, so würde er, bey jedem Stoße, den die Räder bekommen, abspringen, hernach durch sein Gewicht auf die harte unbiegsame Unterlage aufschlagen, und so den im Wagen Sitzenden eine Reihe starker Stöße mittheilen, welches ihnen unangenehm seyn müßte. Hängt aber der Kasten in Riemen, so fällt er, nach jedem Stoße gegen die Räder, auf diese zurück, dehnt sie, da sie nachgeben, etwas aus, und verliert so seine Bewegung allmählich und nicht plötzlich, besonders wenn die Riemen an Stahlfedern befestigt sind, welche sich krümmen und daher verursachen, daß die Riemen noch stärker nachgeben. Zwar fangen hierauf die Federn mit den Riemen und dem Kasten an, sich zu schwingen; allein diese sanfte Bewegung ist den in der Kutsche Sitzenden gar nicht

unbequem, und da sich die Stöße, welche die Räder leiden, bloß durch die Stahlfedern den Kasten mittheilen, so können sie jene schwingende gleichzeitige Bewegung zwar verstärken oder schwächen, aber nie plötzlich vernichten.

Da also selbst die größern Schwingungen harter, gleichförmiger, durchaus gleich dicker und breiter, schmaler Blechstreifen und Stäbe gleichzeitig sind, so darf man um desto weniger zweifeln, daß auch ihre unmerkliche Schwingungen ebendieselbe Eigenschaft haben. Die Zahl derselben in einer gewissen und bestimmten Zeit nimmt, nach der Theorie und Erfahrung, um desto mehr ab, je geringer ihre Dicke und je größer das Quadrat ihrer Länge ist. Von gleich langen Stäben schwingt sich derjenige noch einmal so langsam, und sein Ton ist um eine Oktave tiefer, dessen Durchmesser halb so groß ist, als der des andern; von gleich dicken Stäben aber schwingt der drey Mal längre sich neun Mal langsamer. Daher hören die Schwingungen solcher Stäbe, wegen ihrer Langsamkeit, bald auf, hörbar zu seyn, wenn die Stäbe nur etwas lang sind. Sie verhalten sich in diesem Stücke, besonders in Ansehung der Dicke, ganz anders, als gespannte Saiten, deren Dicke und Länge auf ihre Spannung keinen Einfluß hat. Aber harte Stäbe sind um desto unbiegsamer und folglich auch von Natur um desto stärker gespannt, je dicker sie nach Verhältniß ihrer Länge sind, und daher unterscheiden sie sich so merklich von gespannten Saiten.

Wenn aber Saiten oder auch unbiegsame Körper nicht durchaus gleich dicht oder dick oder breit sind, so haben ihre Schwingungen mehrentheils auch keine gleiche Dauer, und sie geben, wenn man sie schlägt

oder sonst erschüttert, entweder nur einen bloßen Schall, oder einen unreinen, falschen, unangenehmen Klang, der keine gewisse beständig fortdauernde Höhe hat. So verhält sich unter andern auch eine gespaltne Glocke, die man als einen ungleichartigen Körper ansehn muß, dessen Dichte und Spannung in seinen verschiednen Theilen sehr verschieden ist. Selbst gleichartige und durchgehends gleich dicke Körper haben oft unreine Töne, wenn sie zu hart und unbiegsam sind. Ihre schwingende Theile können sich alsdann nicht genau genug absondern, und werden, während der Schwingung, bald etwas länger bald kürzer, die Knoten erhalten eine gewisse Breite, und der Ton wird schwankend. Man kann alsdann diesem eine größere Reinigkeit geben, wenn man den Körper in seinen Knoten fest unterstützt, weil seine schwingende Theile nunmehr immer gleich lang bleiben. Aber diese Theile selbst muß man weder bey einer Saite, noch bey andern Körpern, berühren, indem sie sich schwingen, wenn der Ton nicht leiden soll. Halten Sie einen harten elastischen Körper dicht an einen tönenden, außer seinen Knoten, so dauern die Schwingungen zwar mehrentheils fort, weil der elastische Körper in den tönenden zurückwirkt, allein sie sind nicht frey, und daher wird ihr Ton schwirrend, undeutlich und unangenehm. Berühren Sie aber einen Theil, der sich schwingt, mit einem weichen unelastischen Körper, so wird der Ton fast im Augenblick erstickt, weil jener Theil dem weichen Körper seine Bewegung mittheilt, ohne daß dieser in ihn zurückwirkt, und selbst zu zittern anfängt. Daher pflegt man die Töne musikalischer Instrumente oft durch Tuch, welches man mit den Saiten in Berührung bringt, zu dämpfen, damit sie nicht zu lange nachklingen.

Aus dieser Ursache kommt bey dem Tönen der Körper so viel auf die Art an, wie man sie erschüttert. Die Erschütterung muß plötzlich aufhören, wenn sie einen reinen fortdauernden Ton erzeugen soll, damit der sich selbst überlaßne Körper sich ganz frey schwingen kann. Ein Hammer z. B. hebt sich gewöhnlich nach dem Schlage nicht schnell genug in die Höhe, er bleibt auf dem geschlagnen Körper zu lange liegen, hindert die Schwingungen seiner größern Theile, und erregt daher oft einen bloßen Schall. Ein mit Harze eingeschmierter Bogen hingegen reißt die Theilchen, an welchen er klebt, mit sich fort, und läßt sie hernach plötzlich los, so, daß sie sich ganz frey schwingen können. Deßhalb kann man oft durch ihn auch aus solchen Körpern Töne ziehn, die, wenn sie auf andre Art erschüttert werden, einen bloßen Schall von sich geben.

Ich habe gesagt, daß ein Körper, welcher gehörig tönen soll, nicht zu unbiegsam seyn muß. Da nun die Unbiegsamkeit harter Körper mit ihrer Dicke zunimmt, so sehen Sie die Ursache, weßhalb alle unbiegsame Körper, nach Verhältniß ihrer Größe, dünn seyn müssen, wenn sie eines Klanges oder Tones fähig seyn sollen. Ein dünner Stab von Stahl giebt, wenn er gehörig angeschlagen wird, einen hellen und starken Klang, ein dickes Stück Stahl aber nie etwas mehr, als einen bloßen Schall. Auch dieses fängt, wenn es geschlagen wird, sich theilweise zu schwingen an; allein seine schwingende Theile haben keine bestimmte Länge, und hindern einander wechselsweise in ihrer Bewegung. Deßhalb empfängt das Ohr eine Menge von Schlägen, die in sehr ungleichen Zeiten auf einander folgen, und sehr bald aufhören; mit einem Worte; es hört einen bloßen Schall aber keinen fortdauernden Klang von bes

stimmter Höhe. Und eben so verhalten sich auch alle andre dicke Körper. Indessen ist die Neigung aller Körper zu schwingenden Bewegungen so groß, daß selbst der schwächste Schlag, das gelindeste Kratzen, und fast jede Berührung, mit einem Schalle verbunden ist. Auch bey solchen Körpern hört man ihn, die gewöhnlich unter die unelastischen gerechnet werden, weil wirklich alle einige Federkraft besitzen.

Indessen ist dennoch das Zittern der Theile eines gestoßnen Körpers, unter übrigens gleichen Umständen, um desto heftiger, je elastischer und härter ein Körper ist. Es macht, daß sich die Theile durch ihre eigne Federkraft bald mehr, bald weniger, von einander entfernen, folglich auch trennen, und daß man daher oft mit einem schwachen Schlage, der von einer merklichen Erschütterung begleitet ist, mehr ausrichten kann, als mit dem stärksten Drucke, bey welchem jene Erschütterung fehlt. So spaltet man das Holz mit Keilen, wenn man auf sie schlägt, aber nicht, wenn man sie drückt; und überhaupt scheint es, daß man den Keil mit Unrecht unter die einfachen statischen Maschinen rechnet. Denn mehrentheils hängt seine Wirkung gar nicht von dem statischen Drucke, sondern bloß vom Schlage ab, welcher die Theilchen des widerstehenden Körpers erschüttert.

Wenn mehrere harte Körper, die eine ansehnliche Federkraft haben, mit einander verbunden sind, so theilt einer dem andern die empfangne Bewegung mit; einer stößt den andern, und die Erschütterung pflanzt sich also weit durch die Körper fort, weil sie, wegen ihrer ansehnlichen Federkraft, ohne merklich erschüttert zu werden, keinen Stoß leiden können. Aus dieser Ursache hört man, wenn ein Schlagwerk im leeren Raume, unmittelbar auf dem Teller der

Luftpumpe, unter der Glocke steht, wenn gleich nicht den Ton der Glocke, dennoch jeden Schlag des Hammers, weil dieser sich den übrigen Theilen des Schlagwerks und dem Teller mittheilt, dieser aber mit Luft umgeben ist, indem er erschüttert wird. Man kann diese Fortpflanzung des Tons und Schlages nicht anders unterbrechen, als durch weiche Körper, Tuch, Wolle, Betten u. s. w. Denn da dergleichen Körper, wenn man sie nicht auf eine gewisse Art spannt, oder sehr stark zusammendrückt, nur eine sehr geringe Federkraft besitzen, so machen sie jene Fortpflanzung ganz unmerklich, wenn federharte Körper durch sie ganz von einander abgesondert werden.

Ein jeder Stoß auf einen federharten Körper bringt also, wie ich schon gesagt habe, in einer ganzen Reihe andrer, die mit jenem verbunden sind, Erschütterungen hervor, von denen man die größern oft sieht oder fühlt, indem die kleinern einen gewissen Schall erzeugen. In einer Mühle zittert alles von den beständigen Stößen gewisser Theile auf andre, und dadurch wird oft ihre Reibung auf einander sehr vermindert. So schwingen sich auch die Bäume der Kutschen von den Stößen der Räder oft sehr merklich, und es zittern die Fenster in den Zimmern, wenn man etwas stark auf den Fußboden tritt, oder wenn ein beschlagner Wagen schnell über das Steinpflaster vorbeyfährt. Aber dagegen bemerkt man auch oft die Fortpflanzung einer schwachen Erschütterung gar nicht, ungeachtet sie wirklich Statt findet. Wenn man zwey Pendeluhren, die vollkommen in gleichen Zeiten ihre Schwingungen machen, wenn gleich in einiger Entfernung, an einer hölzernen Wand neben ein-

ander stellt, und sie Anfangs in ungleichen Zeitpunkten ihre Schwingungen anfangen und endigen läßt, so findet man immer, daß sie nach Verfluß einiger Zeit ganz übereinstimmend schlagen, und jede Schwingung, beide zugleich, anfangen und endigen. Diese Uebereinstimmung rührt unstreitig bloß von den unmerklichen Erschütterungen her, welche die Uhren durch ihre Schläge in der hölzernen Wand verursachen. Diese pflanzen sich von einer Uhr zur andern fort, haben auf ihren Gang einen Einfluß, verzögern den einen, und beschleunigen den andern etwas, so lange, bis beide ganz übereinstimmend schlagen.

Aber nicht bloß feste, sondern auch flüssige Körper geben bey dem Stoße einen Schall. Man hört Wassertropfen auf Wasser fallen, und überhaupt wird jeder Stoß oder Schlag, den das Wasser leidet, von einem Geräusche begleitet. Dieser Schall wird aber, da das Wasser flüssig ist, auf eine ganz andre Art erzeugt, als bey festen Körpern. Denn nur ein fester Körper kann zittern oder sich schwingen, weil seine Theilchen fest zusammenhängen; ein flüssiger aber ist dieser Art der Bewegung unfähig, es sey denn, daß der Mangel des Zusammenhanges bey ihm durch andre Ursachen ersetzt wird, so wie bey der in Pfeifen eingeschloßnen Luft durch die Festigkeit der Pfeifen und durch den Druck der Atmosphäre. Bey dem offnen Wasser fehlen dergleichen Ursachen, und es kann folglich auch das Geräusch desselben von keinem Zittern des Wassers entstehn, obgleich es immer ein Beweis von der großen Federkraft der Wassertheilchen ist. Denn die Luft muß nothwendig von diesen Theilchen, wenn das Wasser rauscht,

eine Reihe schnell, obschon nicht in gleichen Zeiten, auf einander folgender Stöße erhalten, eben so, als wenn ein fester bloß schallender Körper zittert, weil wir sonst das Geräusch nicht hören könnten. Dieses aber kann nur daher kommen, daß viele Wassertheilchen durch den Druck oder Schlag zusammengedrückt werden, und hierauf, indem sie sich wieder nach und nach durch ihre große Federkraft schnell ausdehnen, die Lufttheilchen stoßen, welche sie berühren.

Auf eine ähnliche Art schallet auch die Luft. Der Schuß von einem Gewehre knallt, weil die Theilchen der durch die Entzündung des Pulvers erzeugten luftartigen Materie sich nach und nach plötzlich ausdehnen und die Luft von ihnen eine ganze Reihe schnell auf einander folgender Stöße erhält. Eine Peitsche knallt, weil die Luft in der Schlinge am Ende der Peitsche gleichsam gefangen und stark zusammengedrückt wird, hernach aber, indem die geschlungne Peitsche aus einander fährt, sich nach und nach, schnell hinter einander, wieder ausdehnt. Jeder Wind rauscht, besonders wenn er zwischen Bäumen oder andern festen Körpern durchfährt, weil bey jeder Bewegung der Luft hier und da gewisse Theile von ihr zusammengedrückt werden, und nachher, wenn sie sich wieder hinter einander durch ihre Federkraft ausdehnen, der übrigen Luft, so wie ein zitternder fester Körper, eine Reihe von Stößen mittheilen.

Ein und siebzigster Brief.

Bey dem Stoße der Körper kommt überhaupt ungemein viel auf die Geschwindigkeit des stoßenden Körpers an. Eine offne, leichte und dünne Thüre kann durch einen schwachen Stoß leicht bewegt und geschlossen werden. Schießen Sie aber eine Kugel auf sie, so wird sie durchbohrt und bewegt sich nicht. Denn ein schwacher Stoß auf gewisse Theile eines Körpers ist nicht vermögend ihren Zusammenhang mit den übrigen Theilen zu trennen. Daher können sich die gestoßnen Theile nicht besonders bewegen, sondern sie theilen die erhaltne Bewegung dem ganzen übrigen Körper mit. Ist aber der Stoß stärker als die Kraft des Zusammenhanges, hat er eine große Schnelligkeit, so reißen sich die gestoßnen Theile von dem übrigen Körper los; sie behalten die empfangne Bewegung ganz allein für sich, und der übrige Körper bleibt ganz ruhig. So kann man eine sehr schwere Kugel, die auf einem Tische liegt, durch einen feinen an sie gebundnen Faden zuletzt sehr merklich und stark bewegen, wenn man den Faden sehr schwach, aber anhaltend zieht. Zieht man ihn aber gleich Anfangs sehr stark, so zerreißt er, und die Kugel bleibt ganz ruhig liegen. Einen Pfeifenstiel, der an dem einen Arme einer Wage wagrecht befestigt ist, indem der andre Arm der Wage ein gleiches Gegengewicht trägt, können Sie durch einen starken Schlag entzwey schlagen, ohne daß die Zunge der Wage sich rührt, wenn sie gleich sonst noch so beweglich ist. Ja wenn Sie, anstatt des Pfeifenstiels, einen eisernen Stab mit einem Gegengewichte

an der Wage befestigen, und auf das Eisen mit einem Pfeifenstiele stark schlagen, so rührt sich, indem dieser zerbricht, die Zunge der Wage eben so wenig als vorher. Denn der Pfeifenstiel behält eben deßhalb, weil er bricht, seine Bewegung ganz für sich, ohne sie der eisernen Stange mitzutheilen.

Mit dem Ziehen hat es eben die Bewandtniß, als mit dem Stoßen und Schlagen. Beschweren Sie die beiden Enden einer Wage mit kleinen und gleichen Gewichten, z. B. von 8 oder 12 Loth. Binden Sie alsdann an das eine Ende derselben mit einem etwas langen Zwirnsfaden eine etwa gegen 3 Pfund schwere Kugel fest, die Sie nahe unter der Wage mit der Hand unterstützen. Ziehn Sie hierauf die Hand plötzlich weg, daß die Kugel frey herunterfällt, so wird der Faden zerreißen, und die Wage ganz unbewegt bleiben. Und zwar wird der Faden reißen, wenn gleich er mehr als 3 Pfund, die ruhig an ihm hängen, tragen kann. Denn wenn der an ihm befestigte Körper durch eine gewisse Höhe fällt, so spannt er den Faden nicht bloß mit seinem Gewichte, sondern auch mit der ganzen Kraft, die er durch den Fall erlangt hat. Er theilt ihm eine ansehnliche Bewegung plötzlich mit, und deßhalb reißt der Faden.

Oft ersetzt bey Körpern, die eigentlich nicht zusammenhängen, die Schwere oder ein andrer Druck und die Reibung die Stelle des Zusammenhanges. Ein Schiff theilt seine Bewegungen allen Körpern mit, die sich auf ihm befinden, und ein Bret den Gewichten, die man auf dasselbe legt. Aber auch diese Art des Zusammenhanges wird durch einen plötzlichen und schnellen Stoß gleichsam vernichtet. Legen Sie auf eine hölzerne Scheibe, mit welcher Sie ein leeres Bierglas bedecken, ein

Stück Geld, und stoßen hierauf die Schribe durch einen starken horizontalen Schlag plötzlich vom Glase, so werden Sie sehen, daß das Geld in das Glas fällt, ohne an der Bewegung der Scheibe den geringsten Antheil zu nehmen. Dergleichen Erfahrungen giebt es unzählig viele, welche alle beweisen, daß bey einem sehr schnellen Stoße sich die gestoßnen Theile als ganz abgesonderte Körper betragen, und die empfangne Bewegung allein für sich behalten.

Diese Erfahrungen aber muß man vor Augen haben, wenn man sich von der Fortpflanzung des Schalles und der Töne deutliche und richtige Begriffe machen will. Jedermann weiß, daß zu der Entstehung eines Schalles sehr schnelle Schwingungen in den schallenden Körpern wesentlich nothwendig sind. Wir müssen also hieraus nothwendig schließen, daß sich die Materien, welche den Schall fortpflanzen, eben so dabey betragen, wie alle Körper bey plötzlichen und sehr schnellen Stößen überhaupt; daß die gestoßnen Theilchen nicht als zusammenhängende, sondern als abgesonderte Massen auf einander wirken, und daß diese besondre Art der Wirkung zur Erzeugung eines Schalles unumgänglich nothwendig ist. Wenn der Schall sich, wie Newton glaubt, durch Luftwellen fortpflanzte, die den auf der Oberfläche ruhiger Gewässer erregten Kreisen, von welchen ich bey einer andern Gelegenheit geredet habe, ähnlich sind, so müßte jede Schwingung eines elastischen Körpers hörbar seyn, weil jede auch noch so langsame ganz ähnliche Wellen in der Luft erregen müßte. Und wie könnte der Schall sich durch Wasser, durch Holz und alle andre feste und flüssige Körper fortpflanzen, wenn er sich nur durch Luftwellen fortpflanzte?

Newtons Theorie von der Fortpflanzung des Schalles ist nicht nur höchst dunkel und unerweislich, sondern sie widerspricht auch aller Erfahrung. Der Schall müßte viel langsamer fortgehn, als er wirklich fortgeht, wenn sie wahr wäre.

Der Schall pflanzt sich unfehlbar bloß durch die Federkraft der Körper fort, durch welche er auch entsteht. Sie wissen, daß gleiche elastische Kugeln, die einander berühren, wenn gleich ihrer noch so viele neben einander hängen, jeden Stoß, den die erste bekommt, so fortpflanzen, daß die mittleren Kugeln alle ruhig bleiben, und bloß die letzte mit derselben Geschwindigkeit abspringt, welche die erste durch den Stoß erhalten hat. Diese Fortpflanzung des Stoßes ist das wahre Bild der Fortpflanzung des Schalles. Um diese Aehnlichkeit noch deutlicher einzusehn, müssen Sie sich mit den folgenden Erfahrungen bekannt machen. Hängen Sie eine Menge gleicher elfenbeinerner Kugeln an gleichen und langen Fäden so neben einander auf, daß alle einander berühren, und daß die Mittelpunkte aller in eine und eben dieselbe wagrechte Linie fallen. Heben Sie alsdann bloß die erste Kugel auf, und lassen Sie sie auf die zweyte mit einer gewissen Geschwindigkeit fallen, so sondert sich sogleich nur die letzte Kugel allein ab, und steigt mit einer gleichen Geschwindigkeit herauf. Heben Sie die zwey ersten Kugeln zusammen auf, und lassen Sie sie zugleich und auf einmal auf die dritte fallen, so sondern sich die zwey letzten Kugeln ab und steigen zusammen in die Höhe. Heben Sie die drey ersten Kugeln zusammen auf, so sondern sich, indem sie an die vierte stoßen, die drey letzten Kugeln zugleich ab u. s. w.; und mit einem Worte: je größer die stoßende Masse wird, um desto mehr

nimmt auch die sich absondernde, und jener gleiche Masse zu. Und diesen Versuch kann man nicht bloß mit Kugeln, sondern auch mit Würfeln, Prismen, Walzen u. s. w. und andern Körpern machen, wenn sie nur einander gleich und elastisch sind. Der Erfolg ist immer derselbe, und er zeigt augenscheinlich, daß überhaupt in jedem Körper, der eine gewisse Federkraft hat, wenn irgend einer seiner Theile schnell und plötzlich gestoßen wird, so daß sich der Stoß durch die übrigen Theile, als durch unzusammenhängende Massen fortpflanzt, daß, sage ich, dieser Stoß durch den Körper in gerader Linie nach seiner anfänglichen Richtung fortgeht, und den Körper gleichsam in unzählig viele einander gleiche sehr kleine Massen absondert, in welche der Stoß nach und nach übergeht, bis endlich die letzte mit derselben Geschwindigkeit von den übrigen ganz ruhig bleibenden Massen abspringt, mit welcher die erste gestoßen wird.

Schwingt sich also eine stark gespannte Saite in der Luft, so stößt sie die Lufttheilchen, indem sie sich krümmt, mit der größten Schnelligkeit plötzlich fort. Diese Stöße gehn daher auf die eben beschriebne Art durch die Luft, und die letzten Lufttheilchen, welche unser Ohr berühren, springen bey jedem Stoße des tönenden Körpers ab, und wirken in die Nerven des Gehörs. Diese erhalten also immer, indem wir hören, eine Reihe von Stößen von den Theilchen, die den Schall fortpflanzen. Folgen diese Stöße immer in gleichen Zeiten auf einander und sind sie alle von gleicher Stärke, oder nehmen sie ganz allmählich an Stärke zu oder ab, so hören wir einen Ton. Folgen sie aber unordentlich in ungleichen Zeiten und in ungleicher Stärke auf einander, so hören wir einen bloßen

Schall. Schwingt eine Saite sich zu langsam, so ist der Stoß auf die Luft nicht schnell genug, daß er sich auf die beschriebne Art fortpflanzen könnte. Wir hören also alsdann ihre Schwingungen auch nicht, wir sehen sie nur.

Sie begreifen hieraus leicht, warum der Schall immer in geraden Linien fortgeht, wie die Erfahrung lehrt; warum er sich durch alle Körper so gut fortpflanzt, als durch die Luft; und warum durch dieselben Lufttheilchen sich hohe und tiefe Töne mit gleicher Leichtigkeit fortpflanzen. Denn es kommt bey der Fortpflanzung des Schalles auf die Höhe und Tiefe der Töne gar nichts an, weil jeder einzelne Stoß sich besonders fortpflanzt, er mag zu einer Reihe schnell oder langsam auf einander folgender Stöße gehören. Daher können hohe und tiefe Töne durch dieselben Lufttheilchen gehn, und sich, wie die Lichtstrahlen, auf mancherley Art durchkreuzen.

Sie müssen aber bey der Fortpflanzung des Schalles die Geschwindigkeit der Bewegung, welche fortgepflanzt wird, von der Geschwindigkeit der Fortpflanzung selbst unterscheiden. Jene hängt von der Schnelligkeit der Schwingungen des schallenden Körpers, diese aber bloß von der Federkraft der Materie ab, durch welche der Schall sich fortpflanzt. Denn die Fortpflanzung besteht bloß darin, daß von gleichen einander berührenden Massen, so wie von neben einander hängenden gleichen Kugeln, die eine sich von einer Seite ausdehnt, und die andre von der andern zusammengedrückt wird. Beides geschieht in allen mittleren Massen immer zugleich. Je größer aber die Federkraft der Massen ist, um desto schneller dehnen sie sich aus, um desto schneller werden sie also auch zusammengedrückt, um desto schneller geht

der Schall fort. Auf die Grösse der Zusammendrückung kommt hierbey gar nichts an. Denn indem z. B. eine elastische Kugel in D (Fig. 25) auf ein unbewegliches Hinderniß, oder auf eine gleiche elastische Kugel stößt, die ihr mit einer gleichen Bewegung entgegenkommt, und bis an den alsdann in C befindlichen Punkt abgeplattet wird, so bewegt sich dieser Punkt aus dem Orte C nach D. Je mehr er sich aber von C entfernt, um desto grösser wird der Widerstand, den die Kugel seiner Bewegung durch ihre Federkraft entgegensetzt. In D ist er am größten, und er nimmt hierauf, indem jener Punkt wieder gegen den Ort C zurückgeht, und sich, nebst der ganzen Kugel, von D weg bewegt, um desto mehr ab, je mehr sich der Punkt dem Orte C nähert, in welchem er völlig verschwindet. Da also die Bewegung jenes Punkts durch eine Kraft von einer Seite verzögert, von der andern aber beschleunigt wird, die sich allezeit, wie die Entfernung von C, verhält, so ist sie offenbar der Bewegung einer gespannten Saite völlig ähnlich, und also immer gleichzeitig, sie mag grösser oder kleiner seyn. (50. Brief 1. Anm.) Da nun der gerade und zentrale Stoß elastischer Massen gegen einander, wie ich Ihnen an einem andern Orte gezeigt habe, allezeit auf den Stoß gleicher Massen, die einander mit gleichen Bewegungen gerade entgegen kommen, zurückgebracht werden kann, so folgt, daß bey jedem Stoße die Zusammendrückung und Ausdehnung der elastischen Massen immer gleich lange dauert, sie mag stark oder schwach seyn, so wie grössere und kleinere Schwingungen ebenderselben Saite immer eine gleiche Dauer haben. Die Grösse aber jener Dauer hängt bloß von der Federkraft der sich stossenden Körper ab.

Wenn Sie dieses auf die Fortpflanzung des Schalles anwenden, so sehen Sie leicht, da hier auch gleiche und gleich elastische, gleichsam abgesonderte Massen, allenthalben gerade und zentral auf einander stoßen, daß ihre Zusammendrückung und Ausdehnung überall immer von gleicher Dauer seyn muß, sie mag nun stärker oder schwächer seyn, und daß also die Größe der Bewegung, welche die erste Masse erhält und hernach den übrigen Massen mittheilt, auf die Geschwindigkeit der Fortpflanzung nicht den geringsten Einfluß hat. Daraus läßt sich deutlich begreifen, warum der Schall allezeit gleichförmig in der Luft fortgeht, und warum die stärksten und schwächsten Schälle sich mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen.

Zwey und siebzigster Brief.

Bey der Fortpflanzung des Schalles durch die Luft wird immer ein sehr kleines Lufttheilchen mit einer Kraft, die nur sehr wenig größer ist als die natürliche Federkraft der Luft, die uns umgiebt, äußerst wenig zusammengedrückt, indem das nächstanliegende sich zugleich ausdehnt. Eben dasselbe aber würde geschehen, wenn aus einem immer gleich stark mit der untern atmosphärischen Luft angefüllten Gefäße diese durch eine äußerst kleine Oeffnung in einen leeren Raum ausfließen möchte. Hier würde auch jedes Lufttheilchen, indem es in die Oeffnung tritt, von dem nächstanliegenden gleichen Theilchen immerfort mit der Federkraft der eingeschloßnen Luft,

welche dieses Theilchen noch ganz hätte, fortgestoßen werden, indem dieses sich zugleich ausdehnte. Da also in beiden Fällen mit Kräften, die einander fast vollkommen gleich sind, Massen, die wir als gleich annehmen können, weil die Oeffnung des Gefäßes so klein seyn kann, als man will, sich auf gleiche Art ausdehnen, so muß auch diese Ausdehnung in beiden Fällen durch eine gleiche Reihe dieser gleichen Massen in gleicher Zeit gehen. Der Schall muß sich also in der Luft mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen, mit welcher die Luft aus jenem Gefäße in einen leeren Raum ausfließen würde.

Da nun die Federkraft der untern Luft, die uns umgiebt, in ihrem mittleren Zustande dem Gewichte einer 32. Fuß hohen Wassersäule gleich ist, so würde, wenn man die untre Luft eigenthümlich 850 Male leichter annimmt, als das Wasser, jenes Gewicht dem Gewichte einer 27200 Pariser Fuß hohen Luftsäule, die durchgehends so dicht wäre, als die untre Luft, gleich seyn. Die Geschwindigkeit der aus unserm immer vollen Gefäße in den leeren Raum ausfließenden Luft sollte daher, nach den oben erwiesenen Grundsätzen der Hydraulik, dieser Höhe zukommen, folglich 1277 Pariser Fuß in einer Sekunde betragen. Allein so wenig als die ausfließende Luft jemals diese ganze Geschwindigkeit haben würde, eben so wenig kann man bey der Fortpflanzung des Schalles eine so große Schnelligkeit erwarten. Sie würde vielleicht Statt finden, wenn die Luft vollkommen elastisch und vollkommen rein wäre. Vielleicht giebt es aber auch noch andre Ursachen, welche sie schwächen, so wie die Reibung die meisten andern Bewegungen auf der Erde verzögert. Genug, der Schall geht, wie Sie wissen, ins Mittel, in einer Sekunde nur durch 1040 Pariser Fuß, also fast

nur durch $\frac{4}{5}$ des Raumes, durch den er eigentlich gehen sollte.

Durch andre Körper, die von Natur eine größre Federkraft haben, als der untre zusammengedrückte Theil der Atmosphäre, geht er unfehlbar schneller fort. Denn alle Materien, in denen er sich fortpflanzen soll, müssen nicht bloß elastisch seyn, sondern auch eine beträchtliche Federkraft besitzen, und daher entweder, wie die untre Luft, zusammengedrückt oder gespannt seyn, wie es alle harte Körper von Natur sind. Je größer diese Federkraft ist, um desto schneller ist die Fortpflanzung des Schalles. In dem obersten Theile der Atmosphäre z. B. ist kein Ton möglich, weil hier die Luft ohne alle Federkraft, obgleich eben so gut wie die untre elastisch ist. Eine höchst feine luftartige Materie also, die zwischen allen himmlischen Körpern durch das ganze Universum verbreitet wäre, würde einer solchen innerlichen Erschütterung gar nicht fähig seyn, dergleichen diejenige ist, durch welche sich der Schall in der verdichteten Luft fortpflanzt. Denn sie könnte im Ganzen nach keiner Gegend hin schwer, also auch nicht durchaus verdichtet und zusammengedrückt seyn. Folglich würde ihr, ihrer Elasticität ungeachtet, alle merkliche Federkraft fehlen. Es scheint daher an sich ganz unmöglich zu seyn, daß sich das Licht, wie einige glauben, in einer solchen Materie, eben so, wie der Ton in der Luft, fortpflanzen sollte.

Eine zitternde Saite stößt bey jeder Schwingung, die sie macht, wegen ihrer Krümmung, die Luft nach sehr verschiednen Richtungen fort. Ueberdieß bleibt sie, indem sie sich schwingt, nicht immer in einerley Ebne, sondern sie geht rings umher aus einer Ebne in die andre über, und man kann die drehende Bewegung, welche sie hat, mit dem Auge

unterscheiden, wenn man sie aufmerksam betrachtet, weil sie, nicht bloß nach einer Richtung, sondern nach allen Seiten hin, in dem am stärksten zitternden Theile dicker zu seyn scheint. Auf eine ähnliche Art zittert unfehlbar auch die Luft in den Pfeifen, zu geschweigen, daß der Ton durch die aus den Pfeifen fahrende Luft nach allen Seiten hin zerstreut wird. Daher verbreiten sich die Tonstrahlen allezeit eben so, als wenn sie aus einem einzigen Punkte kämen, in geraden Linien nach allen Gegenden fort. Bey dem bloßen Schalle findet dieses noch viel mehr Statt, als bey dem Tone. Hierzu kommt, daß bey jedem Tone oder Schalle nie bloß der Hauptkörper tönt oder schallt, indem alle federharte Körper in der Nähe zugleich mit zu zittern anfangen, und ihre Töne mit dem Haupttone vermischen, wodurch die Verbreitung des Tons nach allen Seiten hin noch mehr befördert wird. Endlich wird ein jeder Schall von allen Körpern, auf welche die schallende Luft stößt, zurückgeworfen, und daher gleich bey seiner Entstehung seine Richtung auf unzählige Arten verändert und vervielfältigt.

Daß aber der Schall in der Luft nach denselben Gesetzen zurückgeworfen wird, als das Licht, davon kann man sich am deutlichsten überzeugen, wenn man zwey große Hohlspiegel einander gegenüber stellt, und in den Brennpunkt des einen eine Taschenuhr legt. Denn so kann man oft auf eine Weite von 50 Schritten in dem Brennpunkte des andern Spiegels, an welchen man das Ohr halten muß, das Schlagen der Taschenuhr deutlich bemerken, wenn gleich mitten zwischen beiden Spiegeln nichts davon zu hören ist. Dieser merkwürdige und leichte Versuch geht alsdann am besten von statten, wenn die Spiegel parabolisch gekrümmt

sind. Mit solchen von ihm selbst verfertigten Spiegeln, die noch in Dresden sind, hat ihn Höfe zuerst 1756 daselbst gemacht. Er beweiset ganz unwidersprechlich, daß die Lufttheilchen, durch welche der Schall fortgeht, sich völlig so wie einzelne und abgesonderte gleiche Kugeln oder Würfel verhalten, deren Mittelpunkte alle in eine gerade Linie fallen, und daß sie auch, wie einzelne federharte Körper, von harten Flächen abspringen.

Der Schall muß also auch von allen andern harten Flächen, wenn sie gleich rauh und keine Spiegel sind, wiewohl unregelmäßig zurückgeworfen werden. Auf weichen Flächen hingegen wird er gleichsam erstickt, und hört in ihnen auf, ohne abzuspringen. Die zurückgeworfnen Tonstrahlen müssen, wenn sie sich in unserm Ohre mit den Hauptstrahlen des Schalles vermischen, diesen verstärken, und es ist hierbey ganz gleichgültig, ob sie regelmäßig zurückgeworfen worden sind oder nicht, wenn sie nur unser Ohr erreichen. Es ist sogar nicht einmal nöthig, daß sie mit den Hauptstrahlen zugleich ins Ohr fallen. Sie können etwas später ankommen und sich dennoch mit diesen vermischen, weil jeder Schall und jede Empfindung eines Schalles eine gewisse Zeitlang dauert. Aus dieser Ursache hört man in einem Zimmer alles was daselbst gesprochen wird, auch in einiger Entfernung von den Sprechenden, viel deutlicher und stärker als auf der Gasse oder im freyen Felde; besonders wenn das Zimmer leer ist und nackte Wände hat. Denn auf den weichen Kleidern der Menschen, auf den Polstern der Stühle, und auf weichen Tapeten erstickt der Schall. Daher muß auch in einer Kirche ein Redner, um sich verständlich zu machen, die Brust viel stärker angreifen,

wenn die Kirche voll, als wenn sie leer ist. Und in unterirdischen gemauerten und gewölbten Kanälen kann man, wegen der Zurückwerfung von den Wänden und dem Gewölbe, auch den schwächsten Schall in einer sehr großen Entfernung von einem Ende bis zum andern hören. So vermehrt sich auch der Schall zwischen Bergen und Felsen, und daher ist der Donner in gebirgigen Gegenden stärker und anhaltender als in ebnen. Ueberhaupt rührt das Rollen und Brüllen des Donners bloß davon her, daß unten auf der Erde unzählig viele Gegenstände sind, die den Schall der elektrischen Ausbrüche, von denen oft mehrere schnell auf einander folgen, zurückwerfen und verstärken. Wenn man sehr nahe bey dem Orte ist, den der Blitz trifft, so hört man nur einen ganz einfachen Schlag, und selbst eine Kanone, die oben auf einem etwas hohen Berge abgefeuert wird, verursacht unten in der Tiefe einen dem Donner völlig ähnlichen brüllenden und rollenden Schall.

Man hat Sprachsähle oder Sprachzimmer, die so eingerichtet sind, daß derjenige, welcher in der einen Ecke desselben steht, alles hört, was in der gegenüber stehenden Ecke ganz leise gesprochen wird, ohne daß die dazwischen stehenden Personen den geringsten Laut bemerken. Dergleichen Zimmer sind allemal elliptisch gewölbt, und um desto vollkommner, je härter und glätter ihre Gewölbe sind. Wenn F und G (Fig. 23) die Brennpunkte des Gewölbes ADB sind, so liegen diese Punkte selbst in den Ecken des Sprachzimmers, und seine Mauern gehn an ihnen lothrecht bis zu dem Gewölbe in die Höhe. Außerdem haben sie über dem Boden eine Höhe von etwa 5 Fuß. Wenn also ein Mensch in der einen Ecke seinen Mund an dieselbe hält,

so fahren die Tonstrahlen des Mundes, wie GD, gegen das Gewölbe, und werden insgesammt nach F zurückgeworfen, wo das Ohr des andern Menschen liegt, und daher hört dieser alles, ohne daß die näher bey dem Redenden stehenden den geringsten Laut emfinden.

Auch das Sprachrohr thut seine Wirkung bloß durch die Zurückwerfung des Schalles. Morland hat es zuerst 1670 in England erfunden, und es dienet, die Stimme desjenigen, der es an den Mund setzt, auf eine sehr große und ungewöhnliche Weite verständlich zu machen. Daher muß es nicht selbst nachklingen oder schwirren, weil es nicht eigentlich den Schall verstärken, sondern vielmehr artikulirte Töne unvermischt, rein und deutlich auf eine große Entfernung fortführen soll. Man macht es gemeiniglich von etwas dickem Bleche, und giebt ihm die Gestalt einer oben am Munde engen, nach unten zu aber sich etwas erweiternden, langen, kegelförmigen Röhre. Diese Gestalt ist unfehlbar auch die beste, ungeachtet man an ihr auf verschiedne Art, wiewohl ohne Erfolg, zu künsteln versucht hat. Eigentlich sollte das Rohr wohl ein parabolischer Kegel, und an seinem Brennpunkte abgeschnitten seyn, damit dieser Punkt in den Mund des Redenden fiele. Denn so würde jeder Tonstrahl mit der Axe des Kegels parallel aus dem Rohre fahren, indem er von den Wänden desselben zurückgeworfen wird, also der Schall sich durch die Verbreitung gar nicht schwächen, sondern in seiner ganzen Stärke so weit als möglich fortgeführt werden können. Wenn aber ein solcher parabolischer Kegel, in Ansehung seiner Länge, nur eine sehr geringe Weite hat, so ist die Krümmung seiner Seiten auch nur sehr unbeträcht-

lich, und man kann, ohne den geringsten Nachtheil, an seiner Stelle sich eines geraden Kegels bedienen, bey welchem, wenn er gehörig eingerichtet wird, die Schallstrahlen auch nur sehr wenig aus einander fahren. Uebrigens dringen diese Strahlen auch durch die Wände des Rohrs, so wie das Licht durch Glas dringt. Daher hört man, wenn man dem Redenden zur Seite steht, ebenfalls den Ton seiner Stimme.

Wenn der zurückgeworfne Schall etwas spät in unser Ohr kömmt, sich aber doch noch immer zum Theil mit dem Hauptschalle vermischt, und mit ihm gleichsam zusammenhängt, so hören wir einen Nachhall. Diesen findet man unter jedem etwas hohen Gewölbe, wenn man daselbst laut spricht. Hat aber ein solches Gewölbe eine sehr ansehnliche Höhe, so verspätet sich der zurückgeworfne Schall so sehr, daß man ihn von dem Hauptschalle deutlich unterscheiden kann. Alsdann nennt man ihn ein Echo. Vermöge der Erfahrung können wir, wenn wir auf der Geige oder einem andern Instrumente die Töne so schnell als möglich auf einander folgen lassen, in einer Sekunde höchstens 9 Töne deutlich unterscheiden. Man muß also annehmen, daß der sinnliche Eindruck eines Schalles von mittlerer Stärke etwa $\frac{1}{9}$ Sekunde dauert. In dieser Zeit durchläuft der Schall 116 Pariser Fuß. Ist also ein Gewölbe halb so hoch, so läuft der Schall durch 58 Fuß bis an dasselbe, und nach der Zurückwerfung wieder durch 58 Fuß bis zu unserm Ohre. Wir hören also ein Echo, wir unterscheiden den zurückgeworfnen Ton vom Haupttone, weil jener um $\frac{1}{9}$ Sekunde später in unser Ohr fällt als dieser. Aber dennoch ist dieses Echo dem Hauptschalle so nahe, daß wir, wenn wir reden, nur die letzte Sylbe wiederholen

hören. Das Echo ist also einsylbig. Wenn aber der harte Körper, der den Schall zurückwirft, viel weiter von uns ist, so wird das Echo vielsylbig. Es wiederholt zuweilen 10 und noch viel mehrere Sylben nach einander, besonders wenn man laut schreit oder durch ein Sprachrohr spricht. Denn die Echos pflegen um desto schwächer zu seyn, je weiter die Körper von uns entfernt sind, von welchen sie herkommen.

Drey und siebzigster Brief.

Einige Echos sind einfach, andre vielfach. Die letztern wiederholen ebendenselben Schall oder ebendieselben Sylben viele Male nach einander. Sie entstehn daher, daß verschiedne Körper, die mehr als 58 Fuß weit aus einander liegen, denselben Schall in hinlänglicher Stärke gegen unser Ohr zurückwerfen; oder daß derselbe Schall zwischen verschiednen Körpern hin und her geworfen wird, und nach jeder Zurückwerfung unser Ohr rührt. So ist bey Verdün zwischen zweyen Thürmen ein Echo, welches jedes laute Wort 12 bis 13 Mal, nach und nach immer schwächer, wiederholt; und bey Koblenz soll am Ufer des Rheins ein siebzehnfaches Echo seyn.

Mauern, Gebäude, Felsen, Berge, Bäume, kurz alle federharte Körper, und selbst das Wasser, sind fähig ein Echo zu verursachen, es mögen übrigens diese Körper glatt oder rauh seyn, wenn sie nur entfernt genug sind und, in Ansehung unser, verschiedne

schiedne Lagen haben. Denn indem der in der Luft befindliche Schall an diese verschiednen Körper stößt, wird er von einigen bey unserm Ohre vorbey, von andern nach dem Ohre hin, zurückgeworfen. Ist nun die Menge der Schallstrahlen, welche die letztere Richtung haben, groß genug, so hören wir ein Echo. Es müssen aber durchaus mehrere Schallstrahlen von verschiednen Punkten her unserm Ohre zugeschickt werden, und darin fast zugleich ankommen, wenn das Echo merklich seyn soll. Indessen ist der zurückgeworfne Schall doch immer viel schwächer, als der Hauptschall. Daher hören wir nie ein Echo, wenn wir nur leise reden. Ist aber ein Schall stark und nahe, so wird er mehrentheils von einem Echo begleitet.

Bey einem starken Schalle stoßen die Lufttheilchen in solcher Menge und so schnell hinter einander auf die nahen Körper, daß diese oft dadurch eben so, wie durch einen einzigen Stoß eines harten Körpers, erschüttert werden, und selbst zu tönen oder zu schallen anfangen. Vorzüglich merklich ist die Wirkung des Schalles in der Luft, wenn es donnert, da oft ein heftiger und naher Schlag die Fenster und das Holzwerk der Gebäude, ja selbst die Erde, erschüttert. Durch Schwingungen, die auf diese Art erregt werden, wird die Wirkung des Sprachrohrs und des Echo oft verstärkt, und man muß diese Verstärkung von der, welche die bloße Zurückwerfung verursacht, sehr wohl unterscheiden. Wir können daher bey einem sehr starken Schalle zuweilen ein Echo hören, ungeachtet die zurückgeworfnen Hauptstrahlen bey dem Ohre vorbeygehn.

Aber schwache oder mäßig starke Töne können nur solche Körper erschüttern, die mit ihnen harmonisch klingen. Wenn mehrere gespannte Saiten einander nahe sind, und Sie die eine berühren, daß sie tönt,

so fangen alle höhere harmonische Saiten, wie auch die, welche den Grundton angeben, insgesammt ihrer ganzen Länge nach, von selbst sehr merklich zu zittern an; die tiefern harmonischen Saiten aber theilen sich in mehrere gleiche Theile und schwingen sich ebenfalls. Die unharmonischen Saiten hingegen bleiben ganz ruhig, wenn sie gleich der berührten Hauptsaite näher sind, als die harmonischen.

Die Ursache dieser höchst merkwürdigen Erscheinung, deren Wichtigkeit zuerst Rameau einsah, und aus ihr alle Regeln der Harmonie und Musik herleitete, gründet sich darauf, daß die Stöße der Lufttheilchen, durch welche sich der Grundton fortpflanzt, immer in gleichen Zeiten auf einander folgen, und daß diese Zeiten mit den Schwingungszeiten der harmonischen Saiten übereinstimmen. Denn die eine Saite macht, während jeder derselben, 2, die andre 3, die dritte 4 ganze Schwingungen u. s. w. Daher wird bey der einen immer die zweyte, bey der andern immer die dritte Schwingung u. s. w. durch jeden neuen Stoß der Luft verstärkt, und da diese Stöße in solcher Menge und so schnell auf einander folgen, so wird das Zittern der harmonischen Saiten sehr bald merklich, dahingegen bey den unharmonischen jeder neue Stoß die unendlich kleine Schwingung wieder vernichtet, die der nächstvorhergehende erregt hatte. Daher schwingen sich diese Saiten gar nicht im geringsten auf eine merkliche Art, sondern bleiben ganz ruhig. Es verhält sich mit den Saiten eben so, wie mit den Pendeln, die man bloß dadurch, daß man absatzweise auf sie bläst, in Bewegung setzen kann *).

*) Man sehe den sechs und vierzigsten Brief.

Die höhern harmonischen Saiten bewegen sich, wenn der Grundton durch die Luft auf sie wirkt, stärker, als die tiefern; am stärksten die erste höhere Oktave des Grundtons, welche zwey; etwas schwächer die erste Oktave der Quinte, welche drey; schwächer die zweyte höhere Oktave, welche vier; und am schwächsten die zweyte Oktave der großen Terze, welche 5 Schwingungen in derselben Zeit macht, da sich die Saite des Grundtons einmal schwingt. Denn die noch höhern harmonischen Töne hört man kaum mehr. Von den tiefern Saiten ist die erste die erste Oktave; die andre die zweyte Oktave der Quarte; die dritte die zweyte Oktave; und die vierte die dritte Oktave der kleinen Sexte des Grundtons, weil jeder Ton sich zu seiner kleinen Sexte, wie 5 : 8 verhält. Diese Töne hören wir also mit jedem Tone, einige stärker, andre schwächer, zugleich mit, wenn Saiten oder andre Körper da sind, welche durch jenen Grundton harmonisch erschüttert werden. Denn daß nicht bloß gespannte Saiten sondern auch andre dünne und harte Körper, die sich schwingen und tönen, wenn man sie streicht oder stößt, auch durch schwache Töne, die sich in der Luft verbreiten, harmonisch bewegt werden können, beweisen viele ganz gemeine Erfahrungen. Fensterscheiben, gläserne Gefäße, ja selbst dünne elastische Stäbe, zittern bey gewissen Tönen sehr merklich und bleiben bey andern ganz ruhig, wenn in der Nähe Musik gemacht, oder ein Instrument gespielt wird. Man kann sogar ein Glas zersprengen, wenn man es an den Mund setzt, und den Ton, den es beym Anschlagen angiebt, sehr stark und anhaltend hinein schreit. Denn indem das Glas harmonisch mitklingt, theilt es sich, und die durch die Knoten getrennten Theile desselben schwingen sich bey der lange anhaltenden Stärke des

Tons so heftig, daß das Glas, als ein sehr spröder Körper, zuletzt zerbricht.

Auch dünne Breter tönen harmonisch mit, wenn die schallende Luft auf sie fällt, und zwar, da sie aus Fäden von verschiedner Länge und Dicke zusammengesetzt sind, wahrscheinlich noch mannigfaltiger, als andre Körper, welche diesen Bau nicht haben. Je öfter sie auf diese Art zu beben und je mannigfaltiger sie sich dabey zu theilen genöthigt werden, um desto leichter und stärker nehmen sie, wie es scheint, in der Folge dergleichen harmonische Erschütterungen an, weil der Zusammenhang zwischen ihren Fäden ohnehin nur schwach ist, und durch die häufige Absonderung in Theile, die sich jeder besonders schwingen, noch mehr geschwächt wird. Unfehlbar ist dieses die wahre Ursache, weßhalb ausgespielte Geigen, Flügel, Klaviere u. s. w. besser klingen, als neue.

Daher bringt man bey den Saiteninstrumenten allezeit einen hohlen Körper von sehr dünnen und trocknen Bretern an, um den Ton der Saiten zu verstärken. Es ist sehr wahrscheinlich, daß ein solcher Körper sich theilweise schwingt und theilweise ruht, wenn die Töne der Saiten in ihn wirken, und daß er sich, da er gleichsam aus Saiten zusammengesetzt ist, auch nach Art der Saiten harmonisch theilt, indem er bebt. Denn man darf nur, indem eine Saite tönt, das Ohr an eine Oeffnung des hohlen Körpers einer Geige halten, um sich von dem Daseyn der harmonischen Nebentöne zu überzeugen. Der Ton der Saiten wird daher durch diesen Körper verstärkt und verändert, ja er bekommt seinen eigenthümlichen Karakter bloß durch ihn. Denn welch ein himmelweiter Unterschied ist nicht zwischen dem

Töne ebenderselben Saite, wenn man sie zuerst auf einem dicken Brete, und hernach auf einer Kremoneser Geige ausspannt? In dem bloßen Zurückwerfen der Tonstrahlen kann dieser Unterschied nicht liegen, weil der Ton durch die Geige wirklich ganz verändert und unendlich angenehmer gemacht wird. Dieses geht so weit, daß bey ihm fast alles auf die Geige selbst, und wenig oder nichts auf die Saiten ankommt. Es ist also ausgemacht, daß bloß durch die Vermischung der aus dem Holze gezognen harmonischen Nebentöne mit dem Haupttone der Saiten sich der eigenthümliche Ton der Geige bildet, den unser Ohr empfängt, und für einfach hält, obgleich er sehr zusammengesetzt ist. Ebendasselbe läßt sich von allen Saiteninstrumenten überhaupt sagen, weil sie alle unter oder neben den Saiten Resonanzböden von Holze haben.

In der Musik bedient man sich zum Vortrage der Melodie und zu ihrer Begleitung nur der Saiteninstrumente oder der Blasinstrumente. Der Ton beider ist allezeit nur mit harmonischen Nebentönen gemischt, und er erregt auch in den Resonanzböden und den ruhenden Saiten nur harmonische Nebentöne. Dieser musikalische oder eigentliche Ton ist also von dem Klange der Scheiben, Glocken und andrer ähnlicher Körper wesentlich unterschieden, indem dieser fast allezeit durch unharmonische Nebentöne mehr oder weniger verunreinigt, und nur selten ohne alle Beymischung von Nebentönen ist. Es war also nicht ein Mangel der Kenntniß der unharmonischen Nebentöne der Scheiben, Glocken, Blechstreifen und Stäbe, welcher einen Rameau, d'Alembert und Rousseau bewog, die Grundsätze der Musik aus den Nebentönen, die sich allemal mit den Haupttönen vermischen, herzuleiten; sondern die

Ueberzeugung, daß die Nebentöne der musikalischen Instrumente allezeit harmonische Töne sind, und daß man bey der Erklärung der Grundsätze der Musik nicht auf die unreinen Klänge der Scheiben und Blechstreifen, sondern bloß auf die eigentlichen und musikalischen Töne zu sehen habe.

Wenn auf musikalischen Instrumenten zugleich mehrere Töne angegeben werden, so ist es uns vorzüglich angenehm von den höhern Intervallen die Oktaven, Quinten oder großen Terzen des Grundtons zu hören. Denn diese durch den Grundton in den höhern harmonischen Saiten und Körpern erregten Nebentöne sind wir gewöhnt, mit jedem musikalischen Tone schwach mitzuhören. Diese Gewohnheit und die dadurch erlangte Fertigkeit macht, daß es angenehm ist, wenn jene Intervalle deutlich in unser Ohr fallen. Nächst ihnen hören wir auch die Intervalle der tiefern harmonischen Saiten mit Wohlgefallen. Sie geben den Mollakkord, so wie die Intervalle der höhern harmonischen Saiten den Durakkord.

Die alte Meinung, daß das Angenehme der Oktaven, Quinten und Terzen von den leichten Verhältnissen dieser Töne zu dem Grundtone herrührt, scheint kaum eine ernstliche Widerlegung zu verdienen. Denn da die Luftstöße, welche unser Ohr empfängt, indem es einen Ton hört, viel zu schwach sind und viel zu schnell auf einander folgen, als daß wir sie unterscheiden und zählen könnten, da wir uns ihrer gar nicht einmal bewußt sind, wie ist es möglich, daß wir die Schläge, die das Ohr in einer gewissen Zeit erhält, ihrer Anzahl nach, unter sich vergleichen sollten? Die Empfindung unsres Ohrs ist nicht die Wirkung einzelner Luftstöße, sondern wenn

ich so sagen soll, eines Kontinuums von Stößen, und daher fühlen wir auch nicht die Reihe dieser Stöße im Ohre, sondern wir hören einen Ton oder Schall. So sehen wir jeden Körper als ein ausgedehntes Kontinuum, ungeachtet wir die einzelnen Punkte, durch welche der Körper dem Auge sichtbar wird, nicht jeden besonders empfinden. Ueberdieses klingt die Quinte z. B. wohl immer angenehm, obgleich sie etwas niedriger ist, als sie eigentlich seyn sollte, und sich z. B. wie 40 : 27 zu dem Grundtone verhält. Und dennoch wird das Ohr aufs stärkste beleidigt, wenn zwey Töne zusammenklingen, die sich wie 6 : 7 gegen einander verhalten, ungeachtet das Verhältniß von 6 : 7 viel leichter und einfacher ist, als das von 27 : 40. Dergleichen Beyspiele ließen sich noch sehr viele anführen, welche alle ganz augenscheinlich beweisen, daß unsre Empfindung bey dem Zusammenklingen der Töne gar nicht davon abhängt, ob diese Verhältnisse einfach und leicht sind, oder nicht.

Man sagt gewöhnlich, ein jedes Intervall habe gewisse Perioden und Doppelschläge. Bey einer Quinte z. B. empfange das Ohr im ersten Anfange einen Doppelschlag von beiden tönenden Saiten, hernach, nach Verfluß des dritten Theils der Zeit einer Periode, oder nach $\frac{1}{3}$ t, einen einfachen Schlag von der ersten, hierauf nach $\frac{1}{6}$ t einen einfachen Schlag von der zweyten, ferner nach $\frac{1}{6}$ t einen einfachen Schlag von der ersten Saite, und endlich nach $\frac{1}{3}$ t wieder einen Doppelschlag. So gehe es durch alle übrige Perioden. Allein auch diese Vorstellung ist ganz irrig und gründet sich auf die falsche Voraussetzung, daß die Seele die Luftstöße zähle oder vergleiche, welche

das Ohr erhält. Denn wenn das Wesen der Quinte in diesen künstlich gebauten Perioden bestände, was würde aus ihr werden, wenn von den beiden Schlägen, die zugleich ins Ohr kommen sollten, um einen Doppelschlag zu bilden, der eine um $\frac{1}{50}$ s oder um $\frac{1}{100}$ t später oder eher ankäme, als der andre? Unstreitig findet ein ähnlicher Fall mehrentheils Statt, und dennoch hören wir, ohne alle Doppelschläge, eine Quinte, weil unsre Empfindung die Wirkung der ganzen Reihe von Luftschlägen, nicht aber der einzelnen Schläge, ist, und daher ähnliche Reihen auch ähnliche Empfindungen erzeugen, wenn gleich sie in ihrem innern Baue nicht genau übereinstimmen.

Vier und siebzigster Brief.

Die Stärke des Schalles hängt nicht bloß von der Schnelligkeit ab, mit welcher der schallende Körper zittert, sondern sie ist auch, unter übrigens gleichen Umständen, um desto größer, je größer die Dichtigkeit und Federkraft der Luft ist, theils in welcher sich das Ohr befindet, theils in welcher der Schall entsteht. Denn je dichter die erstere Luft ist, um desto mehrere Masse haben die Lufttheilchen, die in unser Ohr wirken, und je mehrere Federkraft sie besitzen, um desto schneller stoßen sie. [illegible] Bewegung, sie sey schwach oder stark, einem Körper langsam und allmählich oder schnell und plötzlich mitgetheilt, und bey der Fortpflanzung des Schalles für die Luft, ist diese

Mittheilung um desto schneller, je mehrere Feder-kraft die Lufttheilchen haben. Daher ist die Bewegung, die unserm Ohre mitgetheilt wird, wenn wir einen Schall in der Luft hören, überhaupt unter übrigens gleichen Umständen um desto grösser, je grösser die Dichtigkeit und Federkraft der Luft ist, in welcher wir uns befinden. Aus dieser Ursache verliert jeder Schall für uns seine Stärke, wenn wir auf sehr hohen Bergen stehen, selbst derjenige, der von unten zu uns heraufkommt. Aber auch auf die Luft, in welcher der Schall entsteht, kommt sehr viel an. Je grösser ihre Dichtigkeit und Federkraft ist, um desto stärker reißt sie gleichsam von allen Körpern, auf welche sie fällt, die Theilchen los, und nöthigt sie, als besondre Massen auf einander zu wirken und so den Schall fortzupflanzen. So wirkt die verdichtete Luft auf eine Glasglocke, in welcher sie eingeschlossen ist, wenn in ihr ein Schall entsteht.

Der Schall geht aus der Luft in alle Körper über, welche diese berührt, und pflanzt sich durch sie fort. Indessen wird er bey diesem Uebergange allemal sehr merklich geschwächt. Man hört auch durch verschloßne Thüren die Stimme eines Menschen, der im Zimmer spricht; allein man hört alles dennoch viel deutlicher, wenn die Thüren offen sind. Auch unter dem Wasser hören diejenigen, welche sich in einer Taucherglocke darunter versenken, das, was über ihnen in der Luft gesprochen wird, nur undeutlich und schwach, selbst wenn sie sich nahe unter der Oberfläche des Wassers befinden. Dieses rührt wohl hauptsächlich davon her, daß alle andre Körper einen stärkern Zusammenhang haben, als die Luft. Denn die Theilchen einer tönenden Saite haben immer sehr verschiedne Geschwindigkeiten, und die mittlern

gehn allzeit in derselben Zeit durch einen viel grös-
sern Raum hin und her, als die an ihren beiden
Enden. Auf eine ähnliche Art verhält sich die Sache
bey einem jeden Schalle, und daher sind immer von
den Lufttheilchen, welche den Schall fortpflanzen,
einige viel stärker zusammengedrückt, als andre. Von
der Grösse aber dieser Zusammendrückung hängt die
Schnelligkeit des Stoßes dieser Theilchen auf andre
Körper ab, obgleich die Zeit, in welcher sie sich wie-
der herstellen, um desto kürzer ist, je mehrere Feder-
kraft sie besitzen. Wenn also die schallende Luft auf
andre Körper fällt, die einen stärkern Zusammenhang
haben, so können bloß diejenigen Theilchen, welche
am stärksten zusammengedrückt sind, durch die Schnel-
ligkeit ihres Stoßes diesen Zusammenhang gleichsam
überwinden, und die Fortpflanzung des Schalles
durch jene Körper bewirken. Die übrigen können
die Körper bloß erschüttern und von ihnen zurückge-
worfen werden, ungeachtet der schallende Körper sie
ebenfalls von der übrigen Luft durch seinen Stoß
gleichsam loszureissen im Stande war, weil die Luft
überhaupt sehr schwach zusammenhängt.

Wenn wir also einen Ton oder Schall in der
Luft hören, so wirken immer viele Lufttheilchen zu-
gleich in das Ohr, die eine sehr verschiedne Span-
nung, wahrscheinlich auch verschiedne Massen, haben.
Ueberdieses vermischen sich mit dem Haupttone alle-
mal eine Menge von Nebentönen, die von den nahe
an dem schallenden Hauptkörper befindlichen Körpern
theils zurückgeworfen, theils dadurch, daß sie zu-
gleich mit zittern, erregt werden. Alle diese zugleich
in das Ohr fallende Töne oder Schalle vermischen
sich gewöhnlich und machen zusammen nur einen ein-
zigen Ton oder Schall. Denn obgleich wir oft die
Töne, die wir zugleich hören, unterscheiden, so ge-

scheint das doch nur, wenn sie, wenigstens beynahe, von gleicher Stärke sind. Ist aber der Hauptton viel stärker, als die Nebentöne, so können wir diese nicht unterscheiden und hören nur jenen; und bey den blossen Schallen sind wir noch weniger im Stande, diejenigen, die zugleich in unser Ohr fallen, zu unterscheiden, wenn sie eine verschiedne Stärke haben, so verschieden sie auch sonst sind. Diese Mischung aber ganz verschiedner Lufttheilchen und verschiedner Klänge ist eine Hauptursache der Verschiedenheit der Töne. Dadurch erhalten die Töne einer Geige, eines Flügels, einer Flöte und jedes andern Instruments ihren eigenthümlichen Charakter, an welchem wir sie sogleich erkennen und unterscheiden, wenn gleich sie von einerley Höhe oder Tiefe sind. Selbst in den Stimmen der Menschen ist eine so unendliche Mannigfaltigkeit, als in ihren Gesichtern.

Eine andre Hauptursache der Verschiedenheit der Töne und Schalle liegt in ihrer sukzessiven Veränderung. Ein Fortepiano und ein Flügel haben ähnliche Saiten und einen ganz ähnlichen Bau. Und dennoch ist ihr Ton so ungemein verschieden, bloß weil in dem einen die Saiten mit Rabenfedern gerissen, in dem andern aber mit Hammern geschlagen werden. Eben so sehr unterscheidet sich der Ton einer Fiedelsaite, nachdem man sie entweder mit einem Bogen streicht, oder bloß mit den Fingern reißt. Denn der Körper, mit welchem eine Saite erschüttert wird, hindert im allerersten Anfange die freyen Schwingungen der Saite allemal mehr oder weniger, er zittert selbst mit, und verändert dadurch ihren Ton. Eben so wird auch in andern Fällen der Ton oft bey seinem Anfange und bey seinem Ende verändert. Selbst wenn wir sprechen, thun wir dasselbe, und dieses ist der Ursprung der Mitlauter. Wir

artikuliren die Töne, und unterscheiden sie durch dieses Mittel sehr deutlich von einander, wenn gleich sie einerley Höhe oder Tiefe haben. Auf eine ähnliche Art unterscheiden sich auch andre Töne bloß dadurch von einander, daß ihre sukzessive Veränderungen von verschiedner Art sind.

In Ansehung der Fortpflanzung des Schalles muß ich noch hinzufügen, daß der Schall, wie die Erfahrung lehrt, im Holze, der Länge seiner Fäden nach, viel schneller fortgeht, als in der Luft, weil das Holz eine größre Federkraft besitzt, als die untre Luft; daß er aber auch sehr geschwächt wird, wenn er quer durch einen Balken durchgehn muß, wahrscheinlich weil nach dieser Richtung das Holz sehr ungleichartig, und in seinen Fäden selbst viel dichter und elastischer ist, als zwischen ihnen. Der Schall ist auch hierin unfehlbar dem Lichte ähnlich, daß er, so wie dieses, bey seinem Durchgange durch ungleichartige Mittel, sehr geschwächt wird.

Sie sehen aus allem, was bisher gesagt worden ist, daß selbst der einfachste und reinste Ton äußerst zusammengesetzt ist, und so wie ein jedes Ding in der Natur, seinen eignen Bau und sein besonders Gewebe hat, wodurch er sich von jedem andern Tone unterscheidet. Ebendieses gilt auch von den Tönen der menschlichen Stimme, die im obern Theile der Luftröhre gebildet und hernach in der Nase und im Munde durch die Lippen, Zunge, und Zähne auf mancherley Art verändert werden. Die Luftröhre ist der Kanal, durch welche wir die äußre Luft in die Lungen ziehn, und hernach wieder die Luft der Lungen ausathmen. Sie trägt selbst zur menschlichen Stimme nichts bey, als daß sie die dazu nöthige Luft aus den Lungen in ihren obern Theil

zuführt, der als ein besondrer Körper anzusehn, und etwas weiter ist, als die eigentliche Luftröhre. In diesem Luftröhrenkopfe (Larynx), der beweglich ist, und sich bey höheren Tönen herauf, bey tiefern aber herunter zieht, bildet sich die Stimme. Er ist mit einem beweglichen Deckel (Epiglottis) versehn, welcher ihn oft dicht verschließt, damit Speisen und Getränke über ihn, durch die dicht an der Luftröhre liegende Schlundröhre, in den Magen hinabgleiten können, ohne in die Luftröhre zu fallen. Gleich unter diesem Deckel sind zwey gleiche halbkreisförmige Häute an den Wänden des Luftröhrenkopfs befestigt, die mit ihren innern Rändern, wenn sie zusammenschließen, sich nach der Richtung eines Durchmessers desjenigen Kreises, den sie beide zusammen bilden, so genau berühren, daß sie nicht die geringste Luft durchlassen, sonst aber, wenn sie sich von einander ziehn, eine linsenförmige Oeffnung bilden, welche man die Stimmritze (Glottis) nennt, weil sie das eigentliche Werkzeug der Stimme ist. Indem nämlich die Luft mit einiger Gewalt aus den Lungen durch diese Ritze gepreßt wird, erschüttert sie die gespannten Ränder derselben. Diese zittern daher und bringen einen Ton hervor, der sich mit dem Tone, welchen die mit großer Schnelligkeit durch die enge Stimmritze getriebne Luft erzeugt, indem sie durch die in der Nase und im Munde eingeschloßne Luft fährt, vermischt, und so die Stimme bildet.

Je enger sich die Ränder der Stimmritze zusammenziehn und spannen, um desto höher wird der Ton. Je mehr ihre Spannung nachläßt, je weiter daher die Oeffnung wird, um desto tiefer ist die Stimme, und sie hört zuletzt ganz auf,

wenn diese Oeffnung sich bis auf $\frac{1}{12}$ oder $\frac{1}{10}$ Zoll erweitert. Man behauptet, daß eine gute Menschenstimme durch 100 verschiedne Zwischentöne aus einem ganzen Tone in den nächst anliegenden übergehn kann. Wenn man nun erwägt, daß der Umfang der menschlichen Stimme durch so viele ganze Töne geht, und daß jeder Ton eine gewisse und bestimmte Oeffnung der Stimmritze erfordert, so muß man über die Feinheit des Werkzeuges der Stimme und über die Schnelligkeit und äußerste Genauigkeit seiner Veränderungen erstaunen. Denn wenn wir auch nur 1200 Töne für den ganzen Umfang der Stimme rechnen, so muß dennoch, um sie hervorzubringen, die Oeffnung der Stimmritze, die nie über $\frac{1}{10}$ Zoll betragen kann, in 1200, also ein ganzer Zoll in 12000 Theile getheilt werden.

Lassen Sie uns jetzt auch noch das Werkzeug des Gehörs betrachten. Das äußere Ohr ragt muschelförmig oder trichterförmig an dem Kopfe hervor, und trägt unstreitig zu dem Gehöre viel bey, da Leute, denen man die Ohren abschneidet, nachher schwerer hören, als zuvor, und da man durch Hörröhre, oder durch blecherne, vorne weite, trichterförmige Werkzeuge die sich hinten in eine dünne und krumme Röhre endigen, wenn man diese in die Oeffnung des Ohrs steckt, das Gehör verstärken kann. Sogar thut selbst die hohle Hand, wenn man sie vor die Oeffnung des Ohrs hält, ähnliche Dienste, ja es giebt, wie man versichert, Völker, welche die Ohren etwas bewegen, und sie aufrichten, daß sie weiter, wie gewöhnlich, vom Kopfe abstehn, wenn sie etwas deutlich hören wollen; und diese sollen ein vorzüglich scharfes Gehör haben. Indessen scheint das äußere Ohr

keinesweges, wie man gewöhnlich annimmt, durch das Zurückwerfen der Tonstrahlen zu wirken. Denn es ist dazu wenig geschickt, besonders bey den Thieren, wo es oft inwendig ganz mit weichen Haaren angefüllt ist. Vielmehr wird es, da es knorplicht und dünn ist, unfehlbar durch den Schall selbst erschüttert, und zwar um desto mehr, je stärker es gespannt ist; daher man auch bey den Hörröhren nicht sowohl auf die Glätte ihrer Oberfläche, als vielmehr auf ihre Größe und auf die Dünne und Federkraft der Theile sehen muß.

Die Oeffnung des äußern Ohres führt durch einen engen krummen in den Schläfeknochen gegrabnen Gang zu einer kleinen runden unregelmäßigen Höhle im Innern des Knochens, welche man die Trommel (tympanum) nennt. Es ist aber der Gehörgang von der Trommel durch eine stark gespannte Haut unter einem schiefen Winkel ganz abgesondert, welche man das Trommelfell nennt. In der Trommel befinden sich vier sehr zarte ungemein kleine Knochen: der Hammer, der Amboß, der Stegreif und die Linse, welche letztre dazu dient, den Amboß mit dem Stegreife zu verbinden. Der ganze Arm des Hammers ist mit dem Trommelfelle zusammengewachsen, und die übrigen kleinen Knochen hängen mit den Wänden der Trommel zusammen. Der Hammer hat, so wie der Stegreif, zur Bewegung seine besondre Muskeln, und es erfolgt, wenn das Trommelfell reißt und die kleinen Knochen aus ihrer Stelle getrieben werden, Anfangs ein schweres Gehör und zuletzt eine völlige Taubheit.

Aus der Trommel läuft ein eigner enger Gang fort, der sich in der Höhle des Mundes öffnet, und die Eustachische Röhre genannt wird. Die Ver-

schleimung und Verstopfung desselben verursacht ein schweres Gehör, und die Luft der Trommel hat durch sie, wenn sie offen ist, mit der äußern Luft Gemeinschaft. Zwey andre Ausgänge aus der Trommel führen zum Labyrinthe oder dem innersten im festesten Theile des Schläfeknochens befindlichen Theile des Gehörs. Die beyden Oeffnungen, welche dahin führen, sind das länglichrunde und das runde Fenster. Das erste ist offen, und geht in den Vorhof des Labyrinths, in welchem sich die drey halbkreisförmigen Kanäle öffnen, die im festesten Knochen gleichsam ausgegraben sind. Das zweyte Fenster ist mit einer Haut geschlossen und stößt an einen ähnlichen schneckenförmigen Kanal, als den zweyten Theil des Labyrinths, welchen man die Schnecke nennt. Sie ist durchaus durch eine eigne Wand (lamina spiralis) in zwey Höhlungen getheilt.

Der Gehörnerve geht aus dem Gehirne durch den Schläfeknochen in das Innere des Gehörs, verbreitet sich dort allenthalben in höchst feine Aeste und bildet besonders im Labyrinthe zarte weiche Häutchen und in der Schnecke bekleidet er die Scheidewand. Auch hat er mit den Nerven der Zunge eine vorzüglich genaue Verbindung. Es scheint, daß die in den halbkreisförmigen Kanälen liegenden häutigen Bogengänge der eigentliche Sitz des Gehöres sind, obgleich man bis jetzt noch nicht genau und zuverlässig weiß, wie die sämmtlichen beschriebenen Theile des Ohres eigentlich wirken, wenn wir hören.

Fünf

Fünf und siebzigster Brief.

Nachdem ich mit Ihnen nunmehr alle besondre Theile der Naturlehre durchgegangen bin, so lassen Sie uns mit einer kurzen Betrachtung der allgemeinen Eigenschaften der Körper unsre physikalischen Untersuchungen beschließen.

Alle Körper sind ausgedehnt, oder sie hören da nicht auf, wo sie anfangen. Diese allgemeine Eigenschaft der Körper ist der besondre Gegenstand der Geometrie. Jedes ausgedehnte Wesen können wir in Gedanken ohne Ende fort theilen. Denn wir können uns den Unterschied zwischen seinen Grenzen ohne Ende fort immer kleiner vorstellen, oder, welches einerley ist, es läßt sich zwischen jeden zweyen Punkten in ihm noch ein dritter denken. Aber dennoch folgt daraus, daß wir uns in einem Körper Theile als verschieden denken können, keinesweges, daß er wirklich verschiedne Theile hat, daß er aus Theilen besteht, die als besondre Wesen in der Natur vorhanden sind, und nur deßhalb zusammen ein Ganzes auszumachen scheinen, weil sie einander anziehn. Sie müssen also die geometrische oder die eingebildete Theilbarkeit der Körper von ihrer wirklichen oder physischen Theilbarkeit um desto sorgfältiger unterscheiden, je häufiger man eine mit der andern zu verwechseln pflegt. Jene ist eine nothwendige Folge ihrer Ausdehnung, diese ist eine ganz besondre von der Ausdehnung unabhängige Eigenschaft. Jene geht ohne Ende fort, weil wir uns jede Ausdehnung als in einem fortgehend, als ein Kontinuum gedenken.

Diese muß nothwendig irgendwo aufhören. Denn ist jeder Körper nichts weiter als ein Haufen einzelner und besondrer Dinge, die bloß durch ihre Ziehkräfte zusammenhängen und ein Ganzes bilden, so müssen seine Theile, je kleiner sie werden, auch um desto weniger zusammengesetzt seyn, und man muß daher endlich nothwendig auf Dinge kommen, die gar nicht weiter zusammengesetzt, sondern einfache Dinge sind, man mag sie nun Atomen nennen, oder wie man sonst will.

Von diesen einfachen Dingen aber haben wir nicht den geringsten Begriff. Denn wir können sie wegen ihrer unendlichen Kleinheit auf keine Art empfinden, und die wirkliche Theilbarkeit der Körper, die uns umgeben, übersteigt alle unsre Vorstellung. Erinnern Sie sich der unbegreiflichen Feinheit des Lichts, welches eine Art von Ausfluß der sichtbaren Gegenstände ist. Andre Ausflüsse sind zwar viel gröber, aber doch immer noch unglaublich fein, besonders die der organischen Körper. Stark riechende Säfte und Materien von Pflanzen und Thieren erfüllen oft die Luft weit um sich her mit ihrem Geruche, ohne daß man an ihnen den geringsten Abgang bemerkt. Etwas Teufelsdreck verlor, nach der Erfahrung, ungeachtet des heftigen Gestanks, welchen es um sich herverbreitete, in 6 Tagen an der freyen Luft nur $\frac{1}{18}$ Gran von seinem Gewichte. Selbst Menschen und wilde Thiere werden zuweilen von Hunden meilenweit aufgespürt. Welch eine ungeheure Menge unsichtbarer und unbegreiflich feiner Ausflüsse muß also nicht in einem so großen Raume allenthalben verstreut seyn! Daher durchdringen dergleichen Ausflüsse auch Kleider, Papier und viele andre Körper sehr leicht. Wie erstaunend klein sind nicht viele Thierchen in organischen Säf-

ten! Leeuwenhoek sah deren einige durch seine Vergrößerungsgläser, die nur den tausendsten Theil von der Länge und Dicke eines Sandkorns hatten. Da nun die Räume ähnlicher Körper sich wie die Würfel ihrer Durchmesser verhalten, so machte ein solches kugelförmiges Thierchen nur den tausendmillionsten Theil eines runden Sandkorns aus. Und dennoch war es organisirt, es hatte seine Glieder, seine Gefäße und Kanäle, in welchen sich verschiedne Säfte absonderten und bewegten.

Bey den Auflösungen organischer Materien, z. B. des Phosphors in Oehle, und des Karmins in Wasser, wie auch bey den Auflösungen der Metalle, zeigt sich die grosse Theilbarkeit der Körper ebenfalls auf eine vorzügliche Art. Ein Gran Kupfer, in Salmiakgeist aufgelöst, färbt, so wie ein Gran Karmin, an 390 Kubikzolle Wasser noch sehr merklich. Ein noch auffallenderes Beyspiel giebt uns die erstaunende Dehnbarkeit des Goldes. Bey der Verfertigung der Goldtressen wird eine Stange Silber von 45 Mark oft nur mit einer Unze Gold überzogen. Diese zieht man nach und nach durch immer kleinere Löcher, und erhält dadurch den allerfeinsten Draht, der aber dennoch allenthalben vergoldet ist, und das Silber nirgend nackt zeigt. Dieser Goldfaden wird hernach noch zwischen zwey polirten Stahlwalzen abgeplattet, und dadurch um $\frac{1}{7}$ verlängert. Reaumür setzt, nach seiner Erfahrung, die Länge des abgeplatteten Fadens auf etwa 1330000 Pariser Fuß. Da nun ein Zoll in 600, also ein Fuß in 7200 noch sichtbare gleiche Theilchen zerlegt werden kann, so lassen sich auf jeder Seite jenes Fadens an 9576 Millionen Theile mit dem blosen Auge unterscheiden. Es hat aber der platte Faden zwey breite Seiten.

Helle derselben ist mit einem Blatte Gold bedeckt, dessen äußere Fläche von der innern, die das Silber berührt, verschieden ist. Man muß also jene Zahl der sichtbaren Theile vier Mal nehmen, wenn man alle sichtbare Goldtheilchen ungefähr berechnen will. So sieht man, daß eine einzige Unze Gold wenigstens 38000 Millionen solcher Theilchen enthält.

Alle diese Theilchen sind noch immer Gold, und so bleiben auch die Theile, welche man durch Zerreißen, Zerschneiden, Zerstoßen, Schaben, Bohren, Feilen, Raspeln, Hobeln, Abtröpfeln, Zerspritzen und andre mechanische Mittel von gleichartigen Körpern erhält, immer den Körpern selbst ähnlich. Es sind Bestandtheile derselben (parties intégrantes). Sie sind aus gewissen Grundtheilen zusammengesetzt, die den Körpern selbst ganz unähnlich sind. So besteht Zinnober aus Quecksilber und Schwefel; das Wasser aus Säurestoff und Brennstoff u. s. w. Die Grundtheile der Körper hängen unter sich, indem sie die Bestandtheile der Körper bilden, viel stärker zusammen, als die Bestandtheile selbst unter einander in den Körpern verbunden sind. Denn wenn man gleich einen Körper noch so gewaltsam behandelt, um ihn mechanisch zu zertheilen, so erhält man dennoch nie andre Theile von ihm als Bestandtheile, und die Grundtheile bleiben immer unter sich vereinigt. Sehr oft lassen sich die Grundtheile in andre Grundtheile zerlegen. So sind die Grundtheile des Meerwassers, süßes Wasser und Küchensalz. Das eine aber, so wie das andre, hat wieder seine Grundtheile.

Die Grundtheile oder Grundstoffe der Körper lassen sich nicht von einander trennen als durch

die Ziehkräfte andrer Stoffe, oder durch die chymischen Verwandtschaften. Durch diese Trennung werden die Bestandtheile der Körper zerlegt, und verändern ihre ganze Natur. Solche Grundstoffe, die sich auch auf diese Art nicht weiter in andre Grundstoffe zerlegen lassen, heissen einfache Grundstoffe oder Elemente. Die Alten nahmen vier Elemente an: die Erde, das Wasser, die Luft und das Feuer, allein diese Meinung ist ganz ohne Grund. Eher kann man den Kohlenstoff, den Stickstoff, den Säurestoff und Wasserstoff als Elemente ansehn. Indessen sind die Elemente von den ersten einfachen Theilen der Körper sehr verschieden. Denn sie sind selbst noch immer aus körperlichen Theilchen zusammengesetzt, die unter sich zusammenhängen, und nichts weniger als einfach sind, weil sie sich durch ihre besondre Eigenschaften von den Theilchen andrer Elemente unterscheiden. Uebrigens sind die Begriffe von Bestandtheilen und Grundtheilen bloß relative Begriffe. Ein Tropfen Quecksilber z. B. ist ein Bestandtheil einer Masse Quecksilber; wird aber diese Masse mit Schwefel zu Zinnober vereinigt, so ist jener Tropfen ein Grundtheil des Zinnobers.

Die Körper scheinen uns größtentheils zwischen ihren Grenzen ganz voll zu seyn, wir stellen uns ihre Ausdehnung als in eines fortgehend, als ein Kontinuum vor, und dennoch haben sie alle unzählig viele leere Zwischenräume, welche man auch Poren (pori) nennt, obgleich eigentlich nur die Schweißlöcher unsrer Haut, die man zum Theil schon mit blossem Auge, noch deutlicher aber durch Vergrösserungsgläser sehen kann, diesen Namen führen. Man sieht diese Zwischenräume am deutlichsten in organischen Körpern, wo sie einen ungemein

zinzelmäßigen Bau haben, vorzüglich in sehr dünnen Scheibchen, die man durch Querschnitte aus Kork oder leichten Holzarten und Baumästen macht, und unter das Mikroskop bringt. Die Theile der thierischen Körper haben gewöhnlich nicht so weite und häufige Zwischenräume, als die Theile der Pflanzen. Indessen sind dergleichen Räume überhaupt in allen Körpern in großer Menge vorhanden, und daher sind einige von ihnen dichter, andre lockrer, oder einige enthalten in dem Umfange, den sie einzunehmen scheinen, mehrere körperliche Theile als andre. Da die Summe dieser Theile die Masse der Körper heißt, so kann man sagen, daß sich die Dichtigkeiten zweyer Körper von gleichem Umfange wie ihre Massen verhalten. Freylich kann man die Menge der Theilchen nicht zählen, aus welchen die Masse eines Körpers besteht, aber man kann doch ihr Verhältniß durch das Verhältniß des Gewichtes bestimmen. Wiegt ein Körper z. B. drey Mal mehr als ein andrer, so hat er auch drey Mal so viele Masse als dieser; wiegen beide Körper gleich viel, so haben sie auch gleiche Massen. Ist nun in dem letztern Falle der eine drey Mal so groß als der andre, so ist der kleinere drey Mal so dicht als der größere, weil drey dem kleinern gleiche Körper zusammen einen eben so großen Umfang, und in diesem Umfange drey Mal mehrere Masse haben würden als der größere Körper. Mit einem Worte: die Dichtigkeit eines jeden Körpers verhält sich allemal, gerade wie seine Masse, und umgekehrt wie sein Umfang, oder wie die Zahl, welche herauskommt, wenn man sein Gewicht mit seinem Umfange theilt.

Ein Körper also, der gar keine Zwischenräume hätte, wäre ein vollkommen dichter Körper.

Aber einen solchen giebt es gar nicht in der Natur, wenigstens haben alle Körper, die wir kennen, sehr viele und sehr große leere Zwischenräume. Denn das Licht geht nach allen Richtungen durch sie, wenn sie durchsichtig sind; die flüchtigen Ausflüsse dringen durch viele, die ganz voll zu seyn scheinen, wie unter andern die sympathetischen Dinten beweisen; und sogar die dichtesten werden in gewissen Säften aufgelöst. Selbst die Platina wird vom Königswasser zerfressen und muß also leere Zwischenräume haben, in welche diese Säure eindringt, weil sie eingesogen wird. Ohne ein solches Eindringen ist überhaupt keine Auflösung möglich. Lassen Sie uns aber indessen annehmen, die Platina sey vollkommen dicht, so müßte dennoch in 21 Kubikzollen Wasser nur 1 Kubikzoll Materie, und das übrige alles leer seyn, weil die Platina über 21 Male eigenthümlich schwerer und dichter ist als das Wasser. Nehmen Sie nun Luft, die 800 Mal lockrer ist als das Wasser, so würden 17850 Kubikzolle dieser Luft nur einen Kubikzoll Materie enthalten, und die übrigen 17849 Kubikzolle wären bloße Zwischenräume. Sie sehen also, daß die meisten Körper, ungeachtet sie uns ganz voll und dicht zu seyn scheinen, aus unglaublich weniger Materie bestehn. Und wer kann uns sagen, wie weit dieser Mangel an Materie geht, und mit wie wenigem Aufwande die Natur alle diese Erscheinungen hervorgebracht hat, die wir für durchaus wirklich halten? Wer weiß, wie locker selbst die Platina ist, die wir als vollkommen dicht angenommen haben? Wenigstens hat sie gewiß ebenfalls beträchtliche leere Zwischenräume, und es enthält daher auch Wasser und Luft, jenes vielmehr als 20, und diese viel mehr als 17849 Theile, gegen einen, an leeren Räumen.

Warum übrigens die Theilchen der Körper, da sie einander anziehn, nicht dichter zusammengehn; wie sie überhaupt zusammenhängen können, da sie größtentheils so weit von einander abstehn; von diesen und vielen andern Dingen wissen wir eigentlich nichts, da uns die Erfahrung hierüber gar nichts lehrt, da wir nur das äußre Kleid der Dinge sehn, in ihr Innres aber nicht eindringen können, und da wir nicht einmal wissen, was eigentlich Bewegung ist. Die Zurückstoßungskräfte der einfachen Theilchen sind eine bloße Erdichtung, die man zur Hülfe nimmt, weil man sie braucht; höchstens kann man sie als eine in gewissen Absichten nicht unwahrscheinliche Muthmaßung ansehn. Ihr Daseyn läßt sich mit nichts erweisen, und ihre Natur scheint noch unbegreiflicher zu seyn, als die Sache, welche man durch sie erklären will.

Daß uns aber alle Körper, bey diesem unglaublichen Mangel an Materie, dennoch als ganz voll erscheinen, davon ist unfehlbar bloß die ganz unbegreifliche Feinheit ihrer Theilchen die wahre Ursache. Ein Netz hat unstreitig ungleich mehrere Zwischenräume als Materie, und dennoch scheint es uns, wenn wir es viele Male um eine Stange wickeln, allenthalben ganz voll zu seyn, weil es alsdann schichtweise auf einander liegt, und die Löcher der obern Schichten von den Fäden der untern ausgefüllet werden. Aus einer ähnlichen Ursache sieht uns das Laub eines Baumes, wenn es dicht ist, in einiger Entfernung als eine zusammenhängende Masse aus, ungeachtet die Blätter weit von einander entfernt sind. Eben so hat auch die Oberfläche eines jeden Körpers unendlich viele unendlich dünne über einander liegende Schichten; und unser Auge trifft allenthalben, wohin es sieht, Theilchen an.

Zwar gehören diese zu sehr verschiednen Schichten; allein da wir sie auf keine Art von einander unterscheiden können, so setzen wir alle Theilchen, die wir sehn, in einerley Entfernung vom Auge, und der Körper scheint uns daher ganz voll zu seyn.

Sechs und siebzigster Brief.

Alle Körper und Materien hängen in ihren Theilen zusammen. Ein Haufen Korn z. B. macht keine besondre Materie aus, weil die einzelnen Körner nicht zusammenhängen. Er besteht aus einer Menge fester Körper, aber man kann ihn selbst nicht als einen besondern Körper ansehn. Bloß durch den Zusammenhang machen die verschiednen Theile eines Körpers ein Ganzes aus, und daher müssen alle Körper und Materien nothwendig in ihren Theilen zusammenhängen. Daß sie aber mit einer gewissen oft sehr grossen Kraft zusammenhängen sieht man daher, weil allemal eine gewisse Kraft dazu gehört, wenn man sie zerbrechen oder ihre Theile trennen will.

Je stärker ein Körper in seinen Theilen zusammenhängt, um desto fester ist er. Die flüssigen Materien haben den schwächsten Zusammenhang. Wenn man sie fortwirft, so zertheilen sie sich in Tropfen; ein fester Körper hingegen kann fortgeworfen und oft sehr stark gestoßen werden, ohne sich zu zertheilen. Uebrigens hängt die Härte der Körper gar nicht von ihrer Festigkeit ab, obgleich man oft die eine mit der andern zu verwechs-

seyn pflegt. Ein Körper ist weich, der sich leicht zusammendrücken läßt, es sey nun, daß man ihn mit einer geringen Kraft merklich verdichten kann, oder daß seine Theile dem Drucke leicht ausweichen. Die Härte aber ist der Weiche entgegengesetzt, und wird solchen Materien beygelegt, die jedem Drucke sehr stark widerstehn, indem sie sich nur ungemein schwer oder gar nicht verdichten lassen, und ihre Theilchen auch dem Drucke nicht ausweichen. So ist das rings umher eingeschloßne Wasser sehr hart, weil es sich nicht verdichten läßt, und nicht ausweichen kann. Offnes Wasser hingegen ist, so wie nasser Leim, sehr weich, weil beide jedem Drucke ausweichen. Der Zusammenhang aber der Wassertheilchen bleibt einerley, sie mögen eingeschlossen seyn oder nicht.

Man kann alle Körper mit einer gewissen Kraft zerreißen oder zerbrechen; allein man würde sehr irren, wenn man, so wie Musschenbroek, die zum Zerreißen erforderliche Kraft der absoluten Kraft des Zusammenhanges der Körper gleich schätzen wollte. Denn alle Körper, vorzüglich aber die Metalle, sind dehnbar, und man muß sie vorher ausdehnen, ehe man sie zerreißen kann. Eine metallne Saite von 3 Fuß Länge verlängerte sich, als man 2 Pfunde an sie hing, um 9 Linien; durch 4 Pfunde überhaupt um 17; durch 8 Pfunde um 23; durch 16 Pfunde um 27 Linien. Sie verlängerte sich also, wenn man die Gewichte immer gleich stark vermehrte, nach und nach immer weniger und weniger; und auf eine ähnliche Art verhalten sich alle Körper, wenn man sie mit gewissen Kräften reckt oder zieht. Endlich hört alle weitre Verlängerung auf, und die Körper zerreißen. Die ganze Kraft also, mit welcher man sie auf diese

Art zerreißt, wird nicht bloß zur Ueberwindung ihres absoluten Zusammenhanges, sondern größtentheils zur Ueberwindung ihrer Federkraft und zu ihrer Ausdehnung angewendet. Daher ist sie auch allemal grösser als die Kraft des Zusammenhanges der Körper. Ist ein Körper vollkommen elastisch, so zieht er sich, nachdem man ihn ausgedehnt hat, wieder völlig zusammen, da hingegen ein unvollkommen elastischer, auch nachdem er nicht mehr gezogen wird, länger bleibt, als er vor dem Ziehen war. Wenn also gleich zwey verschiedne Körper gleiche Kräfte des Zusammenhanges, aber ungleiche Elasticitäten haben, und sie sind bereits einmal stark ausgedehnt worden, so wird dennoch der vollkommen elastische hernach ein grösres Gewicht aushalten, ehe er reißt, als der unvollkommen elastische, weil dieser der Ausdehnung nicht mehr so stark widerstehen kann als jener. Und eben so werden überhaupt zwey Körper von gleichem Zusammenhange bey ungleichen Gewichten zerreißen, wenn der eine durch irgend eine Ursache bereits stärker ausgedehnt und gespannt ist als der andre.

Selbst bey Körpern von einerley Materie sieht man offenbar, daß die zum Zerreißen nöthigen Kräfte sich gar nicht nach den Kräften des Zusammenhanges richten. Diese verhalten sich bey walzenförmigen Körpern von gleicher und gleichartiger Materie allemal, wie die Quadrate der Dicken. Denn wenn man sich in zweyen solchen Körpern, senkrecht auf ihre Axen, Durchschnitte vorstellt, so verhält sich, da alle Punkte mit gleichen Kräften zusammenhängen, der Zusammenhang nach der Länge, in jedem Durchschnitte, wie die Menge seiner Punkte, das ist: wie der Durchschnitt selbst, oder wie das Quadrat seines Durchmessers. Also sollten, wenn

man solche Körper lothrecht aufhängt, und hernach durch an sie befestigte Gewichte zerreißt, die zum Zerreißen nöthigen Gewichte in demselben Verhältnisse seyn, da dergleichen Körper allemal, wenn sie sonst nur nicht schon beschädigt und durchaus gleichartig sind, in den kleinsten möglichen Durchschnitten, das ist: in solchen, die auf ihre Axen senkrecht sind, zu zerreißen pflegen. Allein die Erfahrung lehrt, daß dieses Verhältniß fast nie Statt findet, und daß dergleichen Körper, nach Verhältniß, um desto eher reißen, je dicker sie sind, bloß weil die dickern oft schon von Natur stärker gespannt und nicht so dehnbar sind als dünne und ähnliche walzenförmige Körper. *) So riß, nach den Versuchen des Büffon, ein Eisendraht von einer Quadratlinie im Durchschnitte, bey 490; und ein Stab von Eisen, von 700 Quadratlinien im Durchschnitte, schon bey etwa 28000 Pfunden, da er doch mehr als 12 Mal so viel hätte tragen müssen, wenn die zum Zerreißen nöthigen Kräfte sich wie die Kräfte des Zusammenhanges verhielten. Denn die letztern sind, wie ich gezeigt habe, im Verhältnisse der auf die Axen senkrechten Durchschnitte, so wohl bey walzenförmigen, als auch bey prismatischen Körpern, indem bey dieser Sache nichts auf die Gestalt der Durchschnitte, sondern alles bloß auf die Menge ihrer Theilchen oder Punkte ankommt, und diese, bey gleichartigen und gleich dichten Körpern, immer im Verhältnisse der Durchschnitte selbst sind. Ein andrer eiserner Stab, von etwa 350 Quadratlinien im Durchschnitte, trug 17300 Pfunde, ehe er riß, und also viel mehr als die Hälfte von 28000 Pfunden, weil er nicht so stark gespannt,

*) Man sehe den neun und sechzigsten Brief.

sondern dehnbarer wär, als der noch einmal so dicke Stab. Indessen hielt er dennoch fast zehn Mal weniger aus als er, nach Verhältniß des Drahts von einer Linie im Durchschnitte, hätte aushalten sollen. Ein dritter eiserner Stab, von 560 Quadratlinien im Durchschnitte, riß bey 24600 Pfunden, und hielt also nach Verhältniß weniger aus als der zweyte Stab von 350 Linien, und mehr als der erste von 700 Linien.

Bey den Stricken und Schnüren kommt ebenfalls sehr viel auf die Spannung an. Sie zerreißen, nach Verhältniß ihrer Dicke, um desto eher, je fester sie gedreht sind, weil ihre Fäden durch die Drehung gespannt werden. Daher kommt es, daß ein dicker Strick oder Tau, nach Verhältniß oft mehr trägt als ein dünner. Denn man pflegt die dünnen Stränge rückwärts zusammenzudrehen, wenn man sie zu dicken Stricken vereinigt. Dadurch aber wird die Spannung ihrer Fäden vermindert und ihre Dehnbarkeit vermehret. So wird auch das Tuch durch das Walken fester. Denn die Fäden desselben fangen bey dem Walken Feuchtigkeit ein, werden kürzer und drehen sich rückwärts. Und da sie in diesem Zustande zusammengewalkt werden, so bleiben sie auch nachher so verkürzt und entspannt.

Sie sehen also aus den Erfahrungen, welche ich angeführt habe, daß alle Berechnungen über die Festigkeit großer Körper, die man auf Versuche mit kleinen Stücken von derselben Materie gründet, ganz unsicher und falsch sind. Man kann nie aus dem Gewichte, bey welchem ein Stab von einer gewissen Dicke zerreißt, mit einiger Zuverlässigkeit die Kraft bestimmen, welche zur Zerreißung eines andern Körpers von derselben Materie, aber von ganz andrer Gestalt und Dicke nöthig ist, sondern man muß ihre

Grösse durch unmittelbare Versuche erforschen. Die vielen über das Zerreißen verschiedner Materien im Kleinen gemachten Versuche sind also mehr, als physikalische Spielwerke anzusehn, als daß sie in der Ausübung den geringsten Nutzen haben sollten. Höchstens können sie bey prismatischen oder walzenförmigen Körpern von gleicher Dicke dazu dienen, die Festigkeit oder Stärke verschiedner Materien unter einander einigermaßen zu vergleichen.

Bey dem Zerbrechen, welchem die Körper, wie man sich auszudrücken pflegt, mit der relativen Kraft ihres Zusammenhangs widerstehn, kommt ebenfalls auf die Spannung derselben ungemein viel an. Körper, die von Natur sehr stark gespannt sind, zerbrechen mehrentheils leicht, und sind spröde, wenn gleich sie übrigens sehr fest sind. Und da die Spannung dünner Körper oft mit der Dicke zunimmt, so darf man sich nicht wundern, daß selbst die sprödesten Materien sehr biegsam werden, wenn man sie in dünne Fäden zieht. Dieses zeigen die Stahlsaiten und die feinen Fäden, welche man aus schmelzendem Glase spinnt, und zu Perücken und Federbüschen braucht.

Spröde Körper zerbrechen, ohne sich merklich zu beugen, aber solche, die nicht spröde sind, beugen sich vorher. Dieß thun auch hölzerne Stäbe und Balken, und durch das Beugen werden ihre Fäden stärker gespannt. Daher kommt auch bey dem Zerbrechen des Holzes sehr viel auf seine Elasticität an. Da nun das Holz, wie viele andre Körper, die Eigenschaft hat, daß seine Elasticität durch eine lange anhaltende Beugung nach und nach immer mehr geschwächt wird, so läßt sich daraus leicht begreifen, warum ein Balken, der einmal unter einer großen Last gekrümmt worden

ist, nachher wenn ihm die Last gleich abgenommen wird, und er wieder gerade geworden zu seyn scheint, dennoch viel zerbrechlicher und schwächer ist als er vorher war, ungeachtet der Zusammenhang seiner Theile immer derselbe bleibt. Er würde unter jener Last zuletzt zerbrochen seyn, wenn man sie lange genug auf ihm gelassen hätte. Nimmt man sie ihm aber ab, und beschweret man ihn nach einiger Zeit aufs neue, so bricht er oft unter einen geringern Last, als er vorher trug, wenn man sie ihm nicht zeitig genug abnimmt. Büffon fand, daß ein Gewicht, das um ein Drittheil kleiner war, als dasjenige, mit welchem man einen Balken beschweren mußte, wann er in einer kurzen Zeit, z. B. in einer Stunde brechen sollte, hinreichte, wenn es einige Monate nach einander auf ihm liegen blieb, ihn zu zerbrechen. Nach diesen Versuchen kann man einem Balken höchstens nur die Hälfte der Last zu tragen geben, welche ihn in kurzer Zeit zerbrechen würde, wenn man haben will, daß er seine Last Jahre lang tragen soll, ohne beschädigt zu werden.

Um uns aber von dem Zerbrechen der Balken deutliche Begriffe zu machen, wollen wir Anfangs auf ihre Biegsamkeit gar nicht sehen. Stellen Sie sich einen geraden, durchaus gleich dicken, ganz unbiegsamen und steifen Stab AB vor (Fig. 107), der in seinem Mittelpunkte C unterstützt ist, und hier auf einmal, ohne sich vorher zu krümmen, bricht, wenn man in A und B die gleichen Gewichte p und p anhängt. Wäre nun $CD = CE$ und möchte sich $P : p$ wie $CB : CD$, oder wie $CA : CE$ verhalten, so ist es unstreitig, daß die gleichen Gewichte P, P, wenn man sie in D und E anhinge, und die Gewichte p, p auf

A und B wegnähme, eben dasselbe thun, und den Stab, den ich mir indessen ohne Schwere vorstelle, eben so gut in C zerbrechen müssen, als p und p ihn zerbrechen, wenn sie in A und B hängen. Nun ist es aber eben so viel, wenn P und P in D und E hängen, als wenn dieser Stab ohne Schwere nur die Länge DE hätte. Da sich nun diese zu der Länge AB, wie CD : CB oder wie CE : CA verhält, so folgt, daß bey gleich dicken und gleich breiten Stäben dieser Art die brechenden Gewichte sich umgekehrt wie die Längen der Stäbe verhalten müssen, an deren Endpunkten sie hängen.

Ist der Stab schwer, so verhält er sich so, als wenn sein ganzes Gewicht in den Mittelpunkten der Schwere seiner beiden Arme CA, CB, oder CE, CD vereinigt wäre. Nun setze ich Stäbe voraus, die ganz gleichartig und überall gleich breit und dick sind. Also liegen die Schwerpunkte zu beiden Seiten allemal mitten zwischen den Endpunkten und dem Mittelpunkte C. Hier muß man sich also zu beiden Seiten die gleichen Gewichte $\frac{1}{2}$ Q oder $\frac{1}{2}$ q vorstellen, wenn Q die Schwere des längern Stabes AB, und q die des kleinern ED ist. An die Stelle dieser Gewichte aber kann man auch in die beiden Endpunkte, bey dem längern Stabe $\frac{1}{4}$ Q, und bey dem kürzern $\frac{1}{4}$ q setzen. Es wird also eben so viel seyn, als wenn beide Stäbe keine Schwere hätten, der längre aber an seinen Endpunkten zwey gleiche Gewichte p + $\frac{1}{4}$ Q, und der kürzre zwey andre P + $\frac{1}{4}$ q trüge, und bey diesen Gewichten bräche.

Der Mittelpunkt C wird in diesem Falle mit einer Kraft 2 p + $\frac{1}{2}$ Q oder 2 P + $\frac{1}{2}$ q gezogen. Wenn man also die Stäbe (Fig. 108) in ihren bei-

beiden Endpunkten A und B unterstützt, und in der Mitte in C, an den längern Stab das Gewicht $2p + \frac{1}{2}Q$, an den kürzern aber $2P + \frac{1}{2}q$ hängt, so müssen beide brechen, und die Gewichte $2p + \frac{1}{2}Q$ und $2P + \frac{1}{2}q$ müssen sich umgekehrt, wie die Längen der Stäbe, verhalten, weil diese so anzusehen sind, als wenn sie gar nicht schwer, sondern ihre Gewichte in ihren Schwerpunkten vereinigt wären.

Sieben und siebzigster Brief.

Büffon hat über das Zerbrechen der Körper eine Reihe von Versuchen angestellt, die um desto schätzbarer sind, da sie ins Große gehn und ohne ansehnliche Kosten nicht gemacht werden können. Er hat viele eichne Balken, die in Ansehung der Festigkeit des Holzes einander so ähnlich, als möglich, waren, zurichten, sie an ihren Enden durch starke Gerüste wagrecht unterstützen, und alsdann in der Mitte mit angehängten Gewichten so lange beschweren lassen, bis sie brachen. Um aber die Balken mit den Stäben, von denen ich in meinem letzten Schreiben geredet habe, vergleichen zu können, müssen Sie nicht vergessen, daß die erstern sich beugen und ihre Fäden durch die Beugung gespannt werden, ehe sie brechen. Da nun das Verhältniß der brechenden Gewichte $2p + \frac{1}{2}Q$ und $2P + \frac{1}{2}q$ sich auf die Eigenschaften des Hebels gründet, so müssen wir annehmen,

daß die Seitentheile biegsamer Balken durch diese Gewichte, in gleicher Zeit, um gleiche Winkel unter die Horizontallinie gezogen werden. Indem aber dieses geschieht, muß der mittlere Theil eines Balkens sich um desto tiefer unter die Horizontallinie senken, je länger er ist. Er muß also auch um desto mehr ausgedehnt und gespannt werden, folglich um desto leichter brechen. Daher kommt es, daß längere Balken, vermöge der Erfahrung, nach Verhältniß eher brechen, als kürzere, indem überhaupt die Fäden kürzerer und längrer, dünnerer und dickrer Balken von einerley Holze von Natur gleich stark gespannt zu seyn scheinen. Balken z. B. die 6 Zolle breit und hoch und 7 Fuß lang waren, brachen, bey Büffons Versuchen, unter einer Last von 18950 Pfunden ins Mittel. Ihr halbes Gewicht betrug 64, und daher war das ganze brechende Gewicht von 18950 + 64 oder 19014 Pfunden. Ein ganz ähnlicher Balken von 6 Zollen ins Quadrat und 14 Fuß Länge hätte nur durch die Hälfte jenes Gewichts, also durch 9507 Pfunde brechen sollen. Er brach aber schon bey 7602 Pfunden. Denn er brach ins Mittel durch eine angehäufte Last von 7475 Pfunden; und sein halbes Gewicht betrug 127 Pfunde. Eben so betrug, bey ähnlichen Balken von 7 Zollen Dicke und Breite, die ganze Kraft der Brechung, wenn sie 8 Fuß lang waren, 26151, und auf 16 Fuß Länge, 11101 Pfunde, da sie doch im letztern Falle hätte 13075 Pfunde betragen sollen, wenn sie sich, umgekehrt wie die Länge, verhalten hätte. Und so zeigen alle Erfahrungen Büffons, daß lange eichne Balken merklich weniger aushalten, als sie, nach Verhältniß ihrer Länge, und derjenigen Last, welche ähnliche und gleich starke, aber kürzere Balken tragen können, aushalten sollten.

Sie sehen hieraus, wie sehr Balken dadurch verstärkt werden, daß man sie unterstützt. Ein in seiner Mitte unterstützter Balke ist viel mehr, als noch ein Mal so stark, als ohne Stütze, weil er sich, wenn er in der Mitte unterstützt wird, eben so verhält, als wenn er nur halb so lang wäre, als er wirklich ist.

Wenn Getreide, oder eine andre Last, über einem Balken, seiner ganzen Länge nach, gleichförmig vertheilt wird, so drückt sie ihn eben so, als wenn der Balken um so viel schwerer geworden wäre, als jene Last wiegt, oder als wenn ihre Hälfte in der Mitte des Balkens vereinigt wäre. Diese gleichförmig vertheilte Last kann also, wenn der Balken, ohne geschwächt zu werden, oder zuletzt zu brechen, sie Jahre lang tragen soll, höchstens nur so groß seyn, als das Gewicht, bey welchem er, wenn man es in seiner Mitte auflegt, bricht. Es kann aber, wie Sie leicht begreifen, ein langer und schwerer Balken, der nicht unterstützt ist, auch oft durch sein eignes Gewicht zerbrechen.

Wenn Balken einander übrigens völlig gleich, aber von verschiedner Breite sind, so verhalten sich die Gewichte, bey welchen sie zerbrechen, wenn man sie auf ihre Mitte legt, wie ihre Breiten. Denn wenn ein Balken bey dem Gewichte p zerbricht, so müssen, wenn man einen völlig gleichen und auch gleich breiten Balken neben ihn legt, beide zerbrechen, sobald man das Gewicht 2 p um beider Mitte schlingt; und überhaupt müssen mehrere gleiche Balken, an der Zahl n, die dicht neben einander liegen, durch ein Gewicht n p zerbrechen, welches sich zu dem zur Zerbrechung eines einzigen Balken nöthigen Gewichte p wie die

Zahl der Balken n zu Eins verhält. Es kommt hierbey gar nichts darauf an, ob diese Balken an den Seiten zusammengewachsen oder getrennt sind, da die Fäden dickrer und dünnerer, längerer und kürzerer Balken, wie ich schon bemerkt habe, von Natur gleich stark gespannt sind. Daraus folgt, wenn von zweyen übrigens ganz gleichen Balken sich die Breiten wie 1 : n verhalten, daß auch die Gewichte, bey welchen sie brechen, in demselben Verhältnisse seyn müssen; und dieser Schluß stimmt mit Büffons Erfahrungen völlig überein.

Haben aber zwey übrigens ganz gleiche Balken AF und MR (Fig. 109 und 110), verschiedne Höhen oder Dicken CB, ON, so müssen Sie erwägen, daß bey einem jeden Balken, wenn er sich in der Mitte herunterbeugt, die obern Theile zusammengedrückt und die untern zugleich aus einander gezogen werden, und zwar um desto mehr, je höher der Balken ist. Wenn also die Punkte B und N sich gleich tief unter ihre Horizontallinien senken, so sind die Fäden des dickern MR überhaupt weniger gespannt, als die des dünnern AF, und zwar im Verhältnisse von CB : ON. Sie widerstehn also auch in demselben Verhältnisse dem Zerbrechen stärker; und da überdieses ihre Totalkräfte von ihrer Menge abhängen, also wenn die Balken in CB und ON brechen, bloß aus dieser Ursache sich wie CB : ON verhalten, so müssen überhaupt beide Balken in dem Verhältnisse von $CB^2 : ON^2$ der Zerbrechung widerstehn, und in demselben Verhältnisse müssen daher auch die zerbrechenden Gewichte seyn. Dieses stimmet wieder mit den Versuchen so genau, als man es nur verlangen kann, überein. Denn Büffon fand, daß bey ähnlichen Balken, die gleich lang,

und so hoch als breit waren, die Gewichte, unter welchen sie brechen, sich immer sehr nahe, wie die Würfel ihrer Breiten oder Höhen, also wie die Produkte aus der Breite in das Quadrat ihrer Höhe, verhalten.

Man haut die Balken aus den Holzstämmen immer rechtwinklicht zu, und kann ihren Grundflächen entweder die Gestalt eines Quadrats oder eines jeden andern Rechtecks geben. Ist z. B. (Fig. 47) ADBHA der auf seine Axe senkrechte Durchschnitt eines Holzstammes, den ich als kreisförmig annehme, so können AD und DB; AE und EB, und unzählig viele andre Linien die Seiten der Grundfläche eines aus diesem Stamme gehauenen Balkens seyn, weil jede zwey, aus A und B gezogne gerade Linie, an dem Umkreise ADEB unter rechten Winkeln zusammenlaufen. Ist nun der Winkel ABE oder ABD $= m$, so wird AE (oder AD) $= AB . \sin. m$, und BE (oder BD) $= AB . \cos. m$. Ist ferner AE oder AD die Höhe, und BE oder BD die Breite des ausgehauenen Balkens, so verhält sich die Stärke desselben wie ich gezeigt habe, wie $BE . AE^2$ oder wie $BD . AD^2$, also überhaupt, wie $AB^3 \cos. m . (\sin. m)^2$. Sie ist also am allergrößten, wenn $\sin. m = \sqrt{\frac{2}{3}}$ und $\cos. m = \sqrt{\frac{1}{3}}$, also $\sin. m : \cos. m$ oder $AE : BE = \sqrt{2} : 1$ ist *). Da dieses Verhältniß von dem Verhältnisse $3 : 2$ nur wenig verschieden ist, so folgt, daß man jeden Balken so zuhauen muß, damit seine Höhe zur Breite sich wie $3 : 2$ verhält. Liegt er alsdann auf der schmalen Seite, und hat die Breite eine lothrechte Lage, so trägt er, nach Verhältniß seiner Länge, so

*) Man sehe den sechs und sechzigsten Brief. 1 Anmerk.

viel, als nur ein aus demselben Holzstamme gezimmerter Balken tragen kann. Die Alten wußten dieses schon durch die Erfahrung, und darum gaben sie den Balken immer diese Form, wie die Triglyphen der Dorischen Ordnung beweisen.

Es ist noch eine sehr merkwürdige allgemeine Eigenschaft der Körper übrig, von welcher ich Ihnen etwas sagen muß, ich meine ihre Undurchdringlichkeit. Diese ist den Körpern so wesentlich, daß wir mehrentheils bloß durch sie das Wirkliche von dem Eingebildeten unterscheiden und uns von dem Daseyn der Körper alsdann gewiß überzeugt halten, wenn wir fühlen, daß sie undurchdringlich sind. Wenn wir im Finstern tappen, und mit der Hand an einen Ort kommen, in welchen wir nicht eindringen können, so schließen wir, daß in diesem Orte ein Körper ist. Aber nicht bloß diejenigen groben Körper, deren Undurchdringlichkeit wir gleichsam fühlen, sondern selbst die feinsten und unmerklichsten Materien, sind undurchdringlich. Diese Eigenschaft hat ihren Grund darin, daß jedes körperliche Theilchen nur in so fern Wirklichkeit und Daseyn hat, als es ein Theil des Universums ist. Denn daher kommt es, daß wir uns ein solches Theilchen, so bald wir es uns als wirklich vorhanden gedenken, in einem gewissen Orte, das ist: als einen gewissen Theil des Universums, gedenken müssen. Jede zwey verschiedne Theilchen haben also auch verschiedne Oerter, und es ist widersprechend und unmöglich, daß sie beide in einem und ebendemselben Orte zugleich seyn sollten. Diese Eigenschaft der Theilchen nennt man ihre Undurchdringlichkeit. Alle feste und flüssige Materien sind daher undurch-

dringlich, weil sie aus körperlichen Theilchen bestehn, die Theile des Universums sind. Aber sie sind auch nur in Ansehung dieser Theilchen, und nicht in Ansehung ihrer leeren Zwischenräume, undurchdringlich, und wir schliessen daher mit Recht, wenn ein fester Körper, der uns ganz voll scheint, sich von einer flüssigen Materie durchdringen läßt, daß dieser Körper wirklich nicht voll ist, sondern leere Zwischenräume hat, in welche die Flüssigkeit hineingeht.

Die Undurchdringlichkeit der Körper spielt bey ihrem Stoße eine große Rolle. Wenn alles durchdringlich wäre, so würde ein jeder bewegter Körper nach allen Seiten hin fortgehn können, ohne irgendwo den geringsten Widerstand zu finden. Da aber alle Körper undurchdringlich sind, so kann derjenige, welcher sich bewegt, so bald er an einen Ort kommt, den bereits ein andrer Körper einnimmt, seine Bewegung unmöglich unverändert fortsetzen, ohne diesen aus seinem Orte zu treiben. Der Zustand beider Körper wird also verändert; beide fangen an in einander zu wirken, und es erfolgt ein Stoß.

Bey flüssigen Materien, deren Theilchen sehr leicht ausweichen können, ist oft jene Veränderung des Zustandes so geringe, daß sie uns ganz unmerklich wird. So bewegen wir uns, ohne den geringsten merklichen Widerstand, durch die Luft, als wenn der Raum, den sie einnimmt, ganz leer wäre; weil diese sehr feine Materie sich sehr leicht etwas verdichten läßt, und ihre Theilchen, wegen ihres geringen Zusammenhanges, nach allen Sei-

ten hin, leicht ausweichen können. Ist aber die Luft allenthalben eingeschlossen, so widersteht sie, so wie unter einer Taucherglocke, dem Eindringen des Wassers und andrer Materien mit großer Gewalt, weil sie undurchdringlich und elastisch ist.

Register

Register.

A.

E.

Erden,

F.

G.

H.

M.

N.

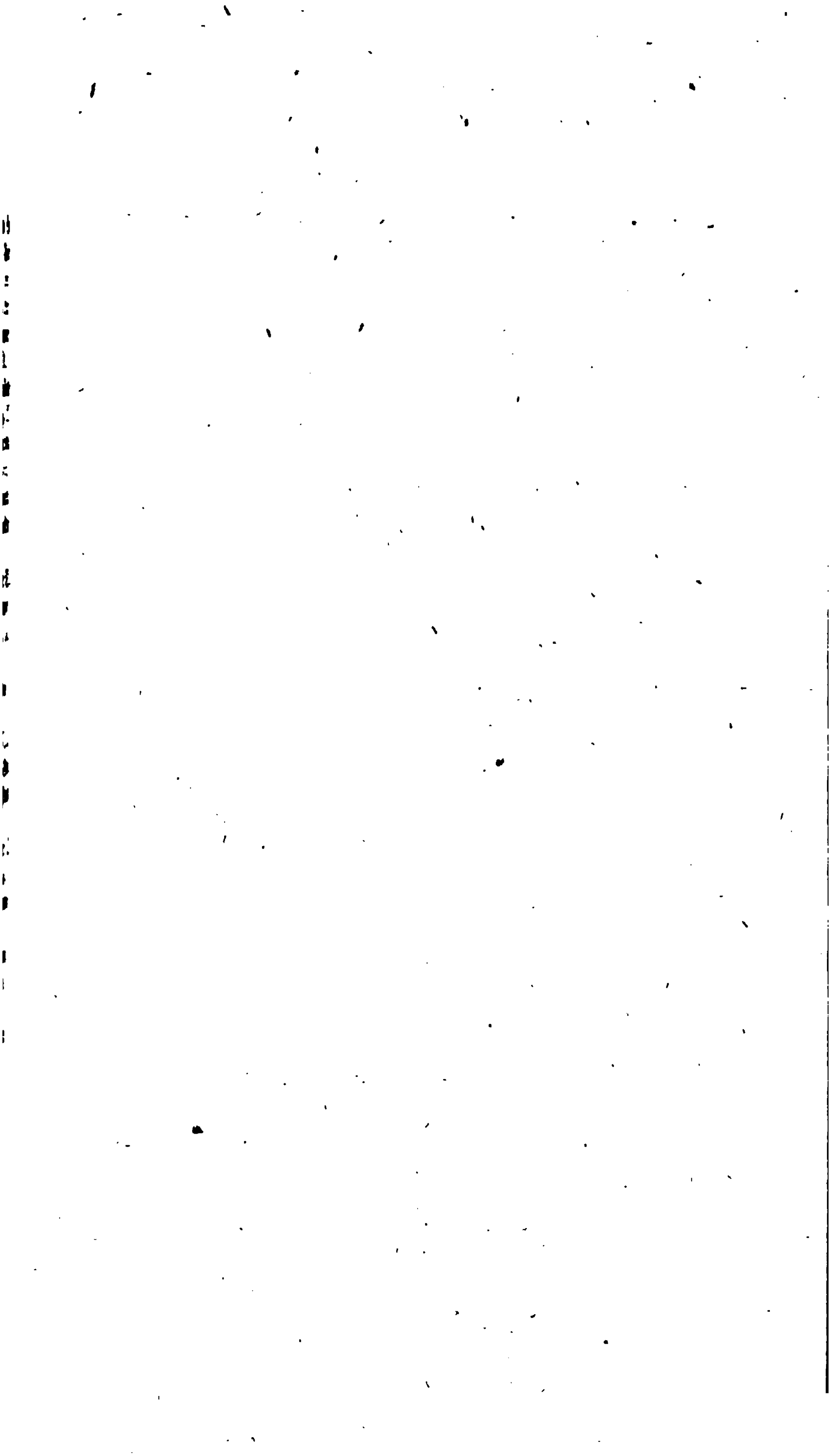
O.

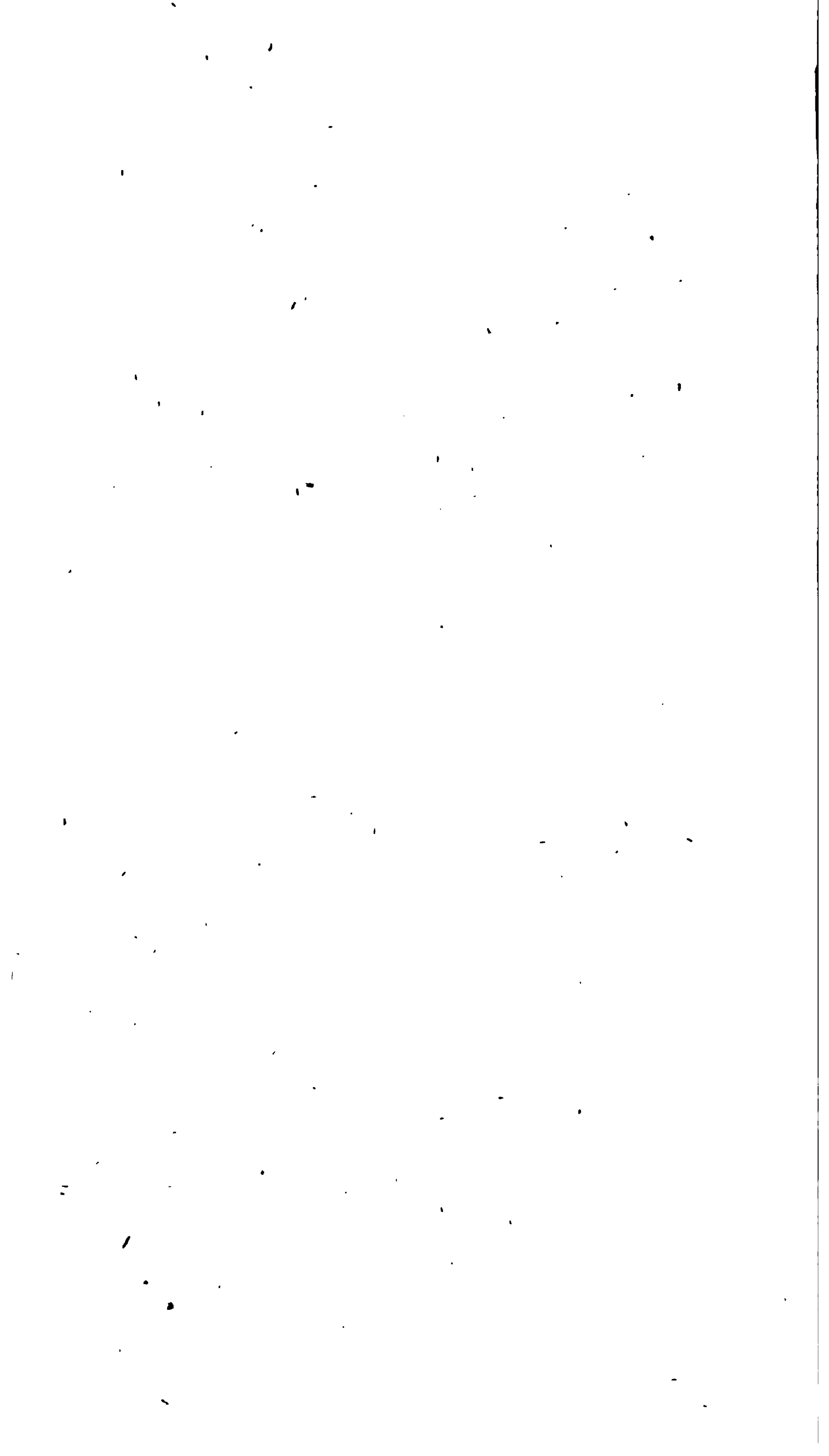
Ofen,

U.

W.

Z.





Zusätze und Verbesserungen

zu allen vier Bänden.

Erster Band.

S. 107. Z. 27. Hier ist von einer italiänischen Fichte (pinus pinea) die Rede, die von der unsrigen in manchen Absichten verschieden ist.

S. 196. Z. 11. gegen den Pol zu soll heissen: nach Norden zu.

Zweyter Band.

Zu Einleit. S. XV. Auch die dehnbarsten Metalle, als Gold und Silber, werden, nach neueren Versuchen, bey einem sehr hohen Grade von Kälte, spröde und brüchig.

Zu S. 15. Der Magnet zieht, wie es scheint, auch den reinen Nickel, und einige andre halbmetallische Körper an. Der magnetische Serpentin soll Chromium enthalten. Man findet ähnliche magnetische Granite in den Gebirgen, die mit Wolfram durchzogen sind.

Zu S. 19. Das hier vorgetragne Gesetz ist wohl ganz allgemein. Denn die magnetischen Steine und Tufe, die eine Ausnahme zu machen scheinen, sind so sehr schwach magnetisch, daß sie nicht das geringste Eisenstäubchen merklich anziehn können. Aber

dennoch reicht ihre magnetische Kraft zu, die Richtung der Magnetnadel zu ändern. S. S. 53.

Z. S. 97. Hier und in der Folge ist von dem alten, nach Art des Reaumür eingetheilten, französischen Thermometer die Rede. Denn heutzutage theilt man in Frankreich den Abstand des Kochpunkts vom Eispunkte nicht mehr in 80, sondern in 100 gleiche Theile, so wie Celsius schon ehedem gethan hat.

Zu S. 103. Die Lineale des Pyrometers des Wedgwood, oder die messingnen geraden Leisten mit parallelen Seiten, welche auf einer Messingplatte senkrecht befestigt und sorgfältig ausgearbeitet seyn müssen, laufen nicht wirklich zusammen, weil dieses ohne Nutzen seyn möchte, sondern bloß schräge gegen einander, und sind an einem Ende 5, am andern aber 3 Zehntel eines englischen Zolles von einander entfernt. Ihre Länge ist so groß, daß der Mittelpunkt des eingeschobnen Thonstücks an ihnen eine Linie von 24 Zollen durchlaufen kann, und diese Linie ist in Zolle und Zehntel eines Zolles eingetheilt. Jenes Thonstück aber hat die Gestalt einer kleinen geraden Walze, von welcher durch einen mit ihrer Axe parallelen Schnitt ein Stück abgesondert worden ist. Mit seiner platten Seite berührt es die Messingplatte, und wird auf ihr fortgeschoben, da es denn so hoch aufsteht, daß die beiden messingnen Leisten zur Seite fast bis an die durch seine Axe gehende mit der Messingplatte parallele Ebne reichen.

Zu S. 142. Der Herr Graf von Rumford behauptet, daß Luft, Dampf, Flamme, Wasser und alle flüssige Materien vollkommne Nichtleiter der Wärme sind, und daß aller Uebergang der Wärme aus einem ihrer Theilchen in das andre ganz unmöglich ist, obgleich jedes, an und für sich, von andern

Körpern Wärme annehmen oder sie ihnen mittheilen kann. Da er aber zugleich versichert, daß die wärmeleitende Kraft des Quecksilbers mehr als drey Mal größer ist, als die des Wassers, und gegen 13 Mal größer, als die der gemeinen trocknen Luft, so scheint er bloß annehmen zu wollen, daß die flüssigen Körper schlechtre Leiter der Wärme sind, als die festen. Indessen hat er auch dieses durch nichts erwiesen, indem seine Versuche mit schmelzendem Eise bloß darthun, daß das Eis durch die Hitze immer nur sehr langsam schmilzt, ungeachtet es durch die Kälte plötzlich im Wasser gebildet wird.

Zu S. 147. Die Wärme bringt in allen flüssigen Materien, und besonders in der Luft, oft sehr merkliche und schnelle Bewegungen von unten nach oben, und von oben nach unten, hervor, indem die von ihr ausgedehnten eigenthümlich leichtern Theile sich erheben und die andern sich senken. Der Herr Graf von Rumford scheint zu glauben, daß bloß durch diese Bewegungen sich die Wärme in den Räumen fortpflanzt, welche die flüssigen Materien einnehmen. Die Fortpflanzung der Wärme nach der Seite scheinet er einzig und allein von Wärmestrahlen herzuleiten, die aus warmen Körpern ausfließen sollen. Allein wenn diese Meinung gegründet wäre, wie könnte eine vor das Gesicht gestellte Glastafel die Hitze des größten Kaminfeuers von demselben abhalten? Da es keine eigentliche Wärmestrahlen giebt, und die nicht erleuchtenden oder dunkeln von Herrn Herschel entdeckten Lichtstrahlen, welche eben so gut wärmen, als die erleuchtenden, und daher in diesem Verstande auch Wärmestrahlen genannt werden können, durch Glas frey hindurchgehn und überhaupt eben so gebrochen werden, als die erleuchtenden Lichtstrahlen.

Zu S. 157. Die Verflüchtigung der Körper durch die Wärme reicht wohl nicht zu, alle Umstände der Erscheinung zu erklären, von welcher hier die Rede ist, der Zurückwerfung nämlich der Hitze durch Spiegel. Die wahre Ursache derselben hat Herr Herschel vor Kurzem entdeckt. Er hat gefunden, daß es, außer den gewöhnlichen erleuchtenden, auch noch andre Lichtstrahlen giebt, welche die Gegenstände zwar erwärmen, aber nicht erleuchten, auf die sie fallen, und daß beide auf gleiche Art gebrochen und zurückgeworfen werden. In den Zusätzen zu dem dritten Bande findet man eine umständliche Nachricht dieser Entdeckung.

Zu S. 328. Der Luftstrom des Wasserblasbalgs rührt, so wie der Wind an den Wasserfällen, nicht sowohl von der Luft her, die sich vom Wasser absondert, als vielmehr von derjenigen, die seitwärts zwischen die in ihrem Falle sich trennenden Wassertheile eindringt, und hernach von ihnen mit Gewalt fortgerissen wird. Daher muß die Röhre des Wasserblasbalgs an den Seiten Oeffnungen haben, wenn der Luftstrom Statt finden soll.

Zu S. 357. Die Art von Spiegelung, von welcher hier die Rede ist, wird von den Franzosen mirage, und von den Niedersachsen **Kimmung** genannt. Sie kann zum Theil auch auf erhitzten Flächen durch die bloße Verdünnung der untersten Luftschichten bewirkt werden. Aber es lassen sich unmöglich alle oft damit verbundne Erscheinungen aus einer bloßen Verdünnung der untern Luft auf eine befriedigende Art erklären; und überhaupt kann diese Ursache zwar auf dem festen Lande, besonders in Sandwüsten, aber nicht auf dem Meere, Statt finden.

Zu S. 404. In einigen Gegenden des heißen Erdstrichs hat man an recht guten Barometern täglich ein gewisses regelmäßiges Schwanken herauf und herunter beobachtet. Das Quecksilber fiel von 9 Uhr früh bis 4 Uhr Nachmittags, hernach stieg es bis 11 Uhr Nachts; dann fiel es wieder bis etwa 4 Uhr früh und stieg von da bis 9 Uhr, und zwar bey jeder Witterung. Zwar waren diese Schwankungen nur klein, indessen betrugen sie dennoch oft über $1\frac{1}{2}$ Linien. Sie rührten wahrscheinlich bloß von der Wärme her, wenigstens entsprangen sie gewiß nicht aus einer eigentlichen Ebbe und Fluth der Atmosphäre. Denn 1) richteten sie sich gar nicht nach dem Durchgange des Mondes durch den Meridian und seinem Stande gegen die Sonne oder die Erde. 2) ist die Ebbe und Fluth der Atmosphäre, selbst nach den umständlichen Berechnungen des Herrn Delaplace, viel zu schwach, als daß man sie an dem Barometer wahrnehmen könnte, höchstens wäre sie im Stande $\frac{1}{2}$ Linie Veränderung in der Höhe desselben, in der Gegend der Linie, zu verursachen. Folglich kann jenes Schwanken des Barometers, welches oft $1\frac{1}{2}$ Linien beträgt, auf keine Art der Ebbe und Fluth der Atmosphäre zugeschrieben werden.

Zu S. 462. Durch neuere Versuche hat man sich überzeugt, daß auch die reinste, aufs beste getrocknete und entlüftete Kohle keinesweges aus reinem Kohlenstoffe besteht. Sie ist allemal schon etwas gesäuert (Oxyde de Carbone), und man findet überdieses in ihr, außer dem wesentlichen Bestandtheile des Sauerstoffes, noch Wasserstoff, Salze, ja sogar Wasser und andre Materien. Reiner Kohlenstoff ist an sich nicht schwarz, er erhält aber diese Farbe durch die Säuerung.

Wenn eine Kohle zuerst brennbare und hernach säuernde Luft verschluckt, so entsteht oft eine merkliche Wärme und Feuchtigkeit. Es scheint also auch die kalte Kohle das Vermögen zu haben jene beide Luftarten in Wasser zu vereinigen.

Zu S. 477. Das Licht faulender Körper scheint nach genaueren Erfahrungen keinesweges phosphorisch zu seyn; aber die Irrlichter brennen unfehlbar langsam, wie Phosphor, indem sie leuchten. Die Höhe der Sternschnuppen und Feuerkugeln läßt sich zwar schwerlich mit Zuverlässigkeit messen; indessen folgt dennoch daraus, daß man sie auch von den Spitzen der höchsten Berge, eben so hoch, als von unten, über sich sieht, wie auch aus andern Erfahrungen, daß sie zum Theil sehr hoch sind. Man hat verschiedne Nachrichten, die zuverlässig zu seyn scheinen, daß aus Feuerkugeln, nachdem sie mit einem fürchterlichen Knalle zerplatzten, Steine auf die Erde gefallen sind.

Zu S. 482. Auch Fleisch, welches in fließendem Wasser aufgehängt wird, verwandelt sich in demselben zuletzt in eine wallrathähnliche Materie.

Zu S. 505. Nach Herrn Berthollet verschluckt der Phosphor, auch wenn er langsam in verschloßner gemeiner Luft brennt, zuletzt allen in ihr enthaltnen Säurestoff.

Zu S. 515. Das Ammoniakgas wird durch eine große künstliche Kälte in eine wäßrige Flüssigkeit (liqueur ammoniacale) verdichtet.

Zu S. 528. Man bedient sich in Frankreich einer noch wohlfeilern Art Baumwolle zu bleichen, welche der berühmte Chaptal bekannt gemacht und verbessert hat. Es wird nämlich die Baumwolle mit einer schwachen kaustischen alkalischen Lauge durchge-

arbeitet, hernach den Dämpfen dieser Lauge ausge-
setzt und dann in der freyen Luft ausgebreitet.

Zu S. 533. Nach den Versuchen des Herrn Ber-
thollet wird das Salpetergas von einer Eisenvitriol-
auflösung nicht bloß verschluckt, sondern auch zersetzt;
und man kann daher dadurch, daß man ein mit Stick-
luft gemischtes Salpetergas in jener Auflösung wäscht,
keinesweges finden, wie viele Stickluft es enthält.

Zu S. 535. Das gesäuerte Stickgas soll sich,
wenn es ganz rein ist, athmen lassen.

Zu S. 539. Herr Berthollet versichert, daß
man nur durch Schwefelleber oder durch Phosphor
mit Zuverlässigkeit erfahren kann, wie vielen Säu-
restoff die gemeine Luft enthält. Die Schwefelleber
verschluckt jenen Stoff zwar gänzlich, aber sehr lang-
sam. Daher thut man am besten, wenn man sich zu
eudiometrischen Versuchen des Phosphors bedient.
Man bringt nämlich in einer engen mit Wasser ge-
sperrten Glasröhre, worin sich die zu untersuchende
Luft befindet, auf einem Glasstifte einen kleinen Zy-
linder von Phosphor hoch hinauf, und taucht, im
Falle einer großen Wärme, das Gefäß unter kaltes
Wasser, damit der Phosphor nicht schmelze. Kaum
ist derselbe in die gesperrte Luft gebracht, so bildet
sich ein weißer im Finstern leuchtender Dampf, der
herabsinkt und sich mit dem Wasser vermischt. In
einer engen Röhre dauert dieses, nach Beschaffenheit
der Wärme, 2 bis 8 Stunden; alsdann hört der
Dampf ganz auf, und die Operation ist zu Ende.
Vor und nach ihr wird die Luft in einer graduirten
Röhre gemessen, und wegen der Veränderung des
Luftdrucks oder der Wärme die nöthige Verbesserung
hinzugefügt; von dem übrigbleibenden Volumen aber
der Stickluft $\frac{1}{40}$ abgezogen, weil sich in ihr, wäh-
rend des Verbrennens, etwas Phosphor auflöst, und

sie durch diese Auflösung ausgedehnt wird. Denn wenn man die Güte der atmosphärischen Luft zugleich durch Schwefelleber und durch Phosphor prüft, und beide Prüfungen vergleicht, so überzeugt man sich, daß jene Ausdehnung durch die Auflösung des Phosphors sehr nahe $\frac{1}{40}$ des Ganzen ausmacht. Herr Berthollet versichert, daß er auf diese Art den Gehalt der atmosphärischen Luft an Säurestoff so genau, als durch irgend ein bekanntes Mittel, erhalten, und beständig, in Kairo und in Paris, fast völlig von gleicher Größe, nämlich von 22 Hunderttheilen, gefunden hat. S. S. 425.

Zu S. 540. Reine Thonerde scheint den Säurestoff gar nicht merklich zu verschlucken.

Dritter Band.

Zu S. 274. Der Winkel F (Fig. 34 Taf. VIII.), den die gerade Linie AF in F mit dem Bogen BF, oder dessen Tagenten an F, macht, ist allezeit größer, als der Winkel A, den sie mit dem Bogen AG, oder dessen Tangente in A, macht; und es läßt sich leicht einsehn, daß F — A allezeit = C oder = ACG sey. Wäre also GF eine Anhöhe, AG die Oberfläche des Meers, und keine Strahlenbrechung, so müßte der Unterschied zwischen dem Tiefenwinkel F, unter welchem man A aus F sieht, und dem Höhenwinkel A, unter welchem F aus A erscheint, = C seyn. Durch die irdische Strahlenbrechung aber wird F gewöhnlich verkleinert und A vergrößert. Daher ist F — A gewöhnlich kleiner als C; und weil man annimmt, daß der Unterschied zwischen F — A und C mit von der Größe von C abhängt, so hat man die scheinbare von der irdischen Strahlenbrechung herrührende Veränderung in der Tiefe des Sees

Horizonts durch Theile des Winkels C, oder des Bogens A G, ausgedrückt, und sie bald auf $\frac{1}{8}$, bald auf $\frac{1}{10}$, bald auf $\frac{1}{13}$ u. s. w. desselben gesetzt. Allein alle dergleichen Bestimmungen sind sehr unsicher, da die Strahlenbrechung nahe am Horizonte äußerst unregelmäßig ist, und oft sogar durch sie die Winkel vergrößert werden, die eigentlich kleiner erscheinen sollten, und umgekehrt.

Zu S. 305. Die Sömmeringische Oeffnung der Retina ist so klein, daß sie nicht den geringsten Mangel im Sehen veranlassen kann, da die Blutgefäße jener zarten Haut viel breiter sind, als sie, und dem Sehen dennoch nicht schaden.

Z. S. 344. Hier ist der schicklichste Ort die wichtigen neuen Entdeckungen des Herrn Herschel anzuführen.

1. Er hat gefunden, daß in dem Sonnenlichte sich außer den erleuchtenden Strahlen sehr viele nicht erleuchtende befinden, welche die Körper, auf die sie fallen, erwärmen. Wenn man das Sonnenlicht mit einem Prisma auffängt, so fallen die nicht erleuchtenden Strahlen unter das rothe Licht, welches am wenigsten gebrochen wird, aber über dem violetten findet man deren keine. Denn ein Thermometer, welches unter das rothe Licht, außer den Grenzen des Farbenbildes, gehalten wird, steigt sehr merklich; über dem violetten Lichte aber ist keine Wärme anzutreffen. Und da das Thermometer, selbst in einer beträchtlichen Entfernung vom rothen Lichte, immer noch Wärme anzeigt, so schließt Herr Herschel daraus, daß die erleuchtenden Strahlen im Sonnenlichte von den nichterleuchtenden an Menge wahrscheinlich weit übertroffen werden.

2. Hr. Herschel hat entdeckt, daß das Licht irdischer Körper dem Sonnenlichte, auch in Ansehung

der nicht erleuchtenden Strahlen, völlig ähnlich ist, und daß diese Strahlen eben so, wie die erleuchtenden, durch Spiegel zurückgeworfen, durch Gläser gebrochen und durch Linsen verdichtet werden können; daß sie überdieses um desto stärker wärmen, je mehr man sie durch Hohlspiegel oder Brenngläser verdichtet.

3. Er hat bemerkt, daß die verschiednen Farbenstrahlen, unter gleichen Umständen, eine sehr verschiedne Kraft zu erwärmen haben. Je weniger brechbar ein Farbenstrahl ist, um desto stärker erwärmt er. Daher erwärmt das rothe Licht stärker, als das grüne, und zwar im Verhältnisse von $2\frac{1}{2} : 1$. Das grüne erwärmt stärker, als das violette, im Verhältnisse von $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$ oder von $7 : 5$. Auch die nicht erleuchtenden Strahlen erwärmen sehr stark, und die größte Kraft der Erwärmung im prismatischen Farbenbilde scheint nahe am rothen Lichte in den dunkeln Strahlen zu liegen.

4. Dagegen ist die Erleuchtung zwischen dem gelben und grünen Lichte am stärksten. Je weiter eine prismatische Farbe von dieser Grenze, es sey auf der einen oder der andern Seite, entfernt ist, um desto schlechter erleuchtet sie.

5. Endlich hat Herr Herschel gefunden, daß heiße Körper, welche durch die Hitze zuletzt leuchtend werden, kurz vorher, ehe sie glühen, eine Menge nicht erleuchtender Strahlen ausströmen, durch welche sie alle Körper erwärmen, die jenen Strahlen ausgesetzt sind.

Diese Erfahrungen scheinen zu beweisen: daß kein Lichtstrahl leuchten oder erleuchten kann, wenn nicht in ihm der positive und negative Lichtstoff in hinlänglicher Menge vereinigt ist; daß ebendeßhalb gewisse Strahlen gar nicht leuchten, weil in ihnen der eine Stoff entweder ganz rein, oder nur sehr

wenig mit dem andern Stoffe gemischt ist; daß in dem Lichte der Sonne, und aller brennender oder glühender Körper überhaupt, sehr viele Strahlen befindlich sind, die fast bloß aus positivem Stoffe bestehn; und daß dieser Stoff vorzüglich stark erwärmt.

Daraus läßt sich sehr leicht begreifen:

1) warum die nicht leuchtenden positiven Strahlen, deren Stoff von den meisten Körpern schwächer angezogen wird, als der negative Lichtstoff, am wenigsten brechbar sind, und warum sie also von einem Prisma, auf welches Licht fällt, unter die rothe Grenze des Farbenbildes gebrochen, über der violetten Grenze aber gar nicht angetroffen werden. Daß aber jene Strahlen hier einen Raum einnehmen, der noch größer zu seyn scheint, als der Raum des ganzen Farbenbildes, rührt vielleicht daher, daß in ihm der positive Stoff nicht ganz rein, sondern noch immer in verschiednen Abstufungen mit etwas negativem Stoffe gemischt ist. Daher scheinen auch diese Strahlen zuweilen durch die Verdichtung unter gewissen Umständen leuchtend zu werden. Hierzu kommt, daß das Prisma nicht alle Strahlen von gleicher Brechbarkeit genau zusammenbringt, sondern sie immer etwas zerstreut. Indessen geben unfehlbar diese nicht erleuchtenden Strahlen, wenn sie mit den erleuchtenden zugleich in unser Auge fallen, dem weißen Lichte seine Stärke und seinen eigenthümlichen Karakter.

2. warum die nicht erleuchtenden oder dunkeln Strahlen eben so zurückgeworfen und gebrochen werden, wie die erleuchtenden, und warum ihr Vermögen zu erwärmen mit der Verdichtung zunimmt. Denn sie sind wahre Lichtstrahlen, und haben daher auch die Eigenschaften der übrigen Strahlen, nur daß sie nicht erleuchten.

3. warum die Farbenstrahlen um desto stärker wärmen, je mehreren positiven Lichtstoff sie enthalten, und je weniger brechbar sie daher sind. Nahe unter der rothen Grenze des prismatischen Farbenbildes ist die Erwärmung am stärksten, weil hier der positive Stoff am reinsten und am dichtesten ist. Weiterhin wird er immer mehr zerstreut und verdünnt. Indessen muß man die Wärme, welche das Sonnenlicht erzeugt, nicht bloß den dunkeln Lichtstrahlen zuschreiben, obgleich selbst Herr Herschel diese Muthmaßung zu begünstigen scheint. Denn auch die prismatischen Farbenstrahlen an sich wärmen, und zwar die rothen Strahlen ungefähr eben so stark, als die dunkeln, ungeachtet diese, wegen ihrer geringen Brechbarkeit, durch das Prisma abgesondert und außer die Grenzen des Farbenbildes getrieben werden. Ueberdieses müßten, wenn das leuchtende Licht gar nicht wärmte, helle und dunkle Farben sich in der Sonne wahrscheinlich gleich stark erwärmen, welches doch aller Erfahrung gerade widerspricht.

4. Warum die Erleuchtung, die von einer gleichförmigen Mischung des positiven und negativen Lichtstoffs abhängt, da, wo diese Mischung am gleichförmigsten ist, das ist: zwischen dem Gelben und Grünen, am stärksten ist. Je größer der Mangel des einen oder des andern Stoffes im Farbenlichte wird, um desto schlechter erleuchtet es.

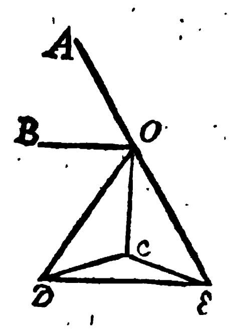
5. warum endlich ein heißer Körper, der durch Hitze zuletzt leuchtend wird, kurz vorher, ehe dieses geschieht, bloß den positiven Lichtstoff, den er am schwächsten zurückhält, fahren, und allererst in der Folge, bey immer zunehmender Hitze, auch den andern Lichtstoff ausströmen läßt.

Hieraus lassen sich die Erscheinungen der zurückgeworfnen Wärme, von welchen bereits im zweyten Bande die Rede war, ohne alle Schwierigkeit erklären, und man kann die nicht erleuchtenden oder dunkeln Lichtstrahlen auch wärmende Strahlen, oder, wenn man will, Wärmestrahlen nennen. Nur muß man sich dabey keine strahlende Wärme gedenken. Denn jene Strahlen sind, wie auch Herr Herschel versichert, keinesweges warm, sondern wahre Lichtstrahlen, welche ursprüngliche Wärme erzeugen. Auch kann man die Erwärmung durch heiße Körper keinesweges bloß ihnen zuschreiben. Denn heiße oder warme Körper wärmen lange vorher, ehe sie zu glühen anfangen, also zu einer Zeit, wo sie noch gar keinen Lichtstoff ausschicken. Ueberdieses ist ihre Erwärmung oft bloß relativisch, und derselbe Körper kann einen kältern erwärmen, indem er zu gleicher Zeit einen wärmern erkältet. Mit einem Worte: es giebt eine mitgetheilte Wärme die man von der ursprünglichen sorgfältig unterscheiden muß.

Zu S. 358. Holz, Kartoffeln und andre Pflanzenkörper leuchten oft, indem sie faulen. Man nennt dieses Leuchten mit Unrecht ein Phosphoresziren, da es sich von dem Leuchten des Phosphors wesentlich unterscheidet, und auch da, wo gar keine säuernde Luft ist, in der Leere des Toricelli, unter Wasser, Oel u. s. w. Statt findet. Es scheint vielmehr elektrischer Natur zu seyn, und durch alles, was die Fäulniß befördert, unterhalten, durch alles aber, was die Fäulniß hindert, geschwächt oder vernichtet zu werden. Eine ähnliche Beschaffenheit hat es mit dem Leuchten faulender oder auch lebendiger Thiere, der Johanniswürmchen, Medusen u. s. w.

Uebrigens leuchten Flußspat, Feuersteine und viele andere Körper, wenn man sie gehörig erwärmt oder stark reibt, nicht nur im Wasser, sondern auch in jeder zum Athmen untauglichen Luftart.

Zu S. 434.



Es sey in O ein lothrechtes spiegelndes Theilchen, auf irgend eine Art gestellt, (z. B. ein Punkt auf der spiegelnden Oberfläche einer lothrecht in der Luft hängenden Eisnadel) und AO ein auf dasselbe fallender Lichtstrahl, der in OD zurückgeworfen wird, so ist das Einfallsloth OB horizontal und AOB = BOD. Man ziehe daher aus irgend einem Punkte D des zurückgeworfnen Strahls, DE mit BO parallel, also horizontal, und verlängere die Linie AO, bis sie mit DE in E zusammenläuft; so ist ODE = BOD und OED = AOB, also ODE = OED, und das Dreyeck ODE gleichschenklicht, also OE = OD. Schneidet nun die horizontale durch DE gesetzte Ebne die aus O gezogne Lothlinie OC in C, und zieht man CD, CE, so entstehn bey C die rechten Winkel OCD, OCE, und die Dreyecke ODC, OEC werden einander gleich und

ähnlich. Denn legen wir eines dieser Dreyecke auf das andre, so daß die Seite OC beiden gemein bleibt, so fällt CE auf CD, und da die Hypothenusen OE und OD einander gleich sind, so muß auch CE = CD seyn. (Einl. 39.) Folglich sind auch die Winkel OEC und ODC einander gleich. Von diesen aber drückt der erstre die Neigung des zurückgeworfnen Strahls gegen die Horizontalebne aus. Also sieht unser Auge, wenn es sich in D befindet, das Bild von O allemal unter einem Winkel, welcher der Sonnenhöhe gleich ist.

Vierter Band. Erste Abtheilung.

Zu S. 52. Nach einer Menge sehr genauer Beobachtungen ist in Frankreich am Ufer des Meeres, bey einer Wärme von 10 Französischen Graden, die mittlere Höhe des Barometers von 28″ $2\frac{5}{6}$‴.

Zu S. 209. Eigentlich kann man wohl Trabanten, deren Neigung gegen die Ekliptik fast 90 Grade beträgt, weder rechtläufig noch rückläufig nennen. Herr Delaplace glaubt nicht, daß diese rückläufig seyn sollenden Trabanten eine Ausnahme von der allgemeinen Regel machen werden, sobald man ihre Ebnen auf den Sonnenäquator bezogen haben wird, auf welchen man sie eigentlich beziehen muß. Ihre Neigung wird alsdann auch kleiner seyn.

Z. S. 221. Viele berühmte Astronomen zweifeln an der Richtigkeit der Angaben des Herrn

Herschels in Ansehung des Mars. Nach ihren Beobachtungen beträgt die Abplattung des ♂ nur $\frac{1}{81}$.

Zu S. 225. Nach Herrn Schröters neuern Beobachtungen dreht Merkur sich in 24 Stunden um seine Axe, und hat sehr hohe Berge auf seiner Oberfläche, so wie Venus.

Zu S. 259. Wenn das Licht gegen die Weltkörper schwer wäre, so müßte es durch sie, nachdem es von ihnen ausgeströmt ist, in seinem Laufe nach und nach immer verzögert werden; ja es könnte Sonnen von so großer Masse geben, daß ihr Licht gar nicht bis zu uns gelangen könnte. Allein nach der höchsten Wahrscheinlichkeit hat das Licht gar keine Schwere, obgleich es dem Anziehn, welches ich das elektrische nenne, unterworfen ist. Dieses richtet sich nach ganz andern Gesetzen, als das Anziehn der Schwere, und ich habe daher hier und in der Folge allenthalben vorausgesetzt, daß das Licht nicht schwer ist.

Vierter Band.

Zweyte Abtheilung.

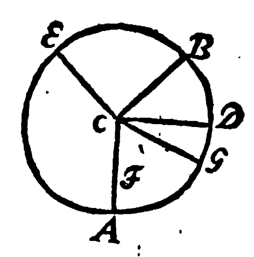
Zu S. 23. Das Anziehn der Erde und der irdischen Körper hat auch Herr Cavendish durch sehr sinnreiche Versuche bestätigt; aus welchen er herleitet, daß die Erdkugel fast $5\frac{1}{2}$ Mal dichter ist, als Wasser. Gilberts Annalen der Physik II. 1.

Z. S. 76. Selbst die Nordsee verhält sich, wie ein kleines Meer. Sie erhält ihre Ebbe und Fluth bloß durch den Kanal von Calais, und man spürt daher dieselbe an den dänischen Küsten sehr wenig. Bloß von der Stavangerbucht an erhalten die Norwegischen

wegischen Küsten über Schottland her ordentliche Ebbe und Fluth, die weiter nach Norden zu an jenen Küsten immer stärker wird.

Zu S. 141. Man nennt alle Pendel, die so eingerichtet sind, daß bey Wärme und Kälte ihr Gang immer gleich geschwinde bleibt, auch Kompensazionspendel.

Zu S. 154.



Man kann die Zeit, in welcher sich die Unruhe einer Taschenuhr einmal schwingt, auf folgende Art berechnen. Es sey ADBEA der Umfang, und C der Mittelpunkt der Unruhe, an deren Spindel eine Spiralfeder angebracht ist. Es sey ferner irgend ein Punkt jenes Umfanges in A, wenn die Unruhe ruht, und die Feder gar nicht gespannet ist; und er gehe durch den Bogen BA, AE hin und her, wenn die Unruhe sich schwingt, so, daß AB = AE ist, die Reibung aber und andre Hindernisse werden durch die Hauptfeder der Uhr ersetzt. Man sieht leicht, daß die Spiralfeder um desto stärker gespannt wird, je weiter jener Punkt sich auf dieser oder jener Seite von A entfernt, und ich nehme an, daß die Kraft der Feder sich ganz genau, wie die Entfernung von A nach dem Bogen, oder wie der Winkel ACD (wenn jener Punkt in D ist) verhält; welches auch,

der Erfahrung zufolge, bey guten Uhren wirklich Statt findet. Endlich sey das Gewicht oder die Totalkraft, welche am Umfange der Unruhe, nach der Richtung der Berührungslinie, angebracht werden muß, um jenen Punkt aus A bis nach D zu ziehn, $= P$; ferner sey $CA = r$, $BA = h$, $AD = a$ und die Masse der ganzen Unruhe und aller sich schwingenden Theile $= M$. Schwingt sich nun die Unruhe eben so, als wenn ihre ganze Masse im Punkte F vereinigt wäre, dessen Entfernung von C nämlich $CF = q$ ist; so ist F der Mittelpunkt der Schwingung, und eine der Masse M gleichgültige Masse, in A angebracht, müßte $= \frac{Mq^2}{r^2}$ seyn. Da nun die Kraft P in D mit der Kraft der Spiralfeder im Gleichgewichte, also ihr gleich ist, so muß die Elementarkraft jener Feder in $D = P : \frac{Mq^2}{r^2}$ oder $= \frac{Pr^2}{Mq^2}$ seyn. Wir wollen sie b nennen. Ist nun G irgend ein andrer Punkt zwischen A und D im Umfange der Unruhe, und $AG = x$, so wird die Elementarkraft der Feder in $G = \frac{bx}{a}$.

Nun ist überhaupt $cdc = 2gfdx$, also in unserm Falle, wenn unser Punkt aus B durch G nach A geht (und daher bey G das Differenzial des Raums $= -dx$ ist), im Punkte G, $cdc = -\frac{2gbxdx}{a}$, und daher $c^2 = C - \frac{2gbx^2}{a}$. Da nun in B die Geschwindigkeit $c = o$ und $x = h$ ist, so wird $C = \frac{2gbh^2}{a}$ und $c^2 = \frac{2gb(h^2 - x^2)}{a}$, also die Geschwindigkeit c in $G = \sqrt{\frac{2gb(h^2 - x^2)}{a}}$.

Nun ist aber auch $dt = \frac{-dx}{c}$. Also wird hier $dt = \frac{-dx}{\sqrt{(h^2 - x^2)}} \cdot \sqrt{\frac{a}{2gb}}$, und die Zeit von B nach G, oder $t = \text{arc. cos.} \frac{x}{h} \sqrt{\frac{a}{2gb}}$. Ist nun T die Zeit einer halben Schwingung von B nach A, so muß man $x = 0$, also $\text{arc. cos.} \frac{x}{h} = \frac{1}{2} p$ setzen, indem man den Halbmesser $= 1$, und $p = 3{,}1415\ldots$ annimmt. Da es nun frey steht, anzunehmen, daß ACD ein rechter Winkel ist, so wird $a = \frac{1}{2} pr$ und $T = \frac{1}{2} p \sqrt{\frac{a}{2gb}} = \sqrt{\frac{p^3 r}{16 gb}} = \sqrt{\frac{Mp^3 q^2}{16 Pgbr}}$, weil $b = \frac{Pr^2}{Mq^2}$ ist.

Zu S. 176. Wenn man auch die Herschelschen Bestimmungen in Ansehung des Mars verwerfen wollte, so bleibt es dennoch immer gewiß, daß seine Gestalt, auch bey der geringern Abplattung von $\frac{1}{81}$, von der Theorie sehr abweicht.

Zu S. 180. Nach den neuesten Französischen Messungen, die mit einer fast unglaublichen Genauigkeit gemacht worden sind, hält der mittlere Grad der Erde nicht 57027, sondern nur 57008 Pariser Klaftern, und die Abplattung der Erde müßte nicht $\frac{1}{331}$, sondern nur $\frac{1}{334}$, betragen. Darnach ist auch die Tafel S. 182 zu verbessern, wo man sieht, daß der Unterschied zwischen dem gemeßnen und berechneten mittleren Grade nicht — 24, sondern nur — 5, beträgt.

Zu S. 181. Wenn man die elliptische Krümmung der Erdmeridiane voraussetzt, und den mittleren Fran-

zösischen Grad mit dem unter dem Aequator gemeßnen Grade vergleicht, so beträgt die Abplattung der Erde, wie ich schon gesagt habe, nur $\frac{1}{334}$, und so hoch nimmt sie jetzt auch der berühmte Französische Astronom Hr. Delalande an. Allein er gesteht zugleich selbst, daß eine Ellipse, welche durch die neun in Frankreich aufs genaueste gemeßne Grade gienge, der Erde eine Abplattung von $\frac{1}{150}$ geben würde, und daß diese Abplattung mit dem in England gemeßnen Längengrade übereinstimme. Indessen leitet er dieses von einer lokalen Unregelmässigkeit her, die aber weder vom Anziehn der Berge noch von der Ungewißheit der Beobachtungen herrühre.

Zu S. 210. Man hat vor einigen Jahren im Würtenbergischen angefangen Seile wie Schläuche zu weben und nicht zu drehen. Diese rundgewebten Seile waren leichter, wohlfeiler, geschmeidiger und nach Verhältniß viel stärker, als die gewöhnlichen.

Zu S. 237. Da r größer als 1 ist, so wird $1 - \frac{1}{r^2}$ ein wirklicher Bruch. Da nun das Quadrat eines jeden wirklichen Bruchs kleiner ist, als der Bruch selbst, so ist auch $1 - \frac{1}{r^2}$ kleiner, als $\sqrt{(1 - \frac{1}{r^2})}$, also 1 kleiner, als $\frac{1}{r^2} + \sqrt{(1 - \frac{1}{r^2})}$.

Zu S. 375. Hier wird angenommen, daß der Punkt C, wenn die Kugel sich in ihrem natürlichen Zustande befindet, merklich von D entfernt ist; bey dem Stoße aber, indem die Kugel abgeplattet wird, dem Punkte D so nahe kommt, daß seine Entfernung von ihm als 0 angesehen werden kann.

Z. S. 396. So gewiß es ist, daß der Schall, wenn er aus der Luft durch andre Körper geht, geschwächt wird, so wenig kann man läugnen, daß er, wenn man ihn bloß durch harte Körper fortleitet, oft viel stärker ist, als wenn er in der Luft fortgeht. Durch einen zwischen den Zähnen gehaltnen und an einen tönenden Körper gestemmten Stab hört man den Schall desselben bey verstopften Ohren vorzüglich deutlich. Aber in diesem und allen übrigen ähnlichen Fällen zittern die Theile der harten Körper, durch welche der Schall geht, zugleich mit. Daher wird durch sie der Schall nicht bloß, so wie durch die Luft, fortgeleitet, sondern zugleich auch verstärkt, und oft sehr merklich verändert.

In den Figuren ist folgendes zu verbessern.

Erster Theil Zusätze.

Taf. A. In der II. Figur muß von E nach F eine gerade Linie ausgezogen werden.

Dritter Theil.

I. Taf. In der 12 Figur muß von B nach D eine gerade punktirte Linie gezogen werden.

In der 24 Figur ist von C nach B eine gerade Linie auszuziehn.

II. Taf. In der 31 Fig. fehlt der Buchstabe I am Umfange des Kreises zwischen D und E.

III. Taf. In der 46 Fig. fehlt C am Mittelpunkte, wie auch die Berührungslinie H I an a.

In der 48 Fig. muß von E nach d eine gerade auf B D senkrechte Linie zwischen E D und E A punktirt werden.

In der 53 Fig. muß man von B nach D, und von D nach F, gerade Linien punktiren.

IV. Taf. In der 69 Fig. muß der Punkt I in den Umfang der Halbkugel A E B fallen, und von C nach I,

wie auch von C durch G nach E, eine gerade Linie punktirt werden.

V. Taf. In der 73 Fig. muß aus n, mitten zwischen E und B, eine punktirte Linie n L senkrecht auf E I gezogen, und die aus D auf E I senkrechte Linie gelöscht werden.

In der 76 Figur sind die geraden punktirten Linien F M und f M auszuziehn.

In der 77 Fig. ist von O nach G eine gerade Linie zu punktiren.

In der 81. Fig. von F nach m eine gerade Linie zu punktiren.

In der 83 Fig. ist über N, anstatt M, H zu setzen.

VI. Taf. In der 2 Fig. muß man die gerade Linie E F ziehn.

In der 6 Fig. muß das Ende der durch B, A und C gehenden Linie mit E bezeichnet werden.

In der 14 Fig. fehlt C am Mittelpunkte.

In der 15 Fig. fehlt am Spiegeldurchschnitte H, oben zwischen A und M, und I unter L. Die Linie D B muß gelöscht und dagegen D E gezogen werden, welche von A B in G durchschnitten wird. Ferner sind aus A nach O, und aus N nach F, punktirte Linien senkrecht auf L C zu ziehn

VII. Taf. In der 16 Fig. ist die gerade Linie A C auszuziehn.

In der 17 Fig. ist unten, wo H G auf den Spiegel stößt, I zu setzen.

In der 19 und 22 Fig. ist unten I an den Spiegel zu schreiben.

In der 29 Fig. ist aus A ans Ende der Linie BH eine gerade Linie auszuziehn.

In der 30 Fig. ist die punktirte Linie EC ganz auszuziehn, und I, anstatt P, zu setzen.

VIII. Taf. In der 31 Fig. fehlt A am Ende der geraden Linie ACB, und FC muß bis in G fortgezogen werden.

In der 33 Fig. muß R dicht an Q stehn.

In der 37 und 38 Fig. muß H da stehn, wo jetzt I erscheint, I aber weiter von L entfernt, und deßhalb die Linie ALH oder BLH etwas verlängert werden.

In der 40 Fig. muß SBH bis in M verlängert werden. Auch fehlt vorn an der mit SO parallelen SE der Buchstabe S.

In der 42 Fig. fehlt I unten an der Linse.

In der 43 Fig. fehlt T über S.

IX. Taf. In der 54 Fig. muß CT durch A gehn.

In der 56 Fig. fehlt am Kreise, über A und F, der Buchstabe E. Ferner ist CE zu punktiren.

In der 60 Fig. sollten E und e höher, gegen A zu, stehn, und Ceq sollte eine gerade Linie seyn.

X. Taf. In der 62 Fig. fehlt B unten an der erhabnen, und E unten an der hohlen Linse.

In der 63 Fig. fehlen E neben A, und F neben B, wie auch a unter A, und b unter B.

In der 64 Fig. muß D tiefer und weiter gegen S über der zweyten geraden Linie ODd stehn.

In der 69 Fig. fehlt S, oben über C, an der Linie SQ.

In der 72 Fig. fehlt C in der Mitte der Linse, unter F; wie auch L am Ende der geraden Linie EBCL.

Vierter Theil.

III. Taf. In der 35 Fig. fehlt H über O. Es muß OH = OC seyn.

In der 38 Fig. ist die aus C mit LF und IE parallel gezogne Linie zu löschen.

IV. Taf. In der 78 Fig. müssen E und M höher stehn, an den Enden der durch L gehenden mit AB parallelen Linie.

V. Taf. In der 98 Fig. muß D zwischen A und C stehn.

In der 101 Fig. muß FI bis in E fortgezogen werden.

VI. Taf. In der 111 Fig. sind von C nach I und G gerade Linien zu ziehn.

In der 122 Fig. muß neben D, statt a, d stehn.

VII. Taf. In der 134 Fig. ist die Ellipse durch AM und GO auszuziehn.

In der 145. Fig. muß die gerade Linie CM ausgezogen werden.

In der 149 Fig. müssen aus dem Mittelpunkte F die kleinen punktirten Kreisbogen Dd und Bb gezogen werden.

VIII. Taf. In der 154 Fig. muß D tiefer, am Kreise ADB, stehn und CD aus C, auf den

Durchschnitt von NDE und ADB, gezogen werden.

In der 155 Fig. muß AET mit BF parallel seyn und Me senkrecht auf mo ausgezogen werden.

In der 156 Fig. ist A, anstatt H, zu setzen.

In der 162 Fig. ist die gerade Linie CD auszuziehn.

In der 165 Fig. muß der oberste Punkt des auf AD senkrechten Halbmessers mit B bezeichnet werden.

In der 173 Fig. ist der Bogen fKD bis b auszuziehn.

Verbesserungen des dritten Bandes.

S. 1. Z. 3. von unten. Anstatt: nach Länge lies: nach der Länge
S. 9. Z. 10. Anstatt: Hypotenuse lies: Hypothenuse
S. 10. Z. 3. von unten. Anstatt: sind lies: sein
S. 14. Zu 28 gehört die 12 Figur
S. 32. Z. 5. Anstatt: Zoll, 864 lies: Zoll, oder 864
— Z. 12. Anstatt: hiesige Warschauer lies: ehemalige Warschauer
S. 33. Z. 26. Anstatt: AB = BC lies: AB = AC
S. 69. Z. 19. Anstatt: Ergänzungswinkels lies: Ergänzungswinkel
S. 74. Z. 19. Anstatt: gerade Linien lies: gerade Linien DE, FG
S. 75. Z. 2. Anstatt: FCO lies: FCH
S. 78. Z. 2. von unten. Anstatt in DF, lies: in HF,
S. 79. Z. 11. Anstatt: CB lies; AB.
S. 81. Z. 8. Anstatt: BI lies: und BI
S. 85. Z. 7. Anstatt: Linie lies: Linie BD
S. 92. Z. 3. Anstatt: ABHG lies: ABIG
S. 95. Z. 23 und S. 96. Z. 21. Anstatt: durch die Axe lies: längs der Axe
S. 98. Z. 19. Anstatt: hält 47,3 lies: hält beynahe 47,3
S. 116. Z. 10. Nach u. s. w. setze hinzu: zusammengesetzt.
S. 117. Z. 4. Anstatt 2 log. 32 lies: 2, log. 32
— Z. 23. Anstatt $\frac{1}{3}$ log. 32 lies: $\frac{1}{3}$, log. 32
S. 131. Zu ihr gehört die 76 Figur.
S. 132. Z. 14. Anstatt: auch Ef lies: auch Gf
S. 149. Im Absatze 241 muß immer ſ, anstatt s, gesetzt werden.
S. 151. Z. 7. Anstatt: und das lies: um das
S. 156. Z. 9. Anstatt: Es sey lies: es sey
S. 157. Z. 14. und 15. Anstatt: eines Lichts, welche auch lies: oft
S. 162. Z. 18. und 20. Anstatt a lies: a^2
S. 167. Z. 3. und S. 182. Z. 3. von unten. Anstatt Taf. I lies: Taf. VI.
S. 170. Z. 18. Anstatt mit 16 Zollen lies: mit dem Quadrate von 16 Zollen
S. 173. Z. 16. Anstatt halten schreibe: halten.

S. 179. Z. 20. Anstatt: Denn es verhält lies: Denn es verhält sich

S. 191. Z. 20. Anstatt: des Gegenstande lies: des Gegenstandes

S. 197. Z. 4. Anstatt: sech lies: sechs

S. 203. Z. 7. von unten. Anstatt: Bewegung lies: Begrenzung

S. 204. Z. 27. Anstatt: auch Strahlen lies: auch feurige Strahlen

S. 225. Z. 2. von unten. Anstatt: Tschinrhausische lies: Tschirnhausische

S. 229. Z. 1. Anstatt: $\frac{1}{2} 5^8 r$ oder b lies: $\frac{1}{2} 5^8 r$, oder b

S. 234. Z. 17. Anstatt: als wenn wir in lies: als wenn wir sie in

S. 235. Z. 6. Ist eigentlich wegzustreichen.

S. 238. Z. 2. Anstatt: vereingen lies: vereinigen

S. 248. Z. 2 von unten. Anstatt: so gar oft lies: oft so gar

S. 253. Z. 26. Anstatt: Lufttheilchen lies: Lichttheilchen

S. 261. Z. 27. Anstatt: Baumöl lies: das Baumöl

S. 265. Z. 17. Anstatt: so würde er lies: so würde der letztre Sinus

S. 276. Z. 7 und 8. Anstatt: zusammenschießen lies: zusammenschließen

— unterste Zeile. Anstatt: Jede gerade lies: Jene gerade

S. 280. Z. 14. Anstatt: B F f lies: B F, f.

S. 282. Z. 11. Anstatt: Nun ist lies: Außerdem ist

S. 290. Z. 1. Anstatt: bey ihr lies: bey ihm

S. 292. Z. 1. Anstatt: Es ist wird lies: Es wird

S. 293. Z. 5. Anstatt: Dreyecke OMC lies: Die Dreyecke OMC

S. 296. Z. 13. Anstatt: fortgienge lies: fortgiengen

S. 297. Z. 20. Anstatt: Materie lies: Materien

S. 312. Z. 18. Anstatt: sich in B lies: sich in A

S. 343. Z. 4. Anstatt: Lufttheilchen lies: Lichttheilchen

S. 376. unterste Zeile. Anstatt: den Kreis BEDFB lies: einen Kreis BEDB

S. 379. Z. 22. Anstatt: die Brechung zeigt lies: die Berechnung zeigt

S. 389. unterste Z. Anstatt: und F lies: um F

S. 395. Z. 20. Anstatt: oder daß, lies: oder daß sich,

S. 398. Z. 11. Anstatt: nach derselben lies: nach denselben

— Z. 26. Anstatt: denn man sich lies: den man sich

S. 403. Z. 18. Anstatt: so war alsdenn lies: so wäre alsdenn
S. 407. Z. 27. Anstatt: Krümmungen, wodurch lies: Krümmungen zu geben, wodurch
S. 426. Z. 2 u. 3. Anstatt: sich halten lies: sich so verhalten
S. 434. Z. 2. Anstatt: mit jedem einen lies: mit jedem horizontalen Durchschnitte derselben einen
— Z. 6. Anstatt: Eisspitzen lies: Durschnitte der Eisspitzen
S. 435. Z. 17. Anstatt: daß parallele Sonnenstrahlen lies: daß parallele von der Sonne erleuchtete Streifen von Dünsten
S. 438. Z. 4. Anstatt: aus einem lies: aus jenem. Auch muß in der hieher gehörigen 65 Fig. die Linie CGI bis in b fortgesetzt werden, und n höher stehn, als b.
S. 447. Z. 18. Anstatt: $96 + \frac{9}{88}$ oder $96\frac{1}{11}$ Zolle lies: $3 + \frac{9}{88}$ oder $3\frac{1}{11}$ Zolle.
S. 462. Z. 13. halben ist wegzustreichen.
S. 463. Z. 19. Anstatt: (Augometres) lies: (Auxometres)
S. 507. Z. 11. Anstatt: zerschnittnen lies: geschnittnen.

Verbesserungen des vierten Bandes.

Erste Abtheilung.

Inhalt S. IV. Z. 13. Anstatt: verfloßne Ursachen lies: verfloßne. Ursachen
S. 23. Z. 26. Anstatt: AS lies: AG
S. 26. Z. 4. Anstatt: (Fig. 115) lies: (Fig. 113)
S. 44. Z. 9. Anstatt: und deßhalb macht lies: und es macht
S. 56. Z. 10. Anstatt: der Neunzigsten lies: den Neunzigsten
— Z. 28. Anstatt: Es schein also lies: Es scheint also
S. 66. Z. 5. Anstatt: diese aus jenem, lies: diese aus jenen,
S. 85. Z. 15. Anstatt: STCe lies: STC, e
S. 93. Z. 15. Anstatt = ist + zu setzen.
S. 98. Z. 3. von unten: Anstatt: Stellen Sie sich an lies: Stellen Sie sich dieselbe an

S. 113. Z. 22. Anstatt: fGg lies: fPg. Eben so Z. 27. lies: P anstatt G, und in der untersten Z. CP, anstatt CG, und FCP anstatt FCG.
S. 120. Z. 3. Anstatt: daß sich lies: daß sie sich
S. 131. Z. 19. Anstatt: (Fig. 8) lies: (Fig. 9.)
S. 158 Z. 8. Anstatt: Daher verhält lies: Daher verhält sich
S. 163. Z. 1. Anstatt: ommt, lies: kommt,
S. 174. Z. 2. von unten. Anstatt Ff lies: FI
S. 188. Z. 25. Anstatt: So ist auch dem lies: So ist auch in dem
S. 234. Z. 2. Anstatt: ♄ setze ♃.
S. 244. Z. 15. Anstatt: BAH lies: DAH
S. 250. Z. 3. Anstatt: als ein andrer, lies: als irgend ein andrer
S. 255. Z. 10. Anstatt: cot. m. tang. n. lies: cot. m : tang. n.
S. 263. Z. 26. Anstatt ADS lies: NDS
S. 273. Z. 7. 8. und 20. Anstatt 25 lies: 28.
S. 285. Z. 12. Anstatt + DC setze + DC^2
S. 327. Z. 9. Anstatt: auf dieser lies: auf diese
S. 356. Zu dem untersten Absatze gehört die 46 Figur
S. 368. Z. 2. von unten: Anstatt: $\frac{a}{(\text{tang. } m)}^2$ lies: $\frac{ax}{(\text{tang. } m)^2}$
S. 377. Hierher gehört die 33 Figur.

Verbesserungen des vierten Bandes.

Zweyte Abtheilung.

S. 16. Z. 15. Anstatt: daß man da, lies: daß wenn da,
S. 17. Z. 9. Anstatt: seyn wird, lies: sein,
S. 46. Z. 9. ist von wegzustreichen.
S. 67. Z. 6. Anstatt: Stauchen lies: Stauen
S. 82. Z. 20. nach $\frac{3F.LC}{SK^3}$ füge man hinzu: wofür man $\frac{3F.LC}{SC^3}$ schreiben kann, weil CL, gegen SC, immer sehr klein ist.

S. 84. Z. 3. von unten. Anstatt: (OF^2 OI^2) lies: ($OF^2 - OI^2$)
S. 87. Z. 9. Anstatt Ea^6 lies: Ea^5.
S. 89. Z. 8. Anstatt: man nimmt lies: man nennt
S. 96. Zu dem obersten Absatze gehört die 51 Figur.
S. 100. Z. 9. Anstatt AM lies: Am
S. 107. Z. 4. Anstatt: Aushängepunkte lies: Aufhängepunkte
S. 111. Z. 4. Anstatt O lies: C.
S. 135. Z. 14. Anstatt: z. B. 440 lies: z. B. von 440
S. 136. Z. 1. nach Zeit füge hinzu: bloß durch seine Schwere
— Z. 3. Anstatt: ein Punkt lies: ein nicht schwerer Punkt
S. 138. Z. 21. Anstatt: sich, $\sqrt{CM}$, lies: sich, wie $\sqrt{CM}$,
— Z. 24. Anstatt: mit jeder lies: mit jener
S. 142. Z. 4. Anstatt: HBa schreibe man: HB, a,
— Z. 20. Anstatt: $u^{\frac{1}{2}}$ schreibe man: $u^{\frac{1}{2}}$
S. 144. Z. 19. Anstatt — 1 der Kosinus lies: — 1 ist der Kosinus
S. 153. Z. 7. Anstatt: die Maierischen lies: die verbesserten Maierischen
S. 198. Z. 11. Anstatt: AD lies: ED.
S. 209. Z. 7. Anstatt: E lies: FG
S. 213. Z. 5. von unten. Anstatt: ihre Zapfen lies: ihre horizontale Zapfen
S. 222. Z. 6. Anstatt: kleiner lies: größer
S. 232. Z. 5. von unten. Sind die Worte: etwas lange wegzustreichen
S. 234. Z. 6. Anstatt: eine Totalkraft lies: eine Totalkraft a
S. 235. Z. 22. ist nur wegzustreichen.
S. 237. Z. 16. Anstatt: $x = \sqrt{(1 - r^2)}$ lies: $x = \sqrt{(1 - \frac{1}{r^2})}$
— Z. 17. Anstatt: r lies: $\frac{1}{r}$.
— Z. 18. Anstatt: $z = \sqrt{(1 - r^2)} + 1$ lies: $z = \sqrt{(1 - \frac{1}{r^2})} + \frac{1}{r^2}$.
S. 239. Z. 3. Anstatt: Sie verhalten lies: Sie verhalte

S. 257. Z. 7. von unten. Anstatt: der Masse lies: der Masse p

S. 268. Z. 21. ist die wegzustreichen.

S. 269. Z. 7. Anstatt: mußte lies: müßte

S. 274. Z. 2. Anstatt: Kubitzolle lies: Kubikzolle

S. 307. Z. 5. Anstatt: wenn lies: wenngleich

S. 311. Z. 6. von unten. Anstatt: wie $(K-C)^2$ lies: fast vollkommen, wie $(K-C)^2$

S. 316. Z. 24. Anstatt: Totalkraft $520-20$ lies: Totalkraft von $520-20$

— Z. 26. Anstatt: $\frac{520-20}{500}$ setze: $\frac{520-20}{520}$.

S. 319. Z. 20. Anstatt: $\frac{2}{3}+x$ setze: $\frac{2}{3}\mp x$

— Z. 21. Anstatt: $+x^5$ setze $\pm x^3$

S. 329. Z. 7 und 10. Anstatt H setze M.

S. 336. Z. 13. Anstatt: wagrechte Oeffnung FA lies: lothrechte Oeffnung A

S. 357. Z. 8. Anstatt: hätten. Da lies: hätten, da

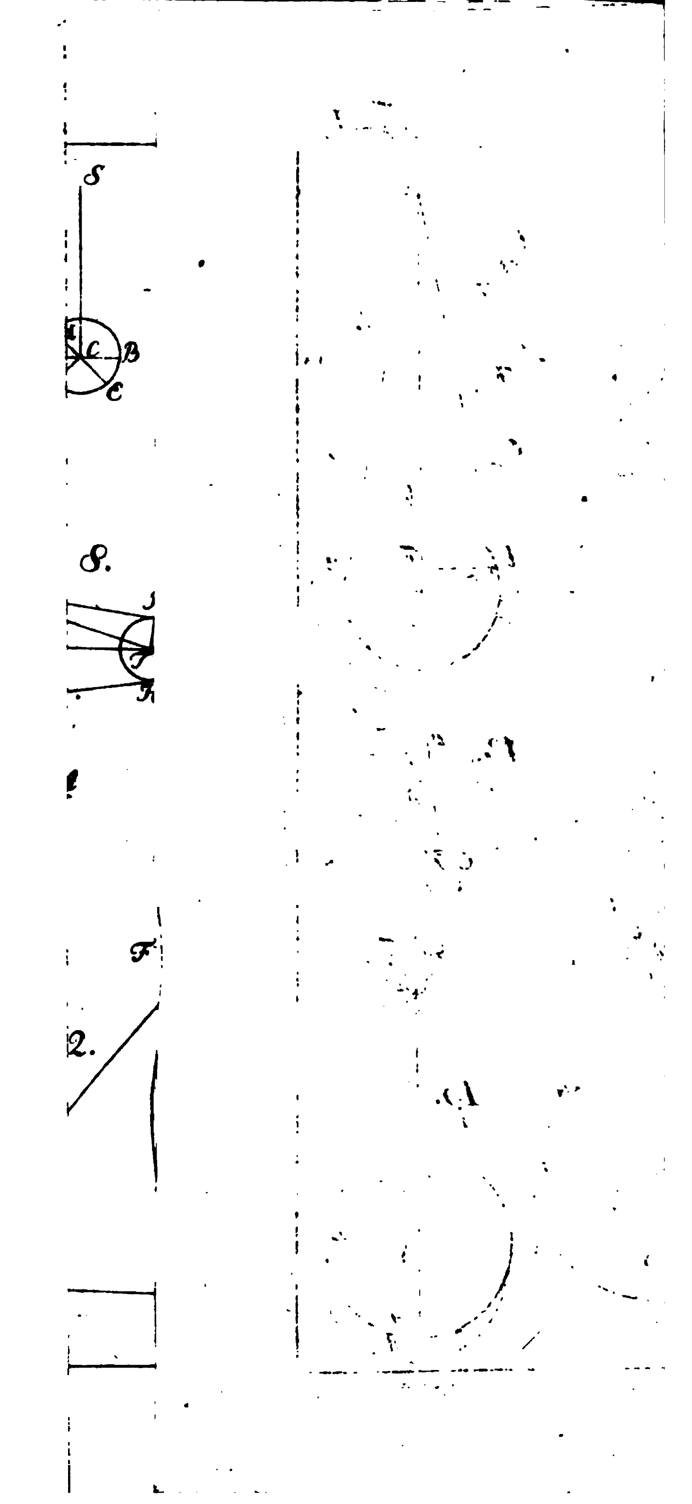
— Z. 24. Nach u. s. w. lies: zu 1.

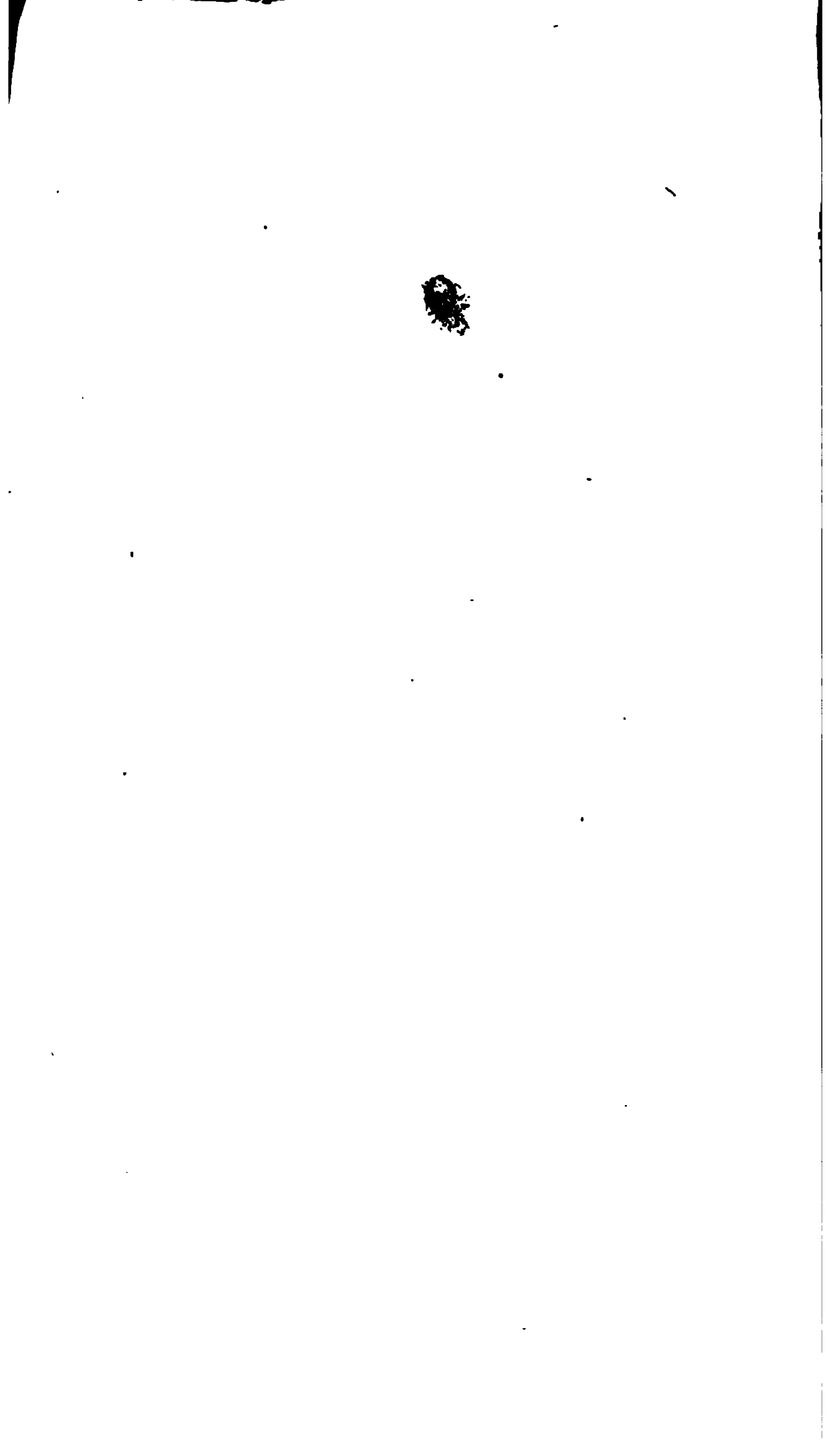
S. 362. Z. 2. Anstatt: den Kasten lies: dem Kasten

S. 367. Z. 7. von unten. Nach Atmosphäre setze hinzu: Denn in diesem Falle verhält sich die Luft, wie ein fester zitternder Körper, obgleich sie sich dennoch nicht eigentlich schwingt.

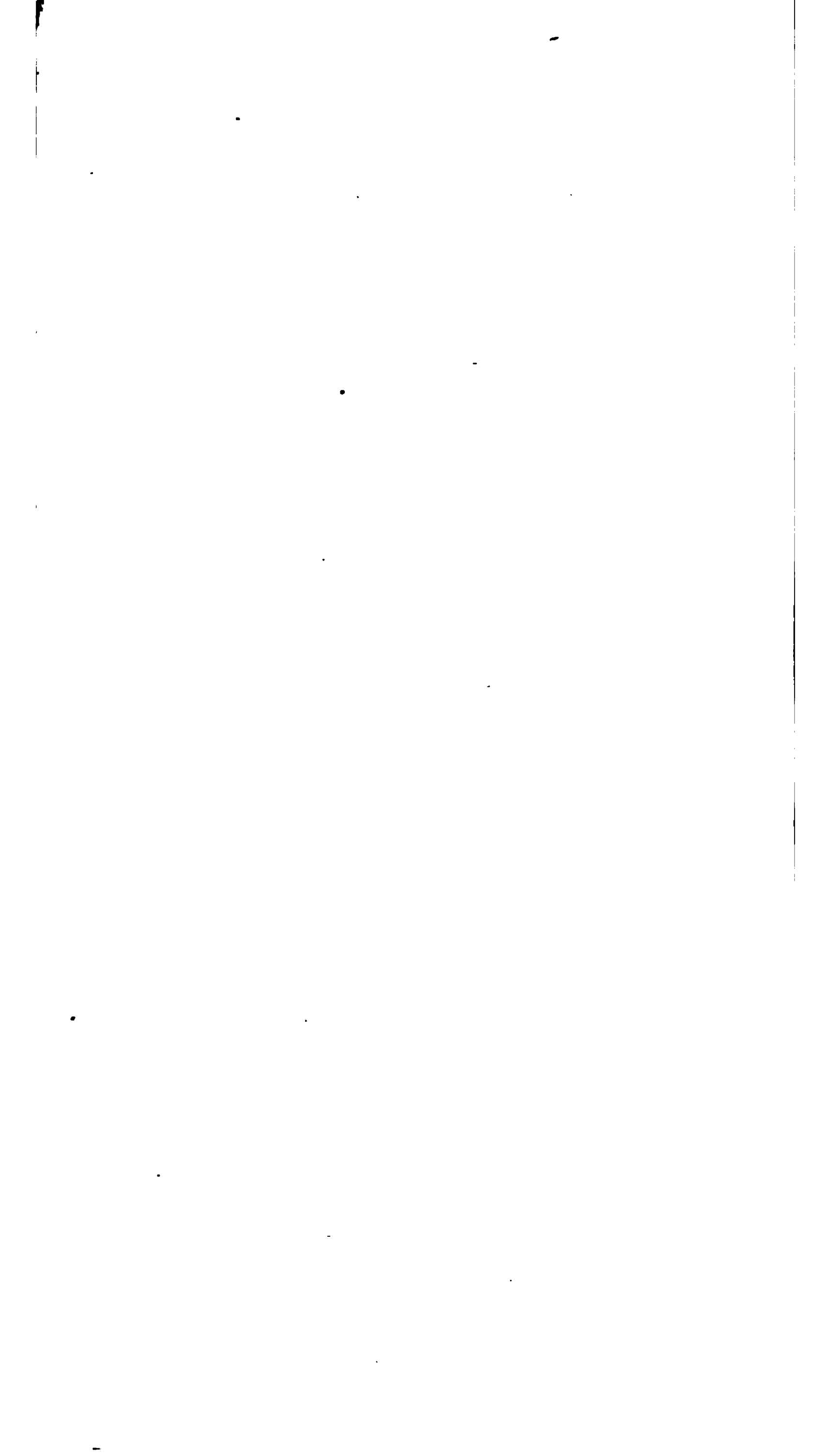
S. 379. Z. 5. Anstatt; zittert auch die Luft in den Pfeifen, lies: zittern auch tönende Pfeifen,

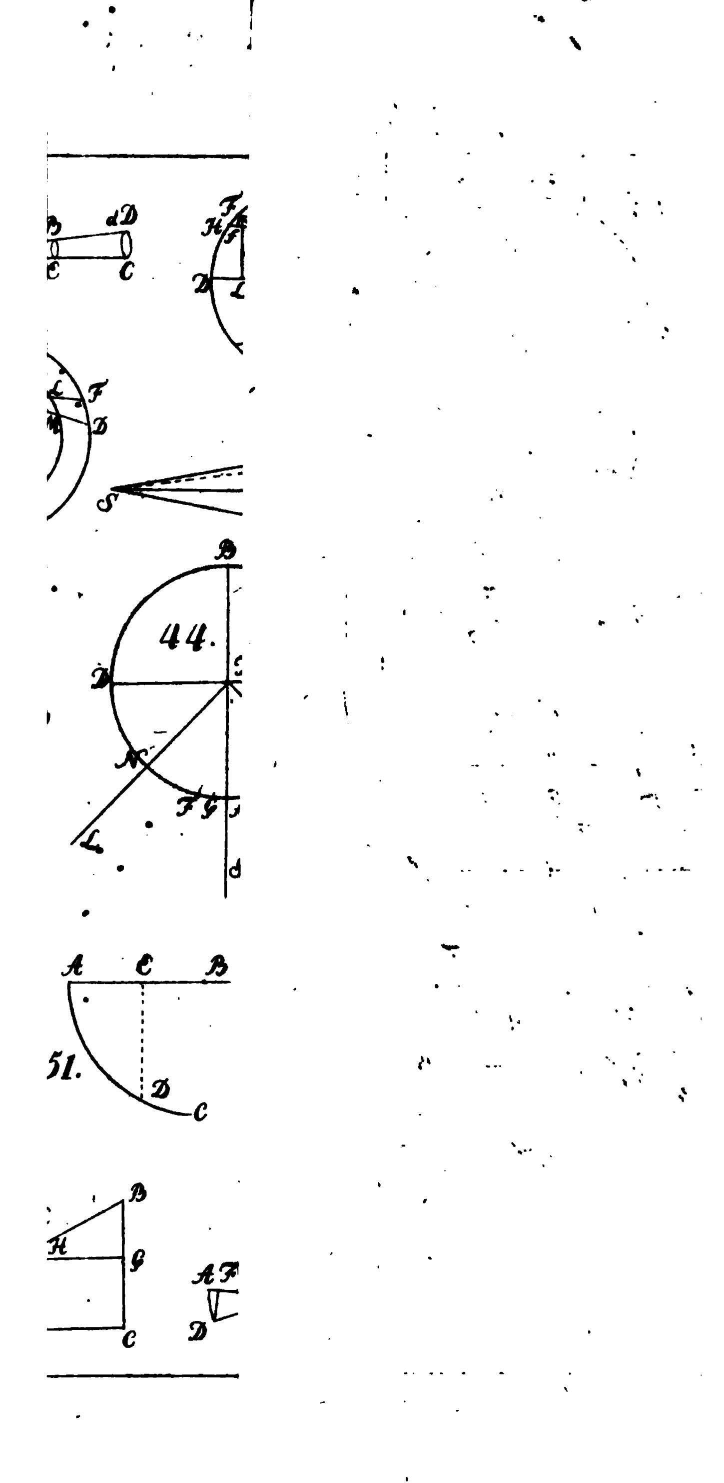
---


S
C
B
E
8.
F
2.

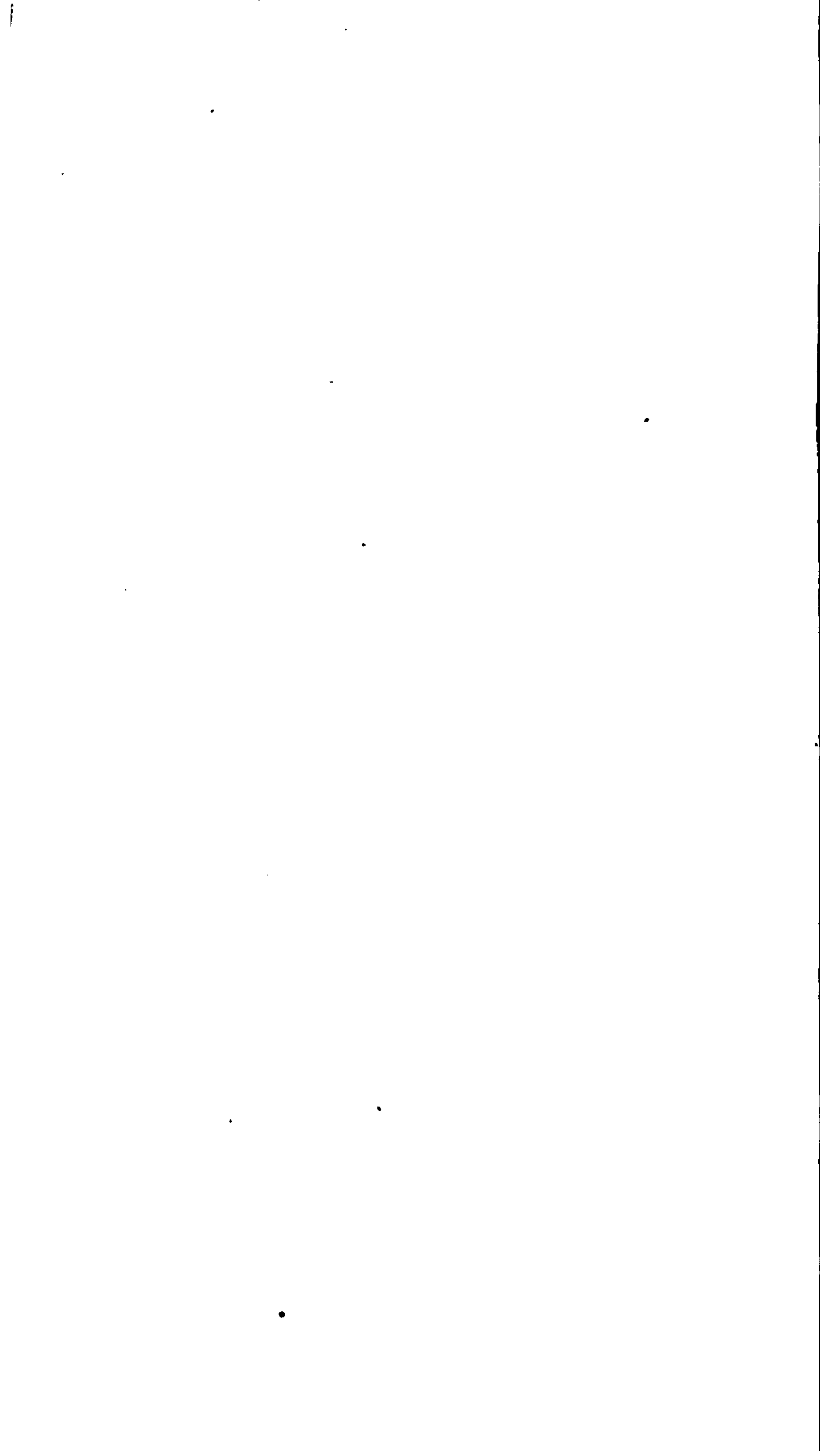


B
S.
A
V
A
B A
20.
S
A
D
33.
C
G
B
D
C
E

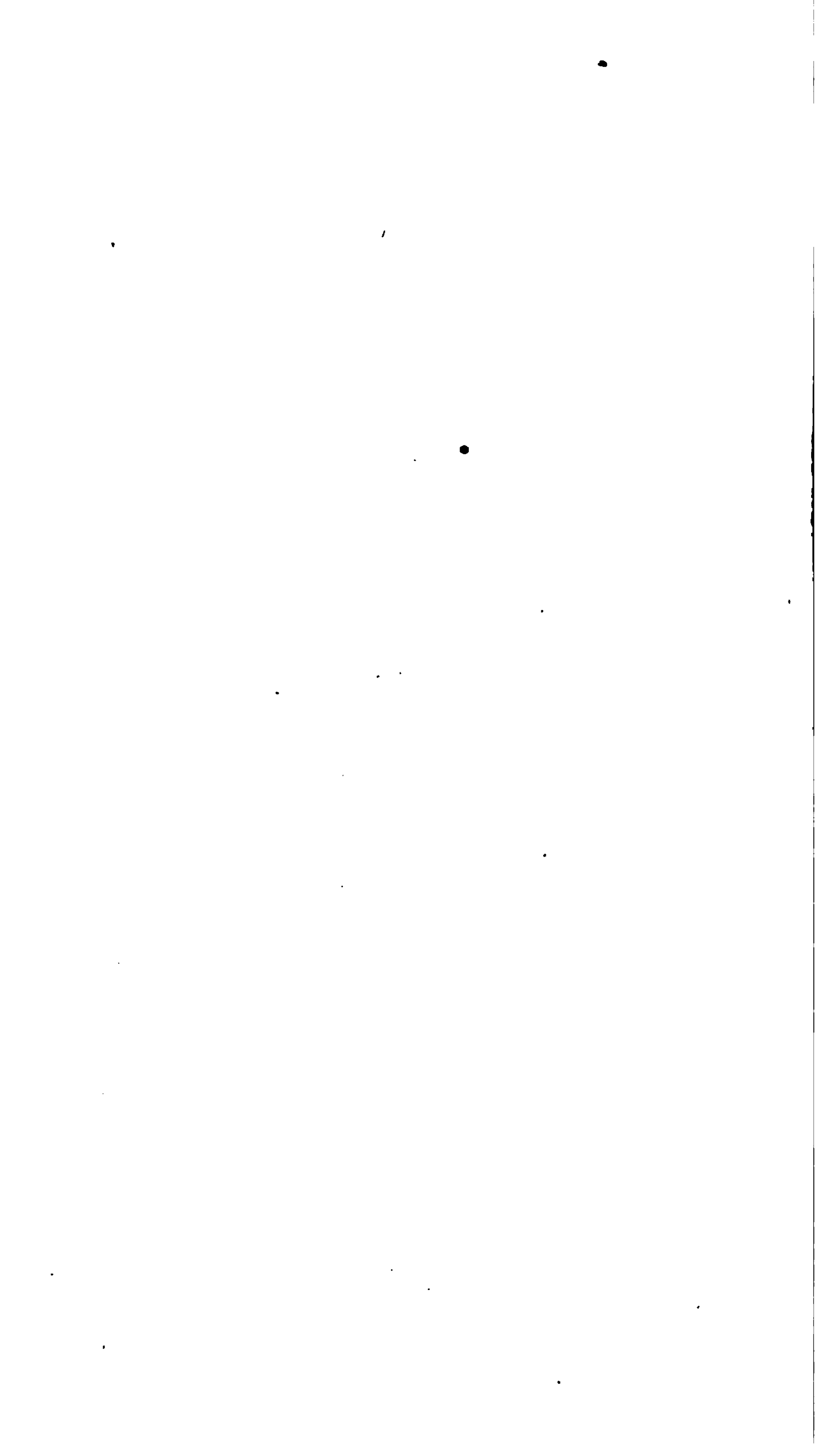




dD
C
F
H
D
L
F
D
S
B
44.
D
N
F G
L
A C B
51.
D
C
B
H
G
C
A F
D



D
B
A
5.
H A
67
B
C
G
C
77.
A
D
O
B
82



F 86.
N B

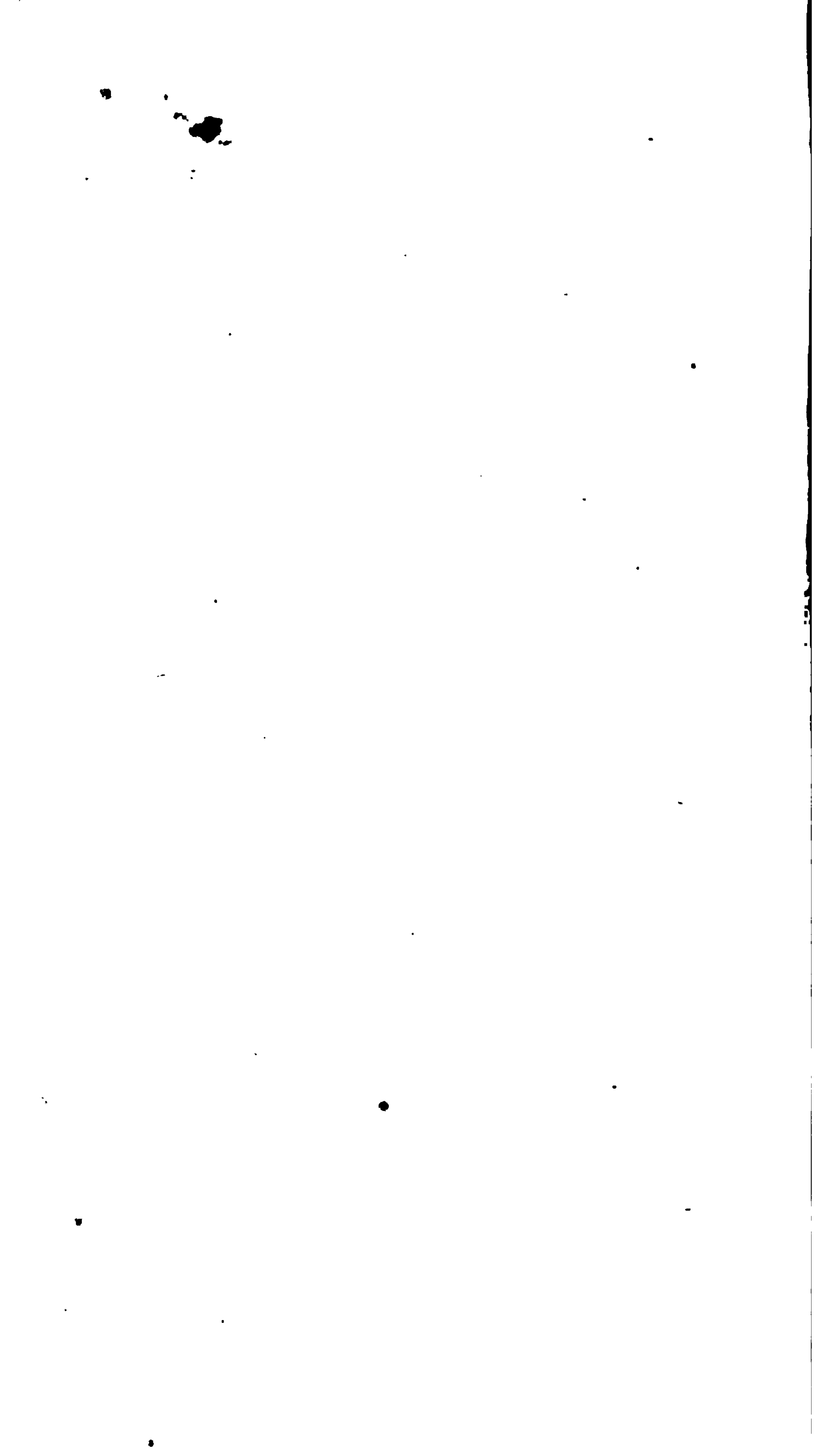
92.
C D B

93
E G A C
P

101.
A C
G H
I F

D
C
e
E

105.

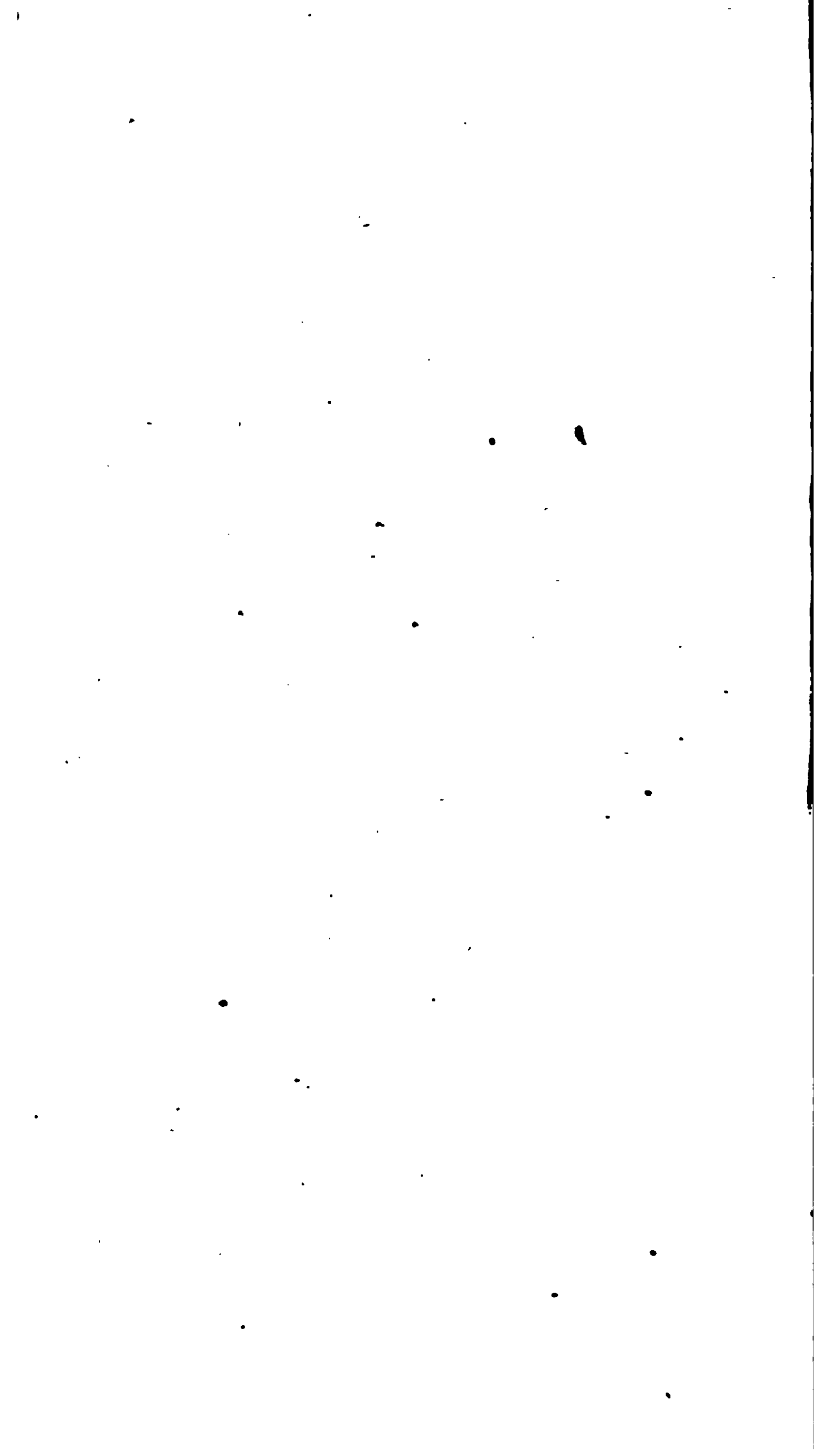


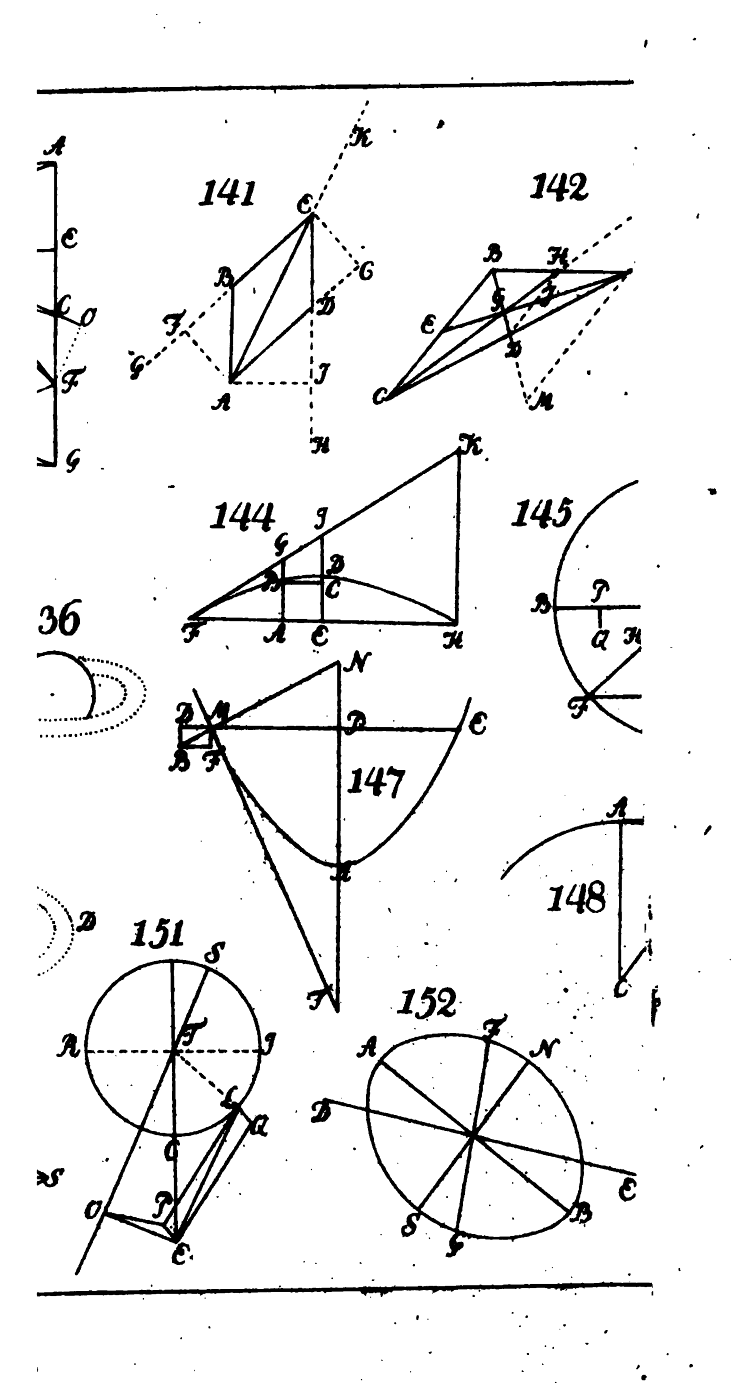
Z J A N B C 112 F O

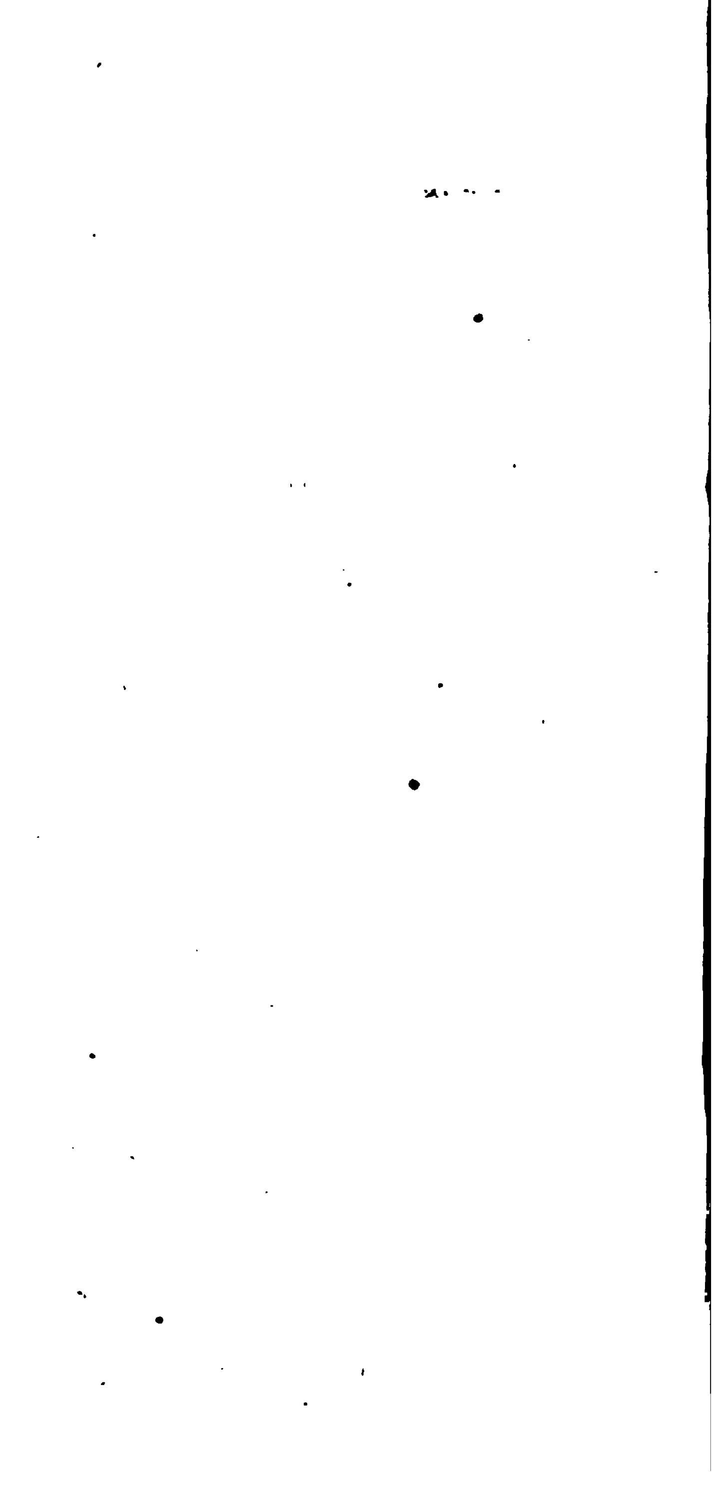
N 11 B T D C M E

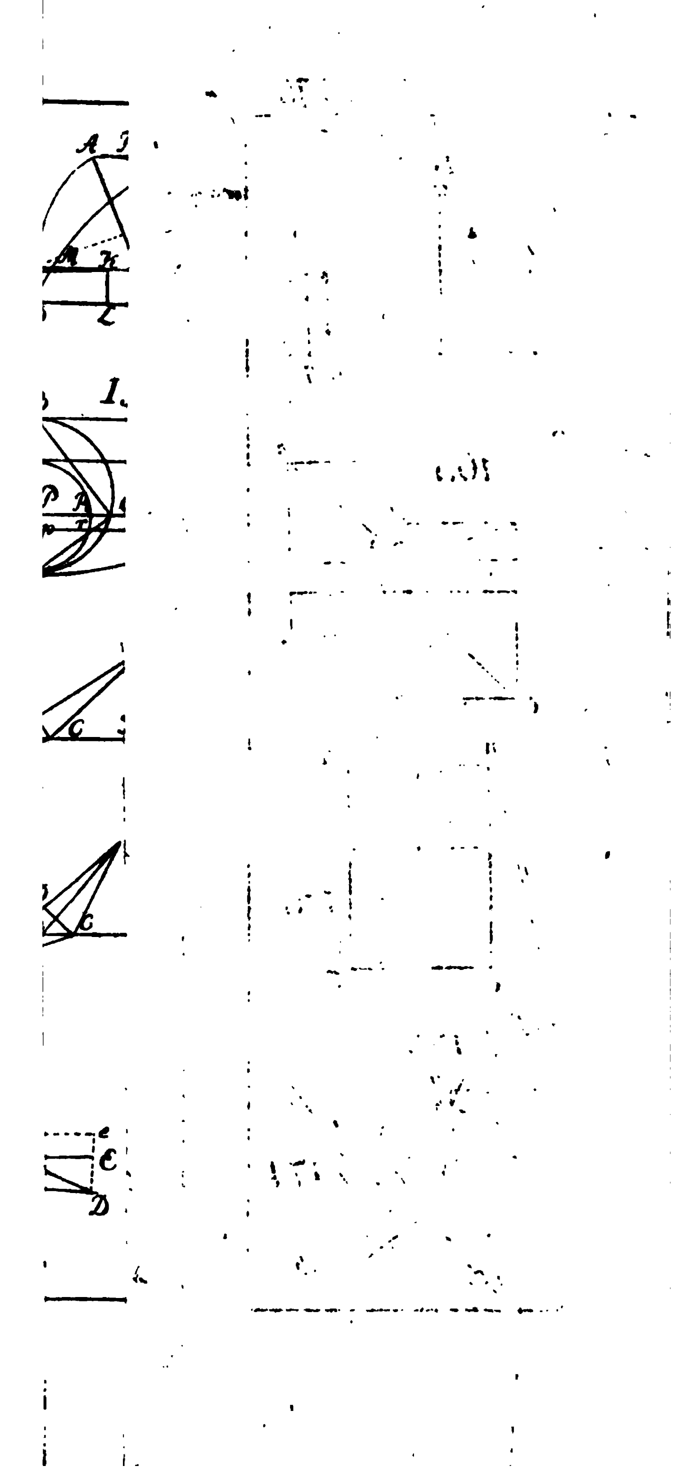
S J H G

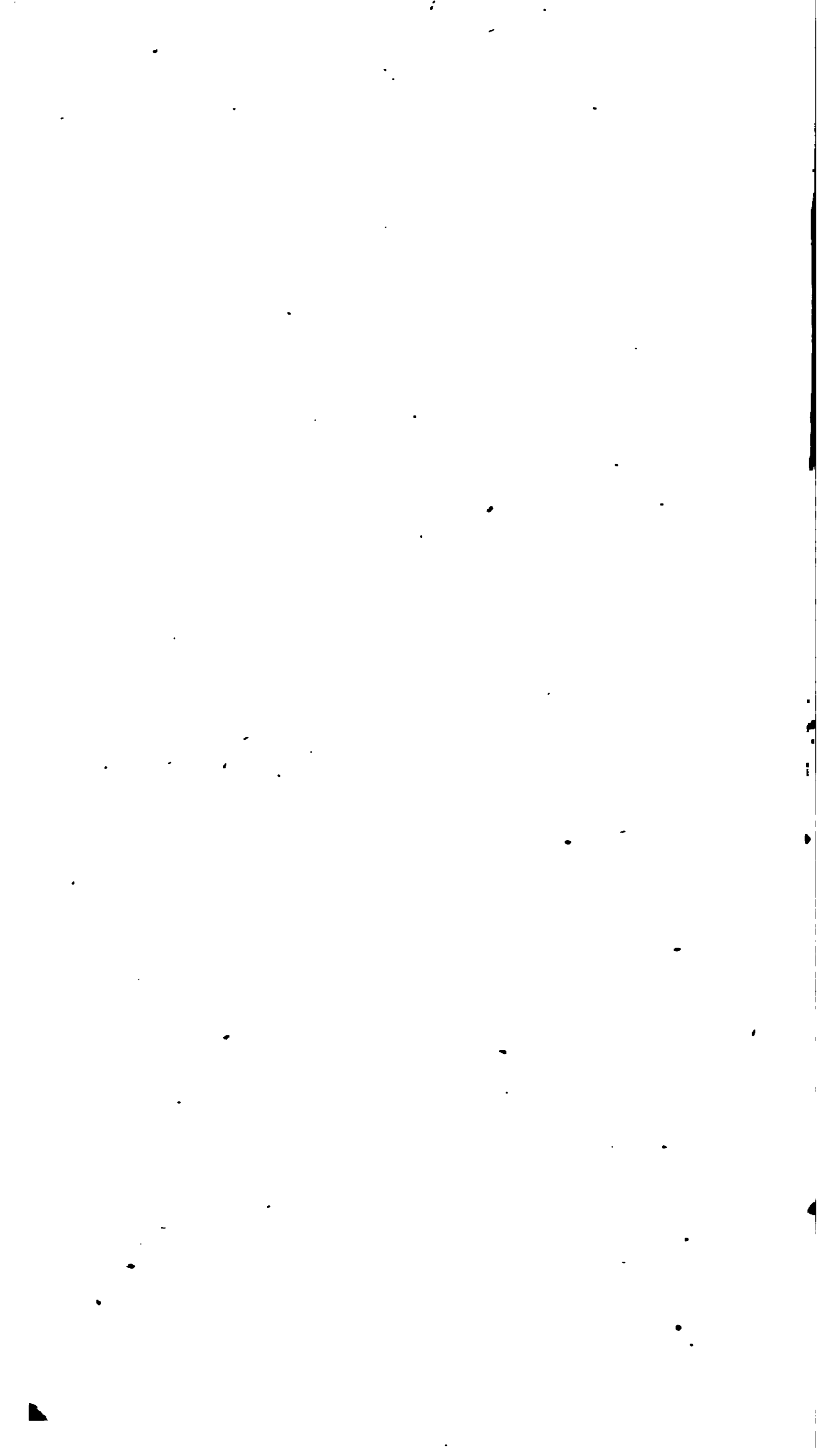
G 121




141
142
144
145
36
147
148
151
152







Tab. IX.

Anstatt Fig. 15 Tab. VI. 3 Th.

Anstatt Fig. 64. Tab. X. 3. Th.

Anstatt Fig. 82 Tab. IV. 4 Th.

